

資 産 形 成 論

2022 年テキスト

宇空和研究所

西村 和志

目次

1. はじめに
2. 保険制度, 年金制度および財形制度
 2. 1 公的保険と民間保険
 2. 2 年金制度の概要 (厚生労働省所管)
 - (1) 国民年金 (基礎年金) 2017 年
 - (2) 厚生年金
 - (3) 企業年金
 2. 3 確定拠出企業年金制度 (厚生労働省所管)
 2. 4 勤労者少額財形制度 (厚生労働省所管)
 - (1) 一般財形貯蓄、(2) 財形住宅貯蓄、(3) 財形年金貯蓄
 2. 5 NISA 制度 (金融庁所管)
 2. 6 財形持家融資制度 (国土交通省所管)
3. 金融市場と金融商品の特徴
 3. 1 預貯金
 3. 2 外貨, 外貨預金
 3. 3 制度住宅ローン
 3. 4 債券
 3. 5 株式
 3. 6 投資信託
 3. 7 Jリート [日本版不動産投資信託]
 3. 8 債券先物と債券オプション
 3. 9 金融資産・負債の評価
4. 資産市場における行動理論
 4. 1 消費・貯蓄理論
練習問題
 4. 2 貨幣一時的一般均衡理論
 4. 3 2 資産現物・先物一時的一般均衡論
 4. 4 株式オプション価格の二項過程モデル
 4. 5 Black-Scholes オプション価格の決定論
 4. 6 株式の収益率と株式市場価格
 4. 7 債券期間構造の理論
 4. 8 資産選択理論
 - 1) 1 安全資産と 1 危険資産
 - 2) 2 危険資産
 - 3) 1 安全資産と 2 危険資産
 4. 9 CAPM 理論 (Capital Asset Pricing Model)
5. 資産形成計画と運用・管理

- 5. 1 イベント分析の枠組み
- 5. 2 イベントに基づく資産形成
- 5. 3 ドルコスト平均法
- 5. 4 リバランス管理法
- 5. 5 次の半年の変動要因予想

金融数学 1 金融資産の評価

金融数学 2 確率と統計

1. はじめに

就職しても、就職先が、年齢給、終身雇用の原則を変革していますから、皆さんが将来設計することがむずかしくなっています。さらに、老後の安定した生活保障である公的・私的企業年金も、多く問題をかかえています。したがって、若い人は、将来設計を自分で立てて実行する状況におかれていると思います。これまで、実践的な証券投資について、小中高と授業などで組織的に教育されていません。最近、投資教育を小中高からという実践が始まっています。この教室は、第一に金融商品の知識と金融市場のミクロ理論を学び、第二に金融商品に及ぼす経済のファンダメンタルズ、業界の見通し、国際政治・経済動向、財政・金融政策の発動等の要因を考慮できる力をつけること、および第三に金融商品を選択し、資産運用と資産管理の方法について理解し、売買のシミュレーション演習をすることを目的にしています。

企業に就職した場合、社会保険料および源泉徴収税負担分を支払った、毎月の手取りから、短期、中期、長期の目的で、天引き額を決め、それぞれの目的に配分し、証券を購入し、それぞれの目的を達成することを想定しています。また、退職された方は、老後の安心を取り崩す方法を考えます。

その企業が確定給付型企业年金制度、または確定拠出年金制度を設定している場合、**掛金なしに**、退職後の一時金あるいは年金が給付されます。個人で非課税制度を用いた累積貯蓄を契約すると、証券投資を実践することができます。本教室の知識と実践が役に立つことを願っています。

2022 年の教室の方針は、

- ①貨幣一時的一般均衡論を確実性下 2 期間モデルで、住宅ローンの場合を説明する
- ②貨幣一時的一般均衡論を応用して、不確実性下債券・株式の現物・先物市場均衡論を説明する
- ③資産先物理論とオプション理論の関係を説明し、オプション市場の使い方を考える
- ④資産選択理論を 3 資産モデルで説明し、最適ポートフォリオに従った、資産売買を説明する

- ⑤理論・方法にもとづく資産形成計画，運用・管理を充実させる
- ⑥政策，景気等の変動予想するコメントを入れる
- ⑦四半期統計国民総支出発表によって，簡易的に，次の四半期の国民総支出を試算する

⑤について，海原氏を例にとると，海原氏は，新卒で，入社後，10年間のイベント表を作成する．イベントは，仕事を習熟すること，婚活をすることである．企業キャリアアップ制度，厚労省キャリアアップ制度を利用，自己研鑽を心がけ，年収を少なくとも年12万円昇給させる．入社10年間で，この最低限の昇給制度がない企業は，大学卒を必要としない業種である．大学卒業者は，大学教育で，自己研鑽の方法を身につけさせている．消費支出は，年収の8割である．消費生活を充実しないと，自己研鑽費，婚活費は消費支出に含まれる．年2回のボーナスで，実物資産形成として，住宅頭金500万円を貯蓄する．収支差額が出るが，これを金融資産形成に使う．海原氏のイベント表にもとづく期末貸借対照表を作成しているが，その運用益を反映していない．本教室では，この運用益が出る方法を学ぶ．

⑥について，資産形成計画，運用・管理には，政策，景気等の変動を予想することが重要な視点であるので，2022年，9月12日から12月19日まで15回の予定で，財政・金融政策とマクロ金融経済について、『金融論 2022年テキスト』を解説します．

⑦について，マンデル・フレミング開放経済モデル（MFEXモデル）は，『金融論 2021年テキスト』で，理論的な論証はめどが付きまして．MFEXモデルに従い，四半期統計国民総支出発表によって，簡易的に，次の四半期の国民総支出を試算することに取りかかっています．その手順は次の通りです．

国内総生産 GDP は，総供給＝総需要の生産物市場均衡式を，統計的均衡式に当てはめるならば，総供給側になり， $GDP = GDE + \text{統計誤差}$ です．国内総支出 $GDE = C + Iv + I + G + Ex - Im$ と定義すれば，GDPの速報値では，左辺の数値が確定するのは2年後ですから，その間，4半期ごとに，右辺のGDE式に従って，各需要の構成要素 C, I, G, Ex, Im が発表されます．それら構成要素のデータをもちいて，重回帰曲線を推計します．構成要素は，経済学理論にしたがって，説明変数が選ばれます．

例えば，消費需要 C は，説明変数である，国民所得 NI および貯蓄差額 ΔM_h に依存する線形式 $C = \beta + \alpha_1 NI + \alpha_2 \Delta M_h$ によって推計します．これは，Microsoft Excel を起動し，旧バージョンでは，「ツール」メニューから「アドイン」をクリック，ダイアログボックスから，分析ツールにチェックを入れます．最近のバージョンでは，「データ」メニューから右端の「データ分析」をクリックし，分析ツールの中から，回帰分析を開けば，重回帰曲線が推定できます．

5章の収益率の基本統計量を計算するために，「データ分析」の基本統計量を使っています．

2. 公的年金と企業年金

2. 1 公的保険と民間保険

公的保険

社会保険には、医療保険に関して、健康保険、国民健康保険、後期高齢者医療保険制度、介護保険がある。年金制度については、次項で概説する。労働保険として、通勤、勤務している間に生じた保険事故、失業などに対応して、労働者災害補償保険および雇用保険がある。国民健康保険、後期高齢者医療保険制度、介護保険以外は、保険料は、労使負担である。保険料は、給与から毎月天引きされる。

1) 公的保険制度の概要（厚生労働省 HP より）

(1) 医療保険

健康保険組合・共済組合

適用事業所 国，地方公共団体，法人事業所，又は土木・建築，医療等の
強制適用業種である従業員 5 人以上の個人事業所

加入者 適用事業所に使用される者及び被扶養者

保険料 健康保険組合 9%（平成 27 年度平均）

国 8.2%，地共済 9.4%，私学共済（平成 25 年度平均）

自己負担金の割合 3 割

国民健康保険

被保険者 他の医療保険に加入していない住民を被保険者とする。

保険料 各市町村が医療費水準等を勘案して定めている。

全国平均で，一人当たり年額 11.0 万円（平成 27 年度）

医療給付 療養の給付，入院時食事費，入院時生活療養費（65 歳以上）
高額療養費

自己負担金 3 割

現金給付 出産育児一時金，埋葬費，傷病手当金，出産手当金

後期高齢者医療保険制度

対象者 75 歳以上の高齢者

医療給付 後期高齢者医療費

保険料 全国平均 約 5,660 円／月（平成 28・29 年度見込）

基礎年金のみ受給者 約 380 円／月

自己負担金 1 割（年収に依存）

介護保険

対象者 65 歳以上の方（第 1 号被保険者）

40 歳以上 65 歳未満で医療保険に加入している方（第 2 号被保険者）

介護保険料 第1号被保険者 各市で、所得11段階に応じて、基準額に保険料率をかける。参考：第5段階で、年額79,200円（月額6,600円）京都市平成30年度4月

第2号被保険者の保険料

給付 一般介護予防事業（すべての65歳以上の高齢者）
 介護予防・生活支援サービス（事業対象者 要支援者）
 介護予防サービス（要支援者）
 介護サービス（要介護者）

自己負担金 1割・2割（年収に依存）

(2) 労働保険

労働者災害補償保険

労働者の業務災害及び通勤災害等に対して保険給付を行い、被災労働者の社会復帰の促進、被災労働者及びその遺族の援護を図る。

適用 労働者を使用するすべての事業に適用される（国家公務員、地方公務員（現業の非常勤職員を除く）及び船員は適用外）。

保険料 事業主が負担する。

給付 休業、障害、死亡、介護、脳・心臓疾患に関連する異常所見に各給付がある。ただし、給付期間は最大503日分。

雇用保険

労働者が失業してその所得の源泉を喪失した場合、労働者について雇用の継続が困難となる事由が生じた場合及び労働者が自ら職業に関する教育訓練を受けた場合に、生活及び雇用の安定と就職の促進のために失業等給付を支給するとともに、二事業（雇用安定事業及び能力開発事業を行う）。

適用 労働者を雇用するすべての事業に、原則として強制適用される。

保険料 労働者の賃金総額に雇用保険率を乗じた額を事業主と労働者双方が負担する。一般の事業で雇用保険率9/1000、（被保険者3/1000）。

給付 求職者給付 一般求職者給付 90～150日

高齢者求職者給付 30～50日

短期雇用特例求職者給付、日雇労働求職者給付がある。

就職促進給付、教育訓練給付、雇用継続給付がある。

(3) 国民年金制度の保険機能

国民年金に加入中に初診日のある病気やけがにより、障害等級1級又は2級に該当する障害の状態にある場合は、障害基礎年金が支給される。

国民年金に加入中の方がなくなった場合は、その方に生計を維持されていた遺族（子のある配偶者、又は子）に遺族年金が支給される。

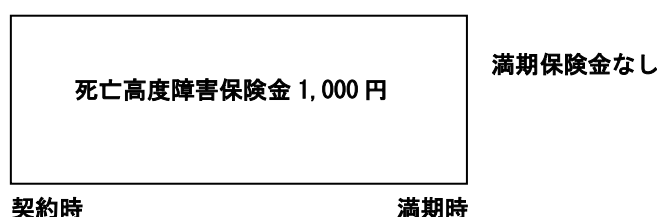
2) 民間生命保険の仕組み

(1) 生命保険料の計算原則

大数の法則 生命保険加入者が増えれば増えるほど、死亡確率は、真の値に近づく。

収支均等の原則 保険者の契約保険料総額と保険支払額を等しくすれば、支払い可能である。

1 年定期保険料 (30 歳) の計算例



30 歳 (男) の人が 10 万人同時に保険金 1,000 円の 1 年定期保険に加入したとする。

30 歳 (男) の死亡率 0.00064 (生保標準生命表平成 25 年 (男)) (**大数の法則**)

年払純保険料 P 円を求める。死亡は半年後に発生するとする。

年間予定利子率は 0.0275 とする。

左辺は保険金の利殖、右辺は保険金支払いである。 (**収支均等の原則**)

$$100,000 \times P \times (1 + 0.0275)^{0.5} = 100,000 \times 0.00064 \times 1,000$$

$$1.0137 \times P = 0.64$$

$$P = 0.63 \text{ (円)} \quad \text{年払純保険料は 0.63 円である。}$$

死亡高度障害保険金 1,000 万円に加入すると、その他の費用負担がない年払い純保険料は、 $0.63 \times 10,000,000 \div 1,000 = 6,300$ (円)、月額 525 円である。

(2) 損害保険

本テキストで想定する投資家は、給与所得者および退職者であるから、損害保険に加入する人は、自動車保険と住宅火災保険であり、短期 1 年、満期保険金はない。純保険料の決め方は、大数の法則、収支均等の原則および給付・反対給付均等の原則にしたがい、予定損害率 にもとづいて計算される。

2. 2 年金制度の概要

年金の保険料と支払い (給付) は、積立方式と賦課方式がある。賦課方式は、毎年の保険料収入を年金受給者に支払う方式である。

年金の財政方式

	積立方式	賦課方式
確定拠出型	確定拠出企業年金 iDeCo	
確定給付型	厚生年金基金 確定給付企業年金	国民年金 厚生年金

公的年金制度である国民年金の制度の概要は次の通りである。これは、強制加入である。

国民年金(基礎年金)2022 年度 4 月から

受給資格 20 歳以上 60 歳 加入期間最低 25 年 (特例あり)

受給開始年齢 65 歳 (60 歳から繰上げ受給可能)

保険料 月額 16,610 円

年金額 (老齢基礎年金) 年額 777,792 円 2022 年度

障害基礎年金 1 級障害 972,250 円

遺族基礎年金 777,800 円 (18 歳まで子供加算あり)

第 1 子・第 2 子, 各 223,800 円, 第 3 子以降, 各 74,600 円

民間企業に雇用されている場合, 国民年金に加えて, 厚生年金制度に加入する.

厚生年金

受給資格 適用事業所に常時使用される 従業員で 65 歳未満

受給開始年齢 65 歳 (60 歳から繰上げ受給可能)

保険料 標準報酬月額 × 保険料率

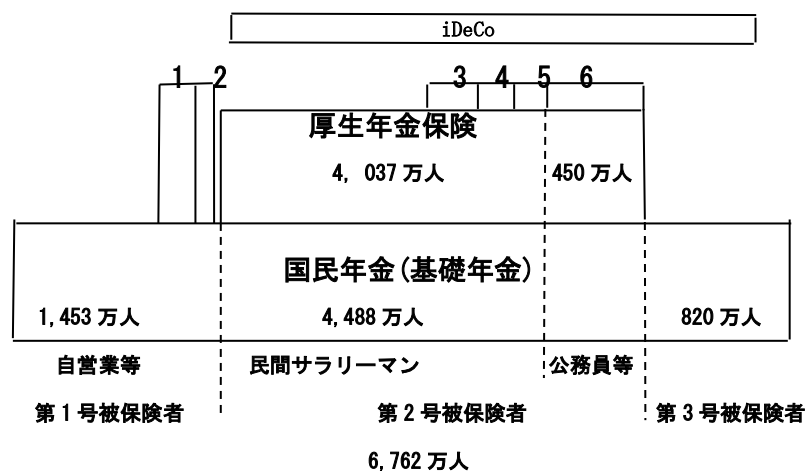
年金額 定額部分 + 報酬比例分 + 加給年金

現在, 日本の年金財政は資金余剰がある. しかし, 各保険者の積立方式ではないので, 受給者が増加すると財政が破綻しないように, 保険料, 受給額, 受給開始年齢を財政均衡に合わせて改定しなければ, 年金財政は維持できない.

年金制度の体系 (数値は 2020 年 3 月末) 厚生労働省 HP『厚生労働白書平成令和 3 年版資料編 p240』より

企業年金は, 1. 国民年金基金 [35 万人] 2. iDeCo [156 万人] により, 2 階部分および 3 階部分を構成し

3. 確定拠出年金 [688 万人] 4. 確定給付企業年金 [940 万人] 5. 厚生年金基金 [15 万人] 6. 年金払い退職給付 [450 万人] により, 3 階部分を構成している.



5 年ごとの年金改革

1994 年の改革 支給年齢の 60 歳から 65 歳へ段階的引き上げ

1999 年の改革 基礎年金の国庫負担を 1/3 から 1/2 へ引上げる

2004 年の改革 保険料の段階的引き上げ，給付水準は現役の手取り年収の 50%～50%半ば
マクロ経済スライド改正

2009 年の改革 民主党に政権交代した

2011 年 10 月 社会保障制度と税制の一体改革案

2012 年 10 月 社会保障制度の財源確保のため，消費税を 2014 年 4 月 5%から 8%，2015 年 10 月 8%から 10%増税を可決した．

2012 年 11 月 自公民政権に交代

2013 年 4 月 物価スライド制を適用

2014 年 11 月 消費税を 2017 年 4 月 10%増税に変更した．

2015 年 4 月 消費税を 8%に増税，社会保障財源とした．
10 月 公務員共済，私学共済が厚生年金に統合された．

2016 年 5 月 消費税を 10%に増税を，2 年半延期する．

2019 年 10 月 消費税を 10%に増税した．

2. 3 確定拠出年金制度の概要

この制度を実施する企業に入社または転職した場合，掛金を企業が拠出する強制加入制度なので，従業員は企業が契約する運用管理機関の提示する商品から，運用指示をし，運用結果は，加入者の自己責任である．

制度の概要

企業型年金（平成 29 年 1 月 1 日からの内容）厚生労働省 HP より

確定拠出年金は，企業年金の 1 つである．自己積み立て方式で，拠出した掛金が個人ごとに明確に区別され，掛金とその運用収益との合計額をもとに年金給付が決定される．

(1) 制度に加入できる者および拠出限度額

実施主体	企業型年金規約の承認を受けた企業
加入できる者	実施企業の従業員（国民年金第 2 号被保険者）
掛金の拠出	事業主が拠出（規約で加入者も可能）
拠出限度額	1. 厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施していない場合 55,000 円（月額） ※規約において個人型年金への加入を実施している場合 35,000 円（月額） 2. 厚生年金基金等を実施している場合 27,500 円（月額） ※規約において個人型年金への加入を実施している場合 15,500 円（月額）

(2) 運用

1. 運用商品の中から、加入者等自身が運用指図を行う。
2. 運用商品は、預貯金、投資信託、保険商品等である。
3. 運用商品を選定・提示する者は、必ず3つ以上の商品を選択肢として提示する。

(3) 離転職の場合等の年金資産の移転

1. 資産額等の記録が年1回以上通知される。
2. 加入者等が転職した場合等には、転職先の企業型年金へ、退職して国民年金の加入者となった場合等には個人型年金へ、資産を移換することができる。

(4) 給付

5年以上の有期または終身年金（規約により一時金の選択可能）

(5) 受給要件等

原則 60 歳到達した場合に受給できる。

(6) 税制

拠出時 非課税

運用時 特別法人税課税（平成 31 年度まで凍結）

- 給付時
1. 年金として受給：公的年金等控除（標準的な年金額まで非課税）
 2. 一時金として受給：退職所得控除

個人型確定拠出年金（iDeCo）

確定拠出年金法に基づき実施されている、公的年金にプラスして給付を受けられる私的年金である。加入は任意で、加入方法は、「iDeCo 公式サイト」<https://www.ideco-koshiki.jp> 運営管理機関一覧から、運営管理機関を選び、加入手続きをする。

iDeCo の概要（平成 29 年 1 月 1 日からの内容）厚生労働省 HP より

基本的に 20 歳以上 60 歳未満の全ての方が加入できる。加入者が拠出限度額の範囲内で任意に掛金を設定し、積み増すことが可能である。拠出した掛金の全額が、小規模企業共済等掛金控除の対象であり、国民年金基金連合会が実施主体である。個人ごとに明確に区別され、掛金とその運用収益との合計額をもとに年金給付が決定される。

(1) 制度に加入できる者および拠出限度額

実施主体 国民年金基金連合会

- 加入できる者
1. 自営業者等（農業者年金の被保険者の方、国民年金の保険料を免除されている方を除く）（国民年金第 1 号被保険者）
 2. 厚生年金保険の被保険者（公務員や私学共済制度の加入者を含む。企業型年金加入者においては、企業年金規約において個人型年金への加入が認められている方に限る。）（国民年金第 2 号被保険者）
 3. 専業主婦（夫）等（国民年金第 3 号被保険者）

掛金の拠出 加入者個人が拠出（企業は拠出できない）

- 拠出限度額
1. 自営業者等
68,000 円（月額）
※国民年金基金の限度額と枠を共有
 2. 厚生年金保険の被保険者のうち
 - 〔1〕 厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施している場合
12,000 円（月額）
 - 〔2〕 企業型年金のみを実施している場合
20,000 円（月額）
 - 〔3〕 企業型年金や厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施していない場合（下記〔4〕の方を除く）
23,000 円（月額）
 - 〔4〕 公務員，私学共済制度の加入者
12, 000 円（月額）
 3. 専業主婦（夫）等
23,000 円（月額）

(2) 運用

1. 運用商品の中から，加入者等自身が運用指図を行う．
2. 運用商品は，預貯金，投資信託，保険商品等である．
3. 運用商品を選定・提示する者は，必ず 3 つ以上の商品を選択肢として提示する．

(3) 離転職の場合等の年金資産の移転

1. 資産額等の記録が年 1 回以上通知される．
2. 加入者等が転職した場合等には，転職先の企業型年金へ，退職して国民年金の加入者となった場合等には個人型年金へ，資産を移換することができる．

(4) 給付

5 年以上の有期または終身年金（規約により一時金の選択可能）

(5) 受給要件等

原則 60 歳到達した場合に受給できる．

(6) 税制

拠出時 非課税（加入者が拠出した掛金額は，全額所得控除（小規模企業共済等掛金控除））

運用時 特別法人税課税（平成 31 年度まで凍結）

- 給付時
1. 年金として受給：公的年金等控除（標準的な年金額まで非課税）
 2. 一時金として受給：退職所得控除

2. 4 勤労者少額貯蓄制度

勤め先で財形貯蓄制度が導入されている場合，財形貯蓄制度には，一般財形貯蓄，財形

年金貯蓄、財形住宅貯蓄の 3 種類があり、利子等に対する非課税措置や財形持家融資制度を利用できる。

(1) 一般財形貯蓄

実施主体	企業が財形貯蓄制度を導入していること
利用者	勤労者であれば、契約時の年齢制限はない。
資金の使い方	使途自由な貯蓄
積立方法	金融機関等と契約を結んで、3 年以上の期間にわたって、定期的に（毎月または夏季・年末のボーナス時期などに）賃金からの控除（天引き）による積立。複数の契約もできる。

利子等非課税はない。

(2) 財形年金貯蓄

利用者	満 55 才未満の勤労者
資金の使い方	60 才以降の契約所定の時期から 5 年以上の期間にわたって年金として支払いを受取る。
積立方法	金融機関等と契約を結んで、5 年以上の期間にわたって、定期的に（毎月または夏季・年末のボーナス時期などに）賃金からの控除（天引き）による積立。

利子等非課税 預貯金等 元本（預入額＋元加利息）550 万円まで利子等非課税
保険等 払込累計 385 万円まで利子等非課税

貯蓄商品 預貯金，合同運用信託，有価証券（国債などの公社債・証券投資信託の
受益証券・金融債・株式投資信託），生命保険，生命共済，損害保険

(3) 財形住宅貯蓄

財形住宅貯蓄は、住宅の建設、購入、リフォーム等のために、貯蓄する場合、給与から一定額を天引きして行う、積立貯蓄制度である。この貯蓄を、財形住宅融資にもちいることができるので、若年者にとっては、住宅取得のための頭金を積み立てる場合、利子等が非課税なので、目標額に早く到達できる。

利用者	満 55 才未満の勤労者，他に住宅財形契約をしていない者
資金の使い方	住宅建設 住宅購入（新築／中古と問わず，一戸建て，マンションともに可）
積立方法	積立期間
利子等非課税	預貯金等 元本（預入額＋元加利息）550 万円まで利子等非課税 保険等 払込累計 550 万円まで利子等非課税
貯蓄商品	預貯金，合同運用信託，有価証券（国債などの公社債・証券投資信託の 受益証券・金融債・株式投資信託），生命保険，生命共済，損害保険

ただし、住宅の建設、購入、リフォーム以外の払い出しは利子等に課税される。財形住宅貯蓄と併用して、一般財形貯蓄および財形年金貯蓄も利用可能である。

2. 5 NISA 制度

NISA は、イギリスの個人貯蓄口座 (ISA) をもとにした少額投資非課税制度であり、2013 年 12 月末で、証券優遇税制 (軽減税率 10%) 終了にともない導入された。Nippon Individual Savings Account の頭文字をとって、NISA とよんでいる。

(1) NISA 制度の概要

開始時期	2014 年 1 月から 10 年間
対象者	満 20 歳以上の個人で、1 口座 (1 金融機関のみ) 開設できる。
対象商品	株式投資信託と上場株式等 (国債、公社債投資信託等は対象にならない。)
非課税投資枠	年 120 万円
非課税期間	最長 5 年間
制度の終了時	2027 年

NISA は、資産の選択肢が株式投資信託と上場株式等のリスクの高い資産に限定されるが、預貯金および国債、公社債投資信託等は特定口座で運用するようにすれば、リスク資産の非課税を利用できる。

(2) ジュニア NISA

開始時期	2016 年から 2023 年
対象者	0 歳～19 歳、1 口座開設できる。
非課税投資枠	年 80 万円が上限
非課税期間	最長 5 年間
運用管理者	口座開設者本人 (未成年) の二等親以内の親族 (両親・祖父母等)
払出し	18 歳までは払出し制限あり

(3) つみたて NISA

開始時期	2018 年 1 月から 2037 年
対象者	20 歳以上、1 口座開設できる。つみたて NISA と一般 NISA いずれか一方を選択
非課税投資枠	年 40 万円が上限 (非課税枠は 20 年間で最大 800 万円)
非課税期間	最長 20 年間
対象商品	長期の積立・分散に適した一定の投資信託
払出し	一般 NISA の累積投資であるから、途中、売却はできるはずであるが、規定はない。

2. 6 財形持家融資制度

住宅ローンは、住宅金融支援機構と民間金融機関等で、規格化されたローンの要件が定められている。タイプは、フラット 35、フラット 35S、フラット 50 などがある。各数字は、最長の返済期間である。

フラット 35 ローンの申込要件 (住宅金融支援機構の HP を参照)

年収に占める年間合計返済額の割合を総返済負担率という。

年収と総返済負担率

年収	400 万円未満	400 万円以上
総返済負担率	30%以下	35%以下

借入対象となる住宅

一戸建て住宅 70 m²以上

住宅の建設費または購入価額 1 億円以下の住宅

借入額 100 万円以上 8,000 万円以下で、建設費または購入価額以内

借入期間 15 年以上かつ、次の (1) または (2) のいずれか短い年数が上限
(1) 「80 歳」－「申込時の年齢」
(2) 35 年

借入金利 全期間固定金利

返済期間	15～20 年	21～35 年	(2018 年 5 月現在)
	1.3～1.9%	1.35～2.01%	

返済方法 元利均等毎月払い、または元金均等毎月払いを選択
(ボーナス月払いもある)

担保 借入対象となる住宅およびその敷地に、住宅金融支援機構を抵当担保者とし、第 1 位の抵当権を設定する。

団体信用生命保険の加入義務

火災保険の加入義務

以上のフラット 35 ローンの手続き要件から、住宅ローンを計画できる。

3. 金融商品と金融市場の特徴

金融商品の定義と特徴分類

日本国内で取引できる金融商品は、それらの商品の金融市場で取引される。小口投資家が取引できる金融商品を主に引き上げる。金融商品の特徴は、満期期間、最終利回り、制限条件、取引単位(1 口)および発行の方法で分けられる。

金融商品	満期期間	最終利回り	取引単位(1 口)	制限条件	購入法
預貯金					
普通預金	無し	年利子率	1 円		預金口座開設
定期預金	3 ヶ月 6 ヶ月 1～3 年			期間中引出不可 解約可 年齢制限がある	口座預入
定額貯金	10 年	半年複利	千、5 千円 1 万、5 万円 10 万、50 万円	ゆうちょ銀行取扱 年齢制限無	
消費者ローン					
	上限金利	10 万円未満 20% 100 万円未満 18% 100 万円以上 20%		年齢制限、収入、カードと口座	
借入額は原則年収の 3 分の 1 信用情報機関に全貸金業者加入義務がある。					

クレジットカード (キャッシュサービス)	割賦販売手数料 0～数% 上限金利 18%	銀行は貸金業ではないため、年収制限はない。 年齢制限、個人信用審査がある。 借入額に制限がある。
住宅ローン	～35 年 元利均等返済 元金均等返済	住宅金融支援機構の審査がある。 土地建物以外、たとえば家具類、住宅設備等は 銀行ローン利用、4%以上、期間は交渉。
債券		
割引債	リーマン・ショック以前は、割引債が小口であり、個人は購入できた。 現在、ゼロ金利政策のため、発行されていない。	
利付債券	個人向け国債と一部の企業の社債があるが少ない。一口の額が 1 万円、100 万円等。通常は 1 億円。	
株式	上場企業の株式は、通常は 1000 株が取引単位である。取引株数が 100 株からの小口化を証券取引所が、個人投資家を呼び込み、長期 保有による安定株主化のため、上場企業に進めている。 例えば、任天堂は 36,070 円 (2018/6/26 終値) 取引単位 100 株だが、 投資額は 3,607,000 円となる。	
投資信託	債券、株式は小口化できにくいので、投資信託委託会社が、テーマ別に、 投資家から小口資金を集め、信託財産を購入、信託会社に信託財産の 管理を委託する。投資信託委託会社は、テーマで設定された運用方針 にしたがい、信託会社に信託財産を運用指図する。投資家に対して、 定められた期日に信託報酬および監査報酬を差し引き、利息・配当等が あれば分配金を支払う。	
ETF (上場投資信託)	日経平均や TOPIX は、株価指数であり、ETF は、各株式の構成銘柄を その構成比率で保有し、投資信託証券として、基準化し、投資家に発行 する。ETF は、日経平均や TOPIX に連動した価格で変動し、証券市場で 売買できる。上場されていない投資信託は、証券会社を通じて売買 するので、現物の市場とは、即時性がない。	
J リート [日本版不動産投資信託]	投資法人 (投資信託および投資法人に関する法律に 基づく法人) が発行する証券を、投資家が購入し、主に、不動産の 賃料を分配し、その際、法人税が免除されるので、投資家には、収益が 多くなる。J リートは、証券取引所に上場されているので、投資家は 売却することもできる。	

以上の商品は、国内金融市場の金融商品であるが、銀行、証券会社を経由して、外国の金融市場の金融商品を売買できる。

金融商品	満期期間	最終利回り	取引単位 (1 口) 制限条件	購入法
外貨			200 万円まで、証明書なし	銀行等
外貨預金	年利子率		1 (ドル等) 本人確認	預金口座開設
外国債券				証券会社
外国株式				証券会社
外国投資信託				証券会社

金融先物・先渡し、金融デリバティブは、用語の定義を参考に挙げる。

先物・先渡し

「将来のある時期に決められた価格で受渡しする条件で、特定の商品を売買する取引」

F R A (Forward Rate Agreement 金利先渡し取引)

「預金の金利を将来の特定時点に事前に定めた価格で引き渡すことを約定する取引」

F X A (Forward Exchange Agreement 為替先渡し取引)

「為替を将来の特定時点に事前に定めた価格で引き渡すことを約定する取引」

スワップ

「将来の一定期間に起こる経済価値が等価であると考えられる2つのキャッシュフローを相対する当事者間で合意した条件のもとで支払い・受取りを行う取引」

オプション

「特定の商品(原資産)を将来のある時期に(あるいは時期までに)、特定の価格で買う権利(コール・オプション)もしくは売る権利(プット・オプション)を売買する取引」

国内金融市場における金融派生商品は、次のようなものがある。

金融商品	満期期間	権利行使価格	取引単位(1口)	権利行使期間	購入法
債券先物	3, 6, 9, 12 月限の 近いうち 2 限月	中心価格と 上下 3 本ずつ計 7 本	額面 1 億円	取引最終日 までいつでも	証券取引所
債券オプション 店頭	(最長 1 年)	任意	任意(額面 1 億円以上)	任意	証券会社
日本円短期金利先物	3, 6, 9, 12 月限の 近いうち 3 限月	中心価格と 上下 4 本ずつ計 9 本	元本 1 億円	取引最終日 までいつでも	証券取引所
株価指数オプション	直近連続 4 カ月	中心価格と 上下 2 本ずつ計 5 本	原資産の 1,000 倍	取引最終日 翌日の SQ による 自動権利行使のみ	証券取引所
東証リート指数先物	3, 6, 9, 12 月限の 近いうち 3 限月		指数の 1,000 倍円	取引最終日翌日 の SQ	証券取引所
東証リート指数 オプション	最長 5 年(日単位)	小数点以下 2 桁	指数の 1,000 倍円	取引最終日翌日 の SQ	証券取引所

日本国内で取引される金融商品は、さまざまな金融市場で取引される。金融商品は、満期期間、最終利回りの計算法、発行の方法、1口の金額、取引単位で分けられる。小口投資家の立場で、取引できる商品で分類する。

金融商品の特徴

満期期間 預金： 短期 3ヶ月, 6ヶ月, 1年
定期預金, 債券： 長期 2年, 3年, 5年, 10年, 20年

最終利回り 単利, 複利

発行方法 債券： 割引, 確定利付き, 変動利付き
株式： 公募市場, 私募

1口(ロット) 預金：1円から, 債券：1万円から

証券取引所 取引株単位：1株, 100株, 1000株

金融市場を分類する基準は、取引方法、取引期間、参加者の範囲、金融商品の種別、金融仲介者の違い、新規に発行されるか、すでに流通しているか、契約の種類で分けられる。これも、小口投資家が参加できる市場を取り上げる。

取引方法	相対(あいたい)取引(店頭取引)
	市場取引
取引期間	短期(1年未満)
	長期(1年以上)

金融市場	参加者の範囲	オープン市場
分類基準	金融商品の種別	現預金，債券，株式
	金融仲介者	(銀行) 現預金，貸付金，為替， 消費者ローン 住宅ローン (証券会社) 債券，株式，投資信託受託証券 (保険会社) 生命保険，養老保険，損害保険
	発行	発行市場 公社債，株式，IPO（新規株式発行） 流通市場
	契約	先物・先渡し市場 金融デリバティブ市場

3. 1 預貯金

預金取扱金融機関で，個人が預けることができる預金は普通預金，定期預金がある．ゆうちょ銀行では，さらに，定額預金がある．満期期間，最終利回りの計算法，発行の方法，1口の金額，取引単位で分けられる．

普通預金

満期期間 なし
最終利回り 単利
1口（ロット）1円から

定期預金

満期期間 短期 3ヶ月，6ヶ月，1年
長期 2年，3年
最終利回り 単利，複利，変動利子率
1口（ロット）1円から

定額預金（ゆうちょ銀行，預入限度額 2,600 万円まで）

満期期間 短期 6ヶ月
長期 10年
最終利回り 半年複利
1口（ロット）1,000円から

3. 2 外貨，外貨預金

外貨 外国通貨を保有，売買して，為替差益・差損を生じるときがある．

外貨預金 外貨で預金することができる．預金利子率は，国内利子率ではない．
円から外貨に両替するとき，為替レートが手数料分高い．預金を下ろすとき
両替するので，為替レートが手数料分低い．

外貨普通預金 満期期間 なし

預金利子率は、その外貨の利子率である。

外貨定期預金 満期期間 短期 3ヶ月, 6ヶ月, 1年

3. 3 制度住宅ローン

(詳細は、住宅金融支援機構の HP を参照.)

住宅ローンは、住宅金融支援機構と民間金融機関等で、規格化された住宅ローンの要件が定められている。タイプは、フラット 35, フラット 35S, フラット 50 などがある。各数字は、最長の返済期間である。返済方法は、元利均等毎月払い、または元金均等毎月払いがある。

3. 4 債券

満期期間、最終利回りの計算法、発行の方法、1 口の金額、取引単位で分けられる。債券を特徴付ける項目は次の通りである。

満期利回り	R_n
債券市場価格	P
1 期間当りのクーポン	C
償還価値	F
残存期間	n

- 1) 単利の最終利回りを R_n とする。各期間のクーポンはその債券に再投資されない。

$$R_n = \frac{C + (F - P) / n}{P}$$

- 2) 複利の最終利回りを R_n とする。クーポン C は再投資される。ただし、日本では発行されることは少ない。

$$P(1 + R_n)^n = C(1 + R_n)^{n-1} + C(1 + R_n)^{n-2} + \cdots + C(1 + R_n) + C + F$$

これを R_n について解く。

3. 5 株式

株式の発行と流通市場

満期期間、最終利回りの計算法、発行の方法、1 口の金額、取引単位で分けられる。株式の発行は、公募市場と私募の 2 種類がある。前者は証券取引所で発行される株式と未公開株式市場で発行される株式がある。

すでに、設立された株式会社の中で、資金調達を株式の発行で行う場合、増資という。増資には、株主割当増資、公募増資、第三者割当増資の 3 種類がある。

株式会社は、社債を発行でき、社債の種類に、普通社債、転換社債、新株引受権付社債（ワラント債）および無担保社債があるが、転換社債は株式に転換できる。新株引受権付社債（ワラント債）は、社債部分を残したまま、新株を購入できる。

配当割引モデル

1株あたり年配当 D を将来無限に受け取ることができるとする。収益率（安全資産利子＋危険負担率）を r とし、現在の株式価格を A_0 とすると、公式 2(金融数学 1)を使って

$$A_0 = \frac{D}{1+r} + \frac{D}{(1+r)^2} + \frac{D}{(1+r)^3} + \cdots = \frac{D}{r}$$

と表せ、**配当割引モデル**という。

株式価値には、解散価値＝純資産（資産－負債）(Book value)が含まれている。一株当たりの純資産(Book value Per Share)は、BPS と表され、配当割引モデルに、BPS を加える株価は、次のようになる。

$$A_0 = \text{BPS} + \frac{D}{r} .$$

3. 6 投資信託

債券、株式は小口化できにくいので、投資信託委託会社が、テーマ別に、投資家から小口資金を集め、信託財産を購入、信託会社に信託財産の管理を委託する。投資信託委託会社は、テーマで設定された運用方針にしたがい、信託会社に信託財産を運用指図する。投資家に対して、定められた期日に信託報酬および監査報酬を差し引き、利息・配当等があれば分配金を支払う。

ETF（上場投資信託）

日経平均や TOPIX は、株価指数であり、ETF は、各株式の構成銘柄をその構成比率で保有し、投資信託証券として、基準化し、投資家に発行する。ETF は、日経平均や TOPIX に連動した価格で変動し、証券市場で売買できる。上場されていない投資信託は、証券会社を通じて売買するので、現物の市場とは、即時性がない。

3. 7 Jリート[日本版不動産投資信託]

投資法人（投資信託および投資法人に関する法律に基づく法人）が発行する証券を、投資家が購入し、主に、不動産の賃料を分配し、その際、法人税が免除されるので、投資家には、収益が多くなる。Jリートは、証券取引所に上場されているので、投資家は売却することができる。

3. 8 債券先物と債券オプション

債券先物と債券オプションの仕組みと取引例を、旧東京証券取引所の HP より、引用した。

1) 債券先物取引の仕組み

- ・標準物（架空の国債） クーポン・レート 6%（年 2 回利払い） 残存期間 10 年の国債
- ・限月(3, 6, 9, 12 月), 売買単位（額面 1 億円）

- ・決済方法 2種類ある

反対売買

最終決済日現物受渡決済（変換係数による交換比率で現物授受）

- ・証拠金

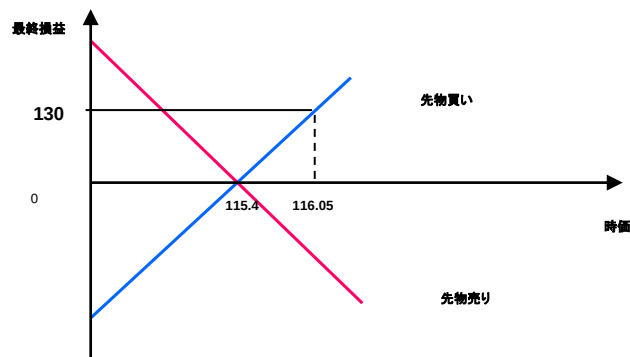
- ・取引コスト 委託手数料 取引所税

債券先物買の例（東証ホームページの例）

1. 長期国債先物を 115 円 40 銭（額面 100 円当たりの価格）で額面 2 億円買う。
証拠金を差し入れる。
2. その後、116 円 05 銭に値上がりしたので反対売買した。決済はその翌日にする。

$$\begin{aligned} \text{売買益} &= (\text{売値} - \text{買値}) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= (116.05 - 115.4) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= 130 \text{ 万円} \end{aligned}$$

3. 1 先物取引 損益図 (payoff diagram)



2) 債券オプション取引の仕組み

- ・ヨーロピアンとアメリカン

ヨーロピアンは満期日のみ、行使できるが、アメリカンは、満期日までならばいつでもできる。

- ・原資産
- ・限月、枚数（限月は満期月、枚数は、取引単位）
- ・プレミアム（権利の価格）
- ・権利放棄と権利行使

権利放棄は、権利を行使しない。権利行使は、オプション保有者が、買う権利または売る権利を行使し、原資産を買う、または売る。

- ・決済方法 反対売買（差金決済）最終決済日現物受渡決済
- ・証拠金 売り手のみ
- ・取引コスト 委託手数料 取引所税

債券コール・オプション買の例

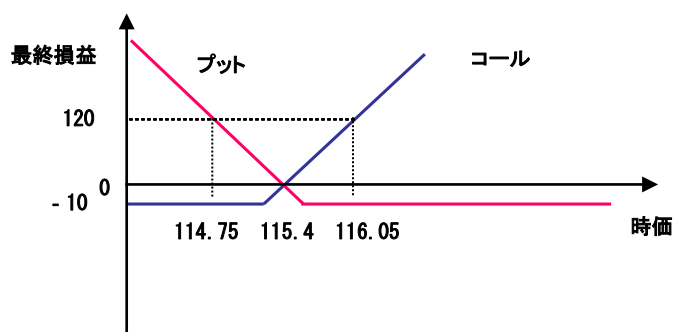
1. 長期国債コールを行使価格 115 円 40 銭 (額面 100 円当たりの価格) で額面 2 億円買う。
プレミアム: $0.05 \text{ 万円} \times 2 \text{ 億} \div 100 = 10 \text{ 万円}$ を支払う。
2. その後、決済日に 116 円 05 銭に値上がりしたので権利行使した。決済はその翌日にする。

$$\begin{aligned} \text{売買益} &= (\text{売値} - \text{行使価格} - \text{プレミアム}) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= (116.05 - 115.40 - 0.05) \times 2 \text{ 億円} \div 100 = 120 \text{ 万円} \end{aligned}$$

債券プット・オプション買の例

1. 長期国債プットを行使価格 115 円 40 銭 (額面 100 円当たりの価格) で額面 2 億円買う。
プレミアム: $0.05 \text{ 万円} \times 2 \text{ 億} \div 100 = 10 \text{ 万円}$ を支払う。
2. その後、決済日に 114.75 円 05 銭に値下がりしたので権利行使した。決済はその翌日にする。

$$\begin{aligned} \text{売買益} &= (\text{行使価格} - \text{売値} - \text{プレミアム}) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= (115.40 - 114.75 - 0.05) \times 2 \text{ 億円} \div 100 = 120 \text{ 万円} \end{aligned}$$



3.2 債券オプションの損益図

債券先物オプションの取引の実際

2008 年 1 月 10 日 (2 月物, 東証, 円・枚)

コール

行使価格	終値	前日比	売買高	建玉(たてぎよく)
137.5	0.62	+0.18	851	2205
138.0	0.39	+0.16	2691	3969
138.5	0.21	+0.08	2170	2192
139.0	0.08	+0.05	2460	2882
139.5	0.04	+0.02	101	475

プット

行使価格	終値	前日比	売買高	建玉
135.5	0.03	-0.01	344	2262
136.0	0.05	-0.03	225	2621
136.5	0.10	-0.06	1163	3513
137.0	0.20	-0.11	3418	2933
137.5	0.38	-0.12	2486	2853

3. 9 金融資産・負債の評価

1) 間接金融市場 現在 0, 将来 1, 2 で表す.

現在価値 A_0 の将来価値 A_1 (1 年満期の預金の元利合計) $A_1 = (1+i) A_0$

将来価値 A_1 の割引現在価値 A_0 $A_0 = A_1 / (1+i)$

預金 2 年定期預金の元利合計 A_2 は, 元金 A_0 , 利子率 i と表すと

$$\text{単利} \quad A_2 = (1+2i) A_0$$

$$\text{複利} \quad A_2 = (1+i)^2 A_0$$

固定返済型ローン (消費者ローン・住宅ローン)

満期期間 n 年, 利子率 i , 借入金 L_0 は

$$L_0 = \frac{FR}{1+i} + \frac{FR}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{FR}{(1+i)^n}$$

と表せるから, 固定返済額 FR (元利均等払) は, 公式 1 (金融数学 1) を使って

$$\begin{aligned} FR &= L_0 \div \left\{ \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} \right\} \\ &= L_0 \times i(1+i)^n / \{(1+i)^n - 1\} \end{aligned}$$

元金均等払い型ローン (住宅ローン)

元金均等払いは, 毎回の元金返済を均等にする返済方式である. t 回目の返済額を R_t とする. 毎回元金均等分 L_0/n を残存年数間, 単利で運用する.

$$R_t = \frac{L_0}{n} \times \{1 + (n-t+1) \times i\}$$

総返済額 R は,

$$R = \sum_{t=1}^n \frac{L_0}{n} \times \{1 + (n-t+1) \times i\} = L_0 + \frac{L_0}{n} \times i \times \frac{n(n+1)}{2}$$

このように, 元金均等払いは, 元金と利払いが分離する.

2) 直接金融市場の金融商品

割引債 額面 A_1 , 利子率 i , 満期期間 1 年とし, 市場価格は現在価値 A_0 であり, 満期時に額面 A_1 が償還される.

$$A_0 = A_1 / (1+i)$$

国債 額面 A , クーポン C , 満期期間 n 年, 市場利子率 i とし, 発行時の市場価格 A_0 は,

$$A_0 = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{C+A}{(1+i)^n}$$

証券取引所では, 10 年国債の場合, 額面 100 円, クーポン 6 円, 満期期間 10 年で標準化される.

実際に発行されている国債は, クーポンは, 市場利子率の実勢に応じて, 発行されるから, 10 年国債は存在しない. 現物を購入したい顧客は, 10 年国債を基準に, クーポン, 残存期間に応じて, 交換比率 (conversion factor) が計算される.

株式 1 株あたり年配当 D を将来無限に受け取ることができるとする. 配当割引モデルにおいて, 収益率 (安全資産利子率 + 危険負担率) を r とし, 市場株式価格を A_0 とすると, 永久債と同様に

$$A_0 = \frac{D}{1+r} + \frac{D}{(1+r)^2} + \frac{D}{(1+r)^3} + \cdots = \frac{D}{r}$$

配当モデルでは, 株価に, 現在解散価値 (純資産 = 資産 - 負債) (Book value) が含まれている.

株式価格に, 一株当たり解散価値 BPS (Book value Per Share) を加えて表すと

$$A_0 = \text{BPS} + \frac{D}{r}.$$

投資信託の評価 投資信託受益証券は, 投資信託会社が, 投資方針で, 投資家から資金を募集し, 資産を購入, 当初 10,000 口, 10,000 円を当初の基準価格とする. 総資産の各時点での評価額を投資口数で割って, 時価の基準価格が新聞に公表される.

口数の計算法 (10,000 円で、ある投資信託を購入する場合) 次の比例式から

10,000 (円) 投資額 対 基準価格 (円) = x (口数) 対 10,000 (口数)

$$x(\text{口数}) = \{10,000 (\text{円}) \text{ 投資額} \div \text{基準価格}\} \times 10,000 (\text{口数})$$

償還期間が無期限から, 1 年未満まである. 購入時に買付手数料がかかり, 商品保管のための信託報酬料がかかる. 投資信託は, 利息や配当が定期的に確定するが, それらは, 口数に応じて分配され, 追加投資されるか, 税引き後, 払い出される.

投資方針 は, 株式, 債券, REIT, バランス等がある. それぞれ, 国内資産と国際資産がある. 国際地域別がある. 商品は, 目論見書の閲覧確認が義務化されているので, 必ず, 投資方針の確認はしなければならない.

格付け (レーティング) 各商品は, モーニングスター社等の格付け会社によって, 格付け (レーティング) してある.

買付手数料 がかかるが, 手数料 0 円もある.

信託報酬料は、商品ごとで、違いがある。

練習問題

1. 1年満期の定期預金に、年利子率 0.25% で 10,000 円預金すると、1年後の元利合計は () 円である。
2. 利子率が、年 1% のとき、1年後の 1 万円を現在価値に割り引くと、() 円である。(分数で答えてよい。少数以下は切り捨てること)
3. 茂木太郎が自動車事故の示談金 10 万円を貸金業者から、満期期間 2 年、利子率 18%、固定返済型で借り入れるとき、1 年分の固定返済額は () 円となる。(少数以下は切り捨てること)
4. 1年満期期間で、額面 100 円の割引債が、現在、98 円で販売されていれば、その利回りは、() % である。(少数以下は切り捨てること)

解答 1. (10,025) 2. (10,000/1.01 または 9,900) 3. (63,871) 4. (2)

解法 1. $10,000 \times (1 + 0.0025)$ 2. $10,000 / (1 + 0.01)$

3. $100,000 = \frac{FR}{1 + 0.18} + \frac{FR}{(1 + 0.18)^2}$
 $100,000 \times 1.18 \times 1.18 = (1.18 + 1) FR, FR = 13924 \div 2.18 \div 63,871$
4. $98 = 100 / (1 + x), x = 100 \div 98 - 1 = 0.0204$

4. 資産市場における行動理論

一般的に、「人は、一生涯の消費・貯蓄計画を立てて生活をするものであり、生涯、消費生活の効用を維持するために、貯蓄を通じて、消費を各期にわたって平準化し、遺産はなく、生涯を終える」と考えるというのが、**ライフ・サイクル仮説**である。

異世代消費ローン・モデルは、「ライフ・サイクル仮説のもとで、現役世代と退職世代に分け、現役世代の中で、将来所得増が見込めるものは借入ができ、すでに貯蓄がある世代は、貸すことができる。消費ローン市場において、貸付利子率が決まる。」ことを示す。

現役世代は、退職まで、月給とボーナス等の臨時所得がある。毎月の貯蓄額は、金融商品の選択により、蓄積される。資産蓄積方法には、**資産選択理論**がある。これは、多様な金融商品は、予定された収益を確実に得られるわけではない。商品の平均収益率とその実現値の散らばり具合（分散）を考慮して、商品を分散投資した方が、1つの商品に集中投資するより、希望する収益率を実現しやすい。資産選択理論は、投資家の最適な分散投資の方法を決定する。

資産市場において、異世代消費ローン・モデルをもちいて、現物資産と先物資産の均衡を求めることができる。資産選択論による最適な分散投資をする投資家が資産市場に参加

する場合、資産市場均衡を求めることができる。

4. 1 実質消費・実質貯蓄理論

ライフ・サイクル仮説を、壮年世代の消費・貯蓄の決定を 2 期間モデルで考える。このモデルは、大卒の公務員試験等で出題される典型的な問題である。ラグランジュ未定乗数法で解くのが決まりであるが、より簡単に、中学校数学の完全平方に変形して、解く。

壮年世代は、第 1 期に貯蓄できるが、第 2 期に、貯蓄と所得をすべて使い切り、遺産を残さない。各期間の実質消費を c_0 , c_1 , 各期間の実質所得を y_0 , y_1 とする。壮年世代の効用関数を $u = c_0 c_1$ とする。初期資産を a_0 とする。貯蓄できるから、貯蓄を s_0 とし、金融市場において、利子率 i で資産運用できるとする。(名目値を使うのであれば、すべて、円表示である。)

第 1 期の予算制約式は、

$$c_0 + s_0 = a_0 + y_0 \quad 4. 1$$

である。第 2 期の予算制約式は遺産がないから、

$$c_1 = s_0(1+i) + y_1, \quad 4. 2$$

ここで、貯蓄は $s_0 = a_0 + y_0 - c_0$ である。これを 4. 2 式に代入し、 $1+i$ で両辺を割ると 2 期間を通算した予算制約式 4. 3 がえられる。

$$c_0 + c_1/(1+i) = a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \quad 4. 3$$

壮年世代の消費・貯蓄の決定問題は次のようになる。

問題 4. 1 2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = a_0 + y_0 + y_1/(1+i)$ のもとで、壮年世代の効用関数を $u = c_0 c_1$ を最大にする各期間の実質消費 c_0 , c_1 を求めよ。

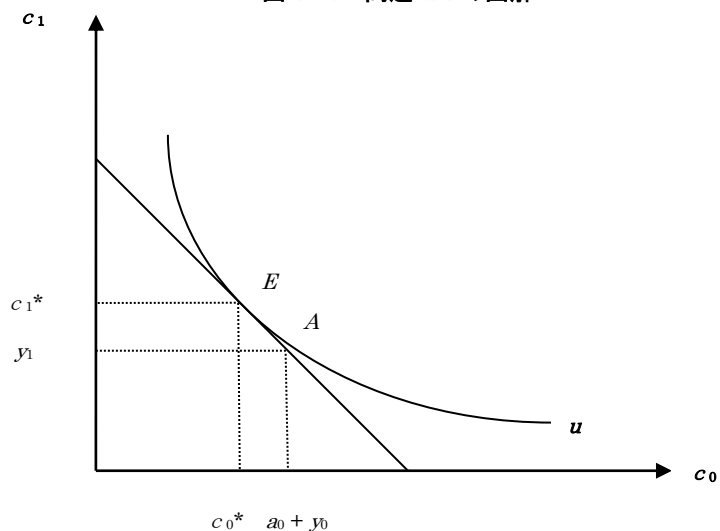
解 異時間効用関数 $u = c_0 c_1$ に予算制約式 4. 2 から、 $c_1 = s_0(1+i) + y_1 = (a_0 + y_0 - c_0)(1+i) + y_1$ を代入し、完全平方式に変形する。

$$\begin{aligned} u = c_0 c_1 &= c_0 \{ (a_0 + y_0 - c_0)(1+i) + y_1 \} = -(1+i)[c_0^2 + \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \} c_0] \\ &= -(1+i) \{ c_0 - \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \} / 2 \}^2 + (1+i) \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \}^2 / 4. \end{aligned}$$

完全平方の $c_0 - \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \} / 2 = 0$ のとき、効用は最大となる。

$$c_0^* = \frac{a_0 + y_0 + y_1/(1+i)}{2}, \quad c_1^* = (1+i) \left\{ \frac{a_0 + y_0 + y_1/(1+i)}{2} \right\}, \quad s_0^* = \frac{a_0 + y_0 - y_1/(1+i)}{2} \quad \square$$

図 4. 1 問題 4.1 の図解



貯蓄曲線と所得変化によるシフト

問題 4.1 から、貯蓄関数は、

$$s_0^* = \frac{a_0 + y_0 - y_1/(1+i)}{2} = \frac{a_0 + y_0}{2} - \frac{y_1}{1+i}$$

貯蓄 s_0^* と利子率 i は反比例の関係がある。第 1 期の所得が y_0' に増加すると、図 4.2 のように貯蓄曲線は、右へシフトする。

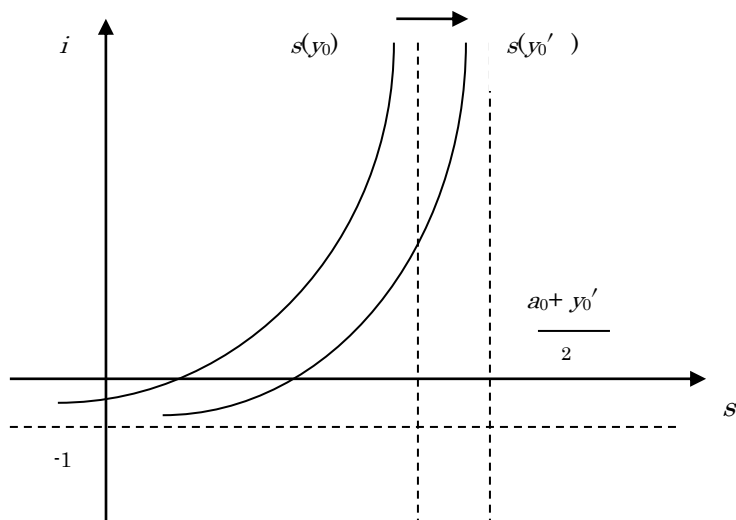


図 4. 2 貯蓄曲線のシフト

消費ローン・モデル

若年世代の場合、初期資産 a_0 は持たない。次期の所得の方が多いから、 $y_0 < y_1$ である。借り入れが可能であるから、利子率 i で借入を $b_0 = c_0 - y_0 > 0$ とする。借入額 b_0 を消費す

るので、第 1 期の予算制約式は、 $c_0 = b_0 + y_0$ 、第 2 期の予算制約式は、返済するので、 $c_1 + b_0(1+i) = y_1$ である。第 2 期の予算制約式を $b_0 = y_1/(1+i) - c_1/(1+i)$ に変形し、2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = y_0 + y_1/(1+i)$ を作る。

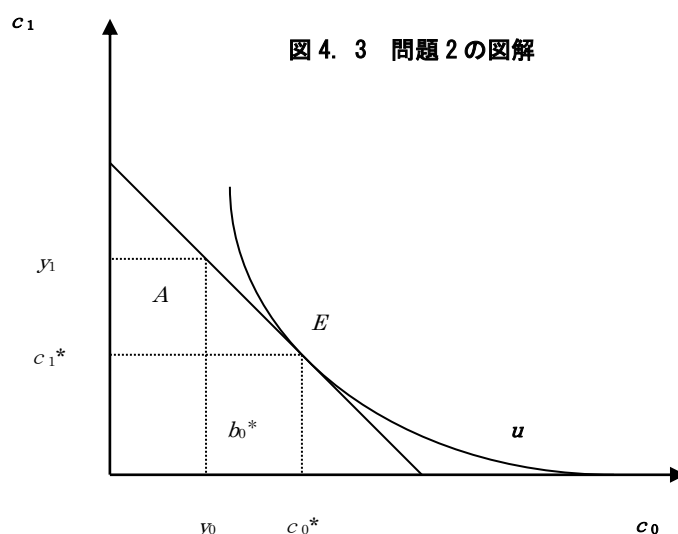
問題 4.2 2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = y_0 + y_1/(1+i)$ のもとで、若年世代の効用関数を $u = c_0 c_1$ を最大にする各期間の実質消費 c_0 、 c_1 を求めよ。

解 完全平方に変形して解く。

$$u = c_0 c_1 = c_0 \{ (y_0 - c_0)(1+i) + y_1 \} = -(1+i)[c_0^2 + \{y_0 + y_1/(1+i)\} c_0] \\ = -(1+i) \{ c_0 - \{y_0 + y_1/(1+i)\} / 2 \}^2 + (1+i) \{y_0 + y_1/(1+i)\}^2 / 4.$$

完全平方の $c_0 - \{y_0 + y_1/(1+i)\} / 2 = 0$ のとき、効用は最大となる。

$$c_0^* = \frac{y_0 + y_1/(1+i)}{2}, \quad c_1^* = (1+i) \left\{ \frac{y_0 + y_1/(1+i)}{2} \right\}, \quad b_0^* = c_0^* - y_0 = \frac{y_1 - y_0(1+i)}{2(1+i)} \quad \square$$



借入曲線と所得変化によるシフト

問題 4.2 から、借入関数は、

$$b_0^* = \frac{y_1 - y_0(1+i)}{2(1+i)}$$

借入 b_0^* と利子率 i は反比例の関係がある。図 4.4 において、市場の集計した貯蓄曲線 s_0 とし、市場の集計した借入曲線 b_0 とした場合、交点 E において、均衡利子率と借入額＝貯蓄額になる。第 1 期の所得が y_0' に増加すると、図 4.4 のように、借入曲線は、左へシフトする。交点 E' は、左へシフトし、均衡利子率は低下、借入額＝貯蓄額は減少する。

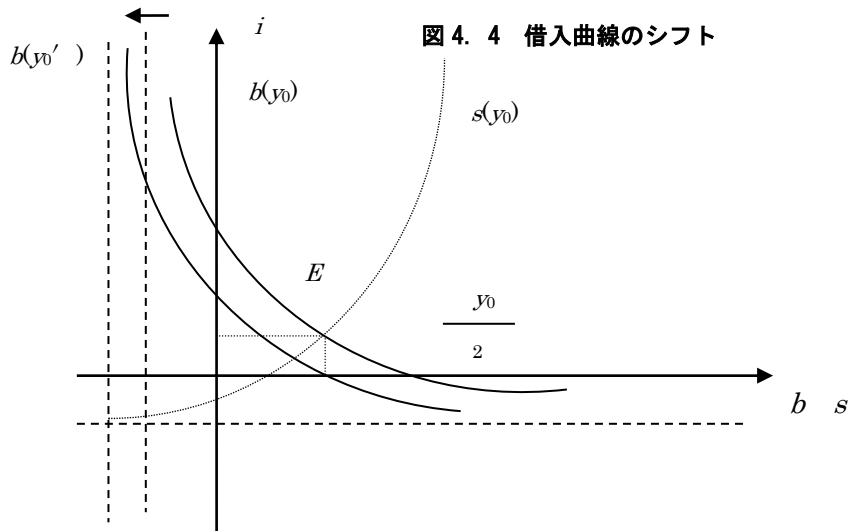


図 4. 4 借入曲線のシフト

問題 4. 1 も問題 4. 2 も，最適消費額は，ともに，2 期間の現在価値所得の平均 $\{y_0 + y_1 / (1 + i)\} / 2$ が共通になっている．したがって，このタイプの効用関数では，ライフ・サイクル計画を立てる場合，全所得の現在価値合計の平均値に，各期の複利 $(1 + i)^{n-1}$ をかければよい．

4. 2 貨幣一時的一般均衡理論

2 期間貨幣一時的一般均衡モデルによって，財市場を考え，財価格と貨幣残高を決定する．確実性下の予算制約式に，貨幣残高が入り，消費者は期間 2 の財価格に対して，主観的予想をする．消費者は 2 期間の最適化をし，所与の市場価格に対して，市場均衡条件をみたす市場均衡で，財と貨幣を交換する．

例として，消費者の効用関数を期間で分離可能とし，最適解を求めることを示す．

ライフ・サイクル仮説を，消費者の消費・貯蓄の決定を 2 期間モデルで考える．消費者は，第 1 期に貨幣で貯蓄できるが，第 2 期に，貯蓄と所得をすべて使い切り，遺産を，残さない．各期間の 1 消費財があり， c_1, c_2 が消費量，各期間の所得を同じ財でもらうとして， e_1, e_2 とする．期間 1 の消費財価格を p_1 ，期間 2 の主観的予想価格を p_2 とする．

2 期間の効用関数を $u = c_1 c_2$ とする．初期貨幣残高を m_0 とする．期間 2 の貨幣残高を m_1 とする（円表示である）．

第 1 期の予算制約式は，

$$p_1 c_1 + m_1 = p_1 e_1 + m_0 \quad 4. 4$$

である．第 2 期の予算制約式は遺産がないから，

$$p_2 c_2 = p_2 e_2 + m_1, \quad 4. 5$$

ここで，貯蓄は $m_1 = p_1 e_1 + m_0 - p_1 c_1$ である．これを 4. 5 式に代入し，2 期間を通算した予算制約式 4. 6 がえられる．

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0 \quad 4. 6$$

2 期間の消費・貯蓄の決定問題は次のようになる．

問題 4.3 期間 1 の消費財価格 p_1 , 期間 2 の主観的予想価格 p_2 , 期間 1, 期間 2 の所得 e_1 , e_2 , 貨幣残高 m_0 を所与とし, 2 期間の予算制約式 $p_1 c_1 + p_2 c_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0$ のもとで, 効用関数を $u = c_1 c_2$ を最大にする各期間の消費量 c_1 , c_2 および貨幣残高 m_1 を求めよ.

解 異時間効用関数 $u = c_1 c_2$ に予算制約式 4.6 から, $c_2 = (-p_1 c_1 + p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / p_2$ を代入し, 完全平方式に変形する.

$$\begin{aligned} u = c_1 c_2 &= c_1 \{(-p_1 c_1 + p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / p_2\} = -\{p_1 c_1^2 + (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) c_1 / p_2\} \\ &= -(p_1 / p_2) \{c_1 - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2 p_1\}^2 + (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0)^2 / 4 p_1 p_2. \end{aligned}$$

完全平方の $c_1 - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2 p_1 = 0$ のとき, 効用は最大となる.

$$m_1 = p_1 e_1 + m_0 - p_1 c_1 = p_1 e_1 + m_0 - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2 = (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2$$

$$c_1^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0}{2 p_1}, \quad c_2^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0}{2 p_2}, \quad m_1^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0}{2}.$$

□

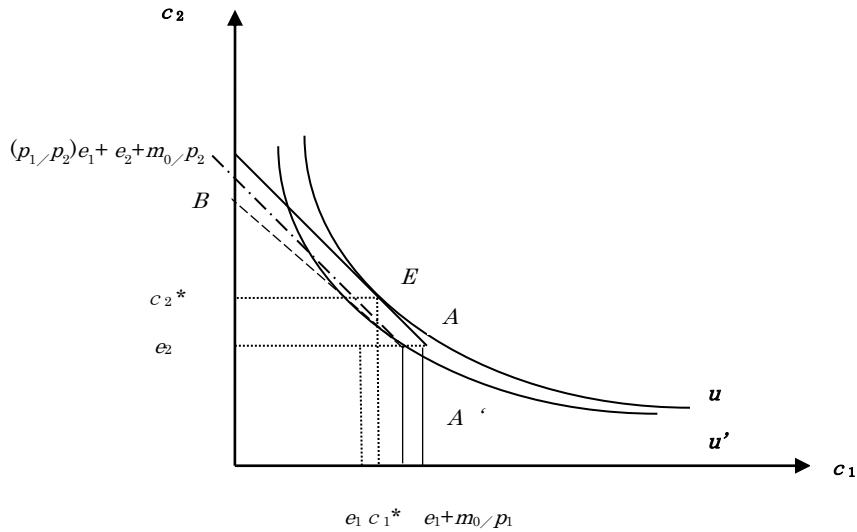
図 4.5 に, 最適解の点 E を示している. 貨幣残高 m_0 があるため, 消費は期間 1 では, $e_1 + m_0 / p_1$ まで可能である.

問題は, 予想価格 p_2 である. 現在価格 p_1 と同じ p_2 を予想している場合, p_1 が十分低い水準から, 上昇させるならば, 予算線 EA の傾きは変化せず, 左側に並行移動し, 新均衡点では, 消費財の需要は減少する. これは, 実質貨幣残高が減少するためで, 実質残高効果という.

ところが, 消費者が, p_1 に比例以上に, インフレーション $p_1 < p_2$ を予想していると, 予算線の傾きは EA より, BA' のように傾斜が緩やかになる. 需要は, いったん, 左へ移動する実質残高効果で減少するが, 次に, 効用線 u' 上に移動する異時間代替効果が働き, 需要が増加する場合がある. デフレーションの場合は, 傾きは急になる. 均衡点は, 右に移動する.

すべての消費者は, インフレーション $p_1 < p_2$ を予想し, 初期の貨幣残高 m_0 を保有しているとする. 財市場において, p_1 が十分低いとき, 競り価格 p_1 を上げると, 個別超過需要 $c_1 - e_1$ は, 正である. 財市場の総超過需要がゼロにならないので, 市場は均衡しない. しかし, 少なくとも一人の消費者が予想価格 p_2 を固定していると, その人の縦軸切片 $(p_1 / p_2) e_1 + e_2 + m_0 / p_2$ は, 横軸切片 $e_1 + m_0 / p_1$ とともに平行移動するから, 個別超過需要は 0 になって行き, 市場は均衡する. 貨幣をもつ一般均衡理論では, 予想条件で, 市場均衡しない場合がある.

図 4. 5 問題 4. 3 の図解



消費ローン・モデル

貨幣モデルにおいて、消費ローン，耐久財，例えば，車，住宅ローンの場合，銀行等から，借り入れる．3 期間モデルで示す．

若年世代の場合，初期資産 a_0 を持たないとする．次期の所得の方が多いから，貨幣所得 $w_1m_1 < w_2m_2 < w_3m_3$ である．ここで， w_1 ， w_2 ， w_3 は，時給， w_1 ， w_2 ， w_3 は，労働時間である．借り入れが可能であるから，利子率 i で借入を貨幣額 $b_0 > 0$ とする．借入額 b_0 で耐久財車 1 台を買うので，第 1 期の予算制約式は， $p_1c_1 + p_{a0} \times 1 = w_1m_1 + b_0$ ，第 2 期の予算制約式は，返済するので， $p_2c_2 + l_1 = w_2m_2$ である．第 3 期の予算式は， $p_3c_3 + l_1 = w_3m_3$ である．第 4 期では，返済は終わり， $p_4c_4 = w_4m_4$ ．

消費者は，銀行と借入の交渉をし，元利均等払いで，2 期間で返済する．借入額 b_0 は，契約時の車の販売価格 p_{a0} である．3.9 節(1)の公式から， $b_0 = \frac{l_1}{1+i} + \frac{l_1}{(1+i)^2}$ となる．

$l_1 = b_0 \times (1+i)^2 / (2+i)$ である．

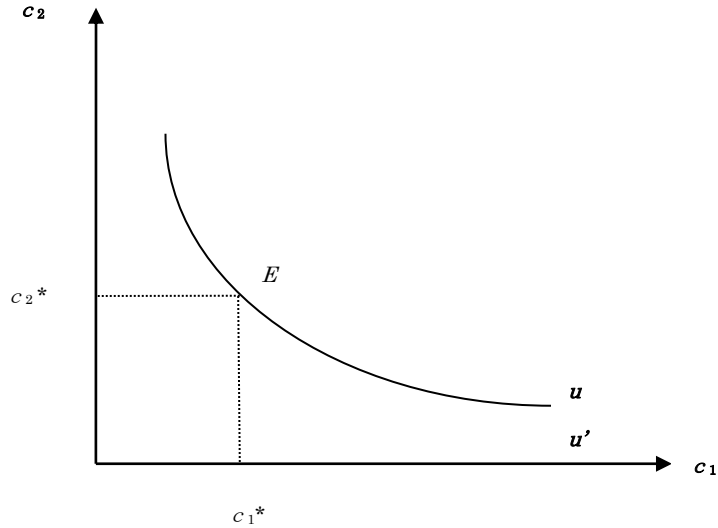
3 期間の消費ローンの決定問題は次のようになる．各期間に，貨幣貯蓄を入れるならば，問題 4.3 のように，価格予想と利子率予想が入ってくる．問題はダイナミック・プログラムで解くことになる．今後の課題とする．

問題 4.4 期間 1 の消費財価格 p_1 ，車の価格 p_{a0} ，期間 2 の主観的予想価格 p_2 ， p_3 ， p_4 ，借入金 b_0 ，返済金 l_1 ，期間 1，期間 2，期間 3，期間 4 の貨幣所得 $w_1m_1 < w_2m_2 < w_3m_3 < w_4m_4$ を所与とし，各期間の予算制約式は， $p_1c_1 + p_{a0} \times 1 = w_1m_1 + b_0$ ， $p_2c_2 + l_1 = w_2m_2$ ， $p_3c_3 + l_1 = w_3m_3$ ， $p_4c_4 = w_4m_4$ ．

効用関数を $u = c_1c_2c_3c_4$ を最大にする各期間の消費量 c_1 ， c_2 ， c_3 ， c_4 を求めよ．

解 消費者が次期に貨幣を貯蓄しないために、引き続く 2 期間に、変数がない。消費財は合成財で 1 財である。各期の予算制約式から、逐次、消費量を求める。期間 4 から、 $c_4^* = w_4 n_4 / p_4$ 。期間 3 において、 $c_3^* = w_3 n_3 - h_1$ 、 $c_2^* = w_2 n_2 - h_1$ 、 $c_1^* = w_1 n_1 - p_{d0} \times 1 - h_1$ である。□

図 4. 6 問題 4. 4 の図解



4.3 3 資産現物・先物一時的一般均衡理論

不確実性下 2 期間貨幣一時的一般均衡モデルによって、3 資産(預金、債券、株式)市場を考え、預金、債券、株式の現物価格、預金、債券、株式の先物価格を決定する。(一般化した多期間貨幣一時的一般均衡モデルは、西村和志『多期間一般均衡モデルの確率的動学』晃洋書房、2018 年、第 10 章および第 11 章に証明がある。)ここでは、3 資産がある現物・先物市場において、消費者は、価格不確実性に対して、主観的確率分布をもち、予算制約式のもと、2 期間の最適化をし、所与の価格に対して、市場均衡条件をみたす、均衡解で、資産を交換する。効用関数をコブ・ダグラス型と仮定すれば、最適解が求められる。確率分布も一様分布を仮定すると、先物最適解も求められる。

資産市場における消費者の行動と計画

消費者は、貨幣 $m_0 \in R_+$ 、永久債の賦存量 $b_0 \in R_+$ をもつ。計画時の期首に、消費者は負債をもっていないとする。また、消費者は、市場が開かれる前、株式 $k_0 \geq 0$ をもつ。

仮定 4. 1 $m_0 > 0$, $b_0 \gg 0$ とする。

また、消費者は、市場が開かれる前、株式 $k_0 \geq 0$ をもつ。

仮定 4. 2 $k_0 \geq 0$ とする.

行動と計画

2 期間の預金の流れを $d = (d_1, d_2) \in R_+^2$, 2 期間の債券の流れを, $b = (b_1, b_2) \in R_+^2$, 株式の流れを, $k = (k_1, k_2) \in R_+^2$ とする. 今期の先物市場における債券先物契約を c_{b2} とする. 消費者は, $c_{b2} > 0$ であれば, 期間 2 の期首に債券を受け取る. $c_{b2} < 0$ であれば, その逆である. 同様に, 今期の先物市場における株式先物契約を c_{k2} とする. 消費者は, $c_{k2} > 0$ であれば, 期間 2 の期首に株式を受け取る. $c_{k2} < 0$ であれば, その逆である.

消費者は, 期間 1 において, 現物資産市場において, 預金, 将来債券および株式保有計画を決定する. その後, 資産先物市場において, 債券および株式先物契約を結ぶ. 期間 1 において, 消費者が現物市場と先物市場での取引を決定することを行動 (action) と呼び, $a_1 = (d_1, b_1, k_1, c_{b2}, c_{k2}) \in R_+^3 \times R^3$ で表す. 次に, 期間 2 の現物市場において, 消費者が取引を決定することを計画 (plans) と呼ぶ. 期間 2 の計画を $a_2 = (d_2, b_2, k_2) \in R_+^3$ で表す.

期間 1 において, 市場価格ベクトルは, $p^1 = (p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}, q_{b1}, q_{k1}) \in R_+^5 / \{0\}$ であり, ここで, 1 は, 貨幣の価格であり, p^1 は, 預金・債券・株式の現物価格であり, q は債券・株式の先物価格である. 期間 2 の市場価格ベクトルは, $p^2 = (p_{d2}, p_{b2}, p_{k2}) \in R_+^3$ である.

効用関数

消費者が, 資産流れ $(d_1, d_2, b_1, b_2, k_1, k_2)$ を選択する際に, 期間 1 の資産選択行動の成果 (d_1, b_1, k_1) は, 確実性下にあり, 期間 2 の資産選択行動の成果 (d_2, b_2, k_2) は, 不確実性下にあるとする. 消費者の資産流れに対する選好は, von Neumann-Morgenstern の期待効用最大化の仮説をみたとす.

仮定 4. 3 $v = u_1 + \int_{R_+^3} u_2 d\mu$. 4. 7

予想形成

期間 2 の現物価格の予想は, 先物市場価格 q に対して, 各期間の現物価格の確率分布 $\phi(q)$ を対応させる. これを将来価格の予想形成という.

仮定 4. 4 $\phi(q) : R_+^2 / \{0\} \rightarrow \mathcal{M}(R_+)$.

- (1) 予想形成 $\phi(q)$ は, $\mathcal{M}(R_+)$ が確率測度の弱収束の位相をもつとき連続である.
- (2) すべての $q \in R_+^2 / \{0\}$ に対して, $\text{int co supp } \phi(q) \neq \emptyset$.
- (3) すべての $q \in R_+^2 / \{0\}$ に対して, $\phi(q)(\text{int } R_+^2) = 1$.

(1) は, 確率分布 $\phi(q)$ の連続性を仮定すると, $\int_{R_+^2} u_2 d\mu$ は連続関数になる. (2) は,

予想価格分布 $\phi(q)$ の定義域が空集合ではない. 消費者の主観的均衡のための必要十分条件を表す. (3) は, 1 点予想を排除する仮定である.

4.7 式に, 最適債券量を価格の関数で求め, von Neumann-Morgenstern 効用関数 u に代入し, 資産量の予想分布 μ を変数変換して, 次の予想価格分布 $\phi(q)$ による期待効用 v を求める.

$$\text{仮定 4. 5} \quad v = u_1 + \int_{R^+} u_2(d_2^*(p^1), b_2^*(p^1), k_2^*(p^1)) d\phi(q). \quad 4. 8$$

現物市場に対する予算制約式

消費者は, 現在においても将来においても, プライス・テーカーであるから, 期間 1 において, 価格ベクトル p^1 を所与として, $p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 \leq m_0 + p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0$ に制約された行動 (d_1, b_1, k_1) を選択しなければならない. 次に, 期間 2 で不確実性下にあるため, 消費者は, 期間 2 で実現する現物価格 p^2 を所与として, 計画 (d_2, b_2, k_2) を立てる. 期間 2 の予算制約集合は, $p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 \leq p_{d2} \cdot d_1 + p_{b2} \cdot b_1 + p_{k2} \cdot k_1$ と表す.

選好ルール

期待効用関数 v は, 市場価格 p^1 を所与として, 任意の行動 a_1, a_1' に対して, 成果の空間で定義された選好関係 $\succeq^c$ と次の関係があるとする.

p^1 を所与とし, 任意の行動 $a_1, a_1' \in \beta_1(p^1)$ に対して, $v(p^1, a_1) \geq v(p^1, a_1')$ であるならば, そのときにかぎり, $a_1 \succeq_{p^1}^c a_1'$ とする.

現物・先物市場における消費者の最適化

消費者の最適化問題は, 次のように設定される. 価格ベクトル p^1 と賦存量 (m_0, b_0, k_0) を所与として, 予算制約式のもとで, 期待効用関数 v を最大にする行動 (d_1, b_1, k_1) および計画 (d_2, b_2, k_2) を決定する.

この最適化問題は, ダイナミック・プログラミングによって解く. ステップ 1 では, 次の問題を解いて, 行動 (d_1, b_1, k_1) を決定する.

現物市場における消費者の最適化

消費者の最適化問題は, 次のように設定される. 価格ベクトル p^1 と賦存量 (m_0, b_0, k_0) を所与として, 仮定 4. 3, 4. 4, 4. 5, 集合 β_1, β_2 のもとで, 期待効用関数 v を最大にする行動 (d_1, b_1, k_1) および計画 (d_2, b_2, k_2) を決定する.

この最適化問題は, ダイナミック・プログラミングによって解く. 2 段階で解が求められる. 第 1 段階は, 期間 2 の価格 p^2 を所与とし, 期間 2 の予算制約式の下で, 効用関数 u を最大化することにより, 期間 2 の計画 (d_2, b_2, k_2) を決定する. そして, 第 1 問題の解 d_2^*, b_2^*, k_2^* を期待効用関数 v に代入し, 第 2 段階の問題に進む. ステップ 1 では, 次の問題を解く.

問題 4. 5 $(p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}), (m_0, b_0, k_0)$ を所与として,

$$\begin{aligned} \max_{\{b_1, k_1\}} \quad & u_1(d_1, b_1, k_1), \text{ subject to } p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 = m_0 + p_{b1} \cdot b_0 \\ & + p_{k1} \cdot k_0. \end{aligned}$$

解 ラグンジュ関数 L は, 次のように書かれる.

$L = u_1(d_1, b_1, k_1) - \lambda (p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 - m_0 - p_{b1} \cdot b_0 - p_{k1} \cdot k_0)$. 必要条件は,

$$\frac{\partial u_1}{\partial d_1} = \lambda p_{d1}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial b_1} = \lambda p_{b1}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial k_1} = \lambda p_{k1},$$

$$p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 - m_0 - p_{b1} \cdot b_0 - p_{k1} \cdot k_0 = 0.$$

u_1 は, 凹関数であるから, これらの条件は, 解の必要十分条件となる. 解の存在は明らかであるから, 解を $d_1^*, b_1^*, k_1^*, \lambda^*$ とする. $\square$

先物市場に対する予算制約式

現物市場の最適化問題 4. 1 から, 最適預金量 d_1^* , 最適債券量 b_1^* , 最適株式量 k_1^* が求められた. 先物市場では, 自己清算取引戦略 $(q_{b2}, q_{k2}) \cdot (c_{b2}, c_{k2}) = 0$ が予算制約式となる. これにより, 自己清算取引戦略であれば, いかなる契約価格 $q = (q_{b2}, q_{k2})$ であっても, 富 $W_2 = p_{d2} \cdot (d_1^*) + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})$ はヘッジされる.

仮定 4. 6 $(q_{b2}, q_{k2}) \cdot (c_{b2}, c_{k2}) = 0$.

先物市場における消費者の予算制約式は,

$$\beta_{2^c}(p^2) = \{(d_2, b_2, k_2) \in A_2 \mid p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 \leq p_{d2} \cdot d_1^* + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})\} \text{ と表す.}$$

期間 2 の期首における支払い可能条件を次のように仮定する.

仮定 4. 7 任意の $(p_{d2}, p_{b2}, p_{k2}) \in \text{supp } \phi(q)$ に対して, $p_{d2} \cdot d_1^* + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) \geq 0$.

先物市場における消費者の最適化

2 期間の効用関数から第 2 期の最適消費量を決定し, それを第 2 期の効用関数に代入し, 予想価格の分布で期待効用を取り, 期待効用を最大にする先物契約量 c を求める.

問題 4. 6 $p^2 \gg 0, b_1^*, k_1^* \geq 0$ を所与として

$$\begin{aligned} \max_{\{d_2, b_2, k_2\}} \quad & u_2(d_2, b_2, k_2), \text{ subject to } p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 = p_{d2} \cdot d_1^* + \\ & p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}). \end{aligned}$$

解 $L = u_2(d_2, b_2, k_2) - \lambda \{ p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 - p_{d2} \cdot d_1^* - p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) - p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) \}$ とおく.

$$\frac{\partial u_2}{\partial d_2} = \lambda p_{d2}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial b_2} = \lambda p_{b2}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial k_2} = \lambda p_{k2},$$

$$p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 - p_{d2} \cdot d_1^* - p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) - p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) = 0.$$

u_2 は凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる. 解を $d_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $b_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $k_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, λ^* とする. $\square$

式 4. 8 に, $d_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $b_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $k_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$ を代入し, $v(a_1, p^1) = u_1(d_1, b_1, k_1) + \int u_2^*(d_2^*, b_2^*, k_2^*) d\phi(q)$ をえる.

問題 4. 6 $q \gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}} \int u_2^*(d_2^*, b_2^*, k_2^*) d\phi(q), \text{ subject to } q \cdot c = 0.$$

解 $L = \int u_2^*(d_2^*, b_2^*, k_2^*) d\phi(q) - \lambda q \cdot c$ とおく.

$$\frac{\partial \int u_2^* d\phi(q)}{\partial c_{b2}} = \lambda q_{b2}, \quad \frac{\partial \int u_2^* d\phi(q)}{\partial c_{k2}} = \lambda q_{k2}, \quad q \cdot c = 0.$$

u_2 は凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる. 解を c_{b2}^* , c_{k2}^* , λ^* とおく. $\square$

上述の消費者均衡は、予想分布の仮定が数学的で、4. 2 節の確実性下の理論と比べて、確率分布の知識が必要なので、分かりにくい. 例として、預金がない、債券および株式の 2 資産市場において、消費者の効用関数をコブ・ダグラス型として、最適解を求める. 主観的確率分布も、例えば、一様分布を仮定すると、先物解も求められる.

例題 4. 1 (p_{b1}, p_{k1}) , (b_0, k_0) を所与として,

$$\max_{\{b_1, k_1\}} u_1 = b_1 \cdot k_1, \text{ subject to } p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 = p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0.$$

$$\begin{aligned} \text{解 } u_1 &= b_1 \cdot k_1 = b_1 (p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0 - p_{b1} \cdot b_1) / p_{k1} \\ &= - \frac{p_{b1}}{p_{k1}} (b_{b1} - p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0})^2 + \frac{(p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0})^2}{4 p_{b1} p_{k1}} \end{aligned}$$

効用関数が最大になる b_1 , k_1 は,

$$b_1 = \frac{p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0}}{2 p_{b1}}, \quad k_1 = \frac{p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0}}{2 p_{k1}}.$$

$\square$

ステップ 1 では、2 段階で解が求められる. 第 1 段階は、例題 4. 2 のように、期間 2 の価格 p^2 を所与とし、期間 2 の予算制約式の下で、効用関数 u_2 を最大化することにより、期間 2 の計画 (b_2, k_2) を決定する. そして、例題 4. 2 の解 b_2^* , k_2^* を期待効用関数 v に代

入し、第2段階の例題4.3に進む。

例題 4.2 $p^2 \gg 0$, $b_1^*, k_1^* \geq 0$ を所与として,

$$\max_{\{b_2, k_2\}} u_2 = b_2 \cdot k_2, \text{ subject to } p_{b2} b_2 + p_{k2} \cdot k_2 = p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}).$$

解 $u_2 = b_2 \cdot k_2 = b_2 \{ p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) - p_{b2} \cdot b_2 \} / p_{k2}$

$$= - \frac{p_{b2}}{p_{k2}} \{ b_2 - \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{b2}} \}^2 + \frac{(p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}))^2}{4 p_{b2} p_{k2}}$$

$$b_2^* = \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{b1}}, \quad k_2^* = \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{k1}}. \quad \square$$

ステップ2では、次の問題を解いて、最適債券・株式の最適契約(c_{b2}^* , c_{k2}^*)を求める。
 p_2 を基準化すると、解が陽表化できる。

例題 4.3 債券・株式先物価格 q を基準化して、 $q = (1, q_{k2}) \gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}} \int b_2^* \cdot k_2^* d\phi(q), \text{ subject to } q \cdot c = 0.$$

解 $L = \int b_2^* \cdot k_2^* d\phi(q) - \lambda q \cdot c$

$$= \int \left\{ \frac{(p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}))^2}{4 p_{b2} p_{k2}} \right\} d\phi(q) - \lambda q \cdot c \text{ とおく.}$$

$$\int \left\{ \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{k2}} \right\} d\phi(q) = \lambda,$$

$$\int \left\{ \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{b2}} \right\} d\phi(q) = \lambda q_{k2}, \quad q \cdot c = 0. \quad \square$$

さらに、債券・株式予想価格 p^2 を基準化して、 $p^2 = (1, p_{k2}) \gg 0$ とする。

例題 4.4 債券・株式予想価格 p^2 を基準化して、 $p^2 = (1, p_{k2}) \gg 0$ とし、債券・株式先物価格 q を基準化して、 $q = (1, q_{k2}) \gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}} \int b_2^* \cdot k_2^* d\phi(q), \text{ subject to } q \cdot c = 0.$$

$$\text{解} \quad \frac{(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2})}{2} = \lambda, \quad \frac{(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2}) E[p_{k2}]}{2} = \lambda q_{k2},$$

λ を消去して,

$$\begin{aligned}
(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2}) E[p_{k2}] &= q_{k2} \{ (b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2}) \}. \\
(c_{b2}, c_{k2}) \cdot (1, q_{k2}) &= 0 \text{ は, } c_{b2} = q_{k2} c_{k2} \text{ であるから, 上式に代入して,} \\
(b_1^* + q_{k2} c_{k2}) + (k_1^* + c_{k2}) E[p_{k2}] &= q_{k2} \{ (b_1^* + q_{k2} c_{k2}) + (k_1^* + c_{k2}) \}. \\
\{ q_{k2} + E[p_{k2}] - q_{k2}^2 \} c_{k2} &= q_{k2} (b_1^* + k_1^*) - (b_1^* + k_1^* E[p_{k2}]).
\end{aligned}$$

ゆえに, 最適先物解は,

$$c_{k2}^* = \{ q_{k2} (b_1^* + k_1^*) - (b_1^* + k_1^* E[p_{k2}]) \} / \{ q_{k2} + E[p_{k2}] - q_{k2}^2 \}.$$

$$c_{b2}^* = q_{k2} c_{k2}^*.$$

□

預金・債券・株式現物市場における価格システムを $S_{p1} = \{p^1 = (p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}) \mid p^1 \in \Delta^3\}$ と表す. 現物市場においては, 予算対応 $\beta_1(p^1, w)$ は, 次のように定義される.

$$\beta_1(p^1, w) = \{(d_1, b_1, k_1) \in R_+^3 \mid (p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}) \cdot (d_1, b_1, k_1) \leq m_0 + p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0\}.$$

ここで, $w = m_0 + p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0$ とおく.

個別需要対応 $\xi_1(p^1)$ は, 次のように定義する. 任意の $(p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}) \in \Delta^3$ に対して,
 $\xi_1(p^1) = \{(d_1, b_1, k_1) \in \beta_1(p^1, w) \mid \forall (d_1', b_1', k_1', p^1) \geq \forall (d_1', b_1', k_1', p^1)$
for all $(d_1', b_1', k_1') \in \beta_1(p^1, w)\}$.

第 i 消費者の個別超過需要対応 $i\zeta_1(p^1)$ は, $i\zeta_1(p^1) = i\xi_1(p^1) - (im_0, ib_0, ik_0)$ と定義する. 市場には, すべての消費者が, I 人いる ($i=1, \dots, I$) とする. 総超過需要対応を $\zeta_1: S_{p1} \rightarrow R^3$ とし, $\zeta_1(p^1) = \sum_{i=1}^I i\zeta_1(p^1)$ と定義する.

預金・債券・株式現物市場の均衡は, すべての i に対して, $(id_1^*, ib_1^*, ik_1^*) \in i\xi_1(p^1)$ かつ $\sum_{i=1}^I (id_1^*, ib_1^*, ik_1^*) - \sum_{i=1}^I (im_0, ib_0, ik_0) = 0$ となる $(p^1, {}^1d_1^*, {}^1b_1^*, {}^1k_1^*, \dots, {}^Ib_1^*, {}^Ik_1^*) \in \Delta^3 \times R^{3I}$ である.

債券・株式先物市場における価格システムを $S_{qb, qk} = \{(q_b, q_k) \in \Delta^2 \mid (q_b, q_k) \gg 0, (q_b, q_k) \in \text{int co supp } \phi(q_b) \times \phi(q_k)\}$ と表す. 先物価格は, 予想分布の定義域の凸集合内部にあり, 正值である. 各期の予算集合を, 次のように定義する.

$$B(q_b, q_k) = \{(c_b, c_k) \in R^2 \mid p_d \cdot b_1 + p_b \cdot (b_1 + c_b) + p_k \cdot (k_1 + c_k) \geq 0, \text{ for all } (p_d, p_b, p_k) \in \text{supp } \phi(q)\}.$$

すなわち, すべての予想価格に対して, 富 $p_d \cdot b_1 + p_b \cdot (b_1 + c_b) + p_k \cdot (k_1 + c_k)$ は非負である.

$$H(q_b, q_k) = \{(c_b, c_k) \in R^2 \mid (q_b, q_k) \cdot (c_b, c_k) = 0\}.$$

先物契約は自己精算条件をみたす. この2つの条件を同時にみたす先物需要対応 $\beta_2(q_b, q_k)$ を, $\beta_2(q_b, q_k) = \{(c_b, c_k) \in \Delta^2 \mid (c_b, c_k) \in B(q_b, q_k) \cap H(q_b, q_k)\}$ と定義する.

個別需要対応 $\xi_2(q_b, q_k)$ は, 次のように定義する. 任意の $(q_b, q_k) \in \Delta^2$ に対して,
 $\xi_2(q_b, q_k) = \{c \in \beta_2(q_b, q_k) \mid v(c, q_b, q_k) \geq v(c', q_b, q_k) \text{ for all } c' \in \beta_2(q_b, q_k)\}.$
ただし, $v(c, q_b, q_k) = \int u d\phi(q)$ である. 先物市場の消費者は I 人いると仮定する. 総超過需要対応 $\zeta_2: P_q \rightarrow R^2$ は, $\zeta_2(q_b, q_k) = \sum_{i=1}^I i\xi_2(q_b, q_k)$ である.

先物市場の均衡存在のための必要十分条件は, 次の共通予想条件である.

仮定 4. 8 共通価格予想の仮定 (i) Π は、 Δ^2 において、非空の内部をもち、(ii) すべての $p \in \Delta^2$ およびすべての消費者 $i=1, \dots, I$ に対して、 $\Pi \subseteq \text{int co supp } i\phi(q)$ である集合 Π がある。

資産先物市場における均衡は、すべての $i \in I$ に対して、 $(i c_b^*, i c_k^*) \in i \xi_2(q_b^*, q_k^*)$ かつ $\sum_{i=1}^I (i c_b^*, i c_k^*) = 0$ となる $(q^*, (1 c_b^*, 1 c_k^*), \dots, (I c_b^*, I c_k^*)) \in \Delta^2 \times R^{2I}$ である。

4. 4 株式オプション価格の二項過程モデル

Black-Scholes[1973, J.P.E.81, 石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書, 部分訳第 11 章 190 -199 頁]の評価公式は、株式市場およびオプション市場に対して、次の 7 条件を仮定している。

- a) 短期利子率は既知であり、時間を通じて一定である。
- b) 株式価格は、株式価格の平方根に比例する分散率をもつ、連続時間ランダムウォークにしたがう。任意の有限区間の終端で可能な株式価格の分布は対数正規分布である。株式収益の分散率は一定である。
- c) 株式は配当または他の配分を支払わない。
- d) オプションはヨーロピアンであり、すなわち、満期時のみ行使される。
- e) 株式またはオプションを売買する際に、取引費用はない。
- f) 証券を買うまたは保有するために、短期利子率で証券の価格の任意の部分を借り入れることは可能である。
- g) 空売りにペナルティはない。証券を保有しない売り手は、買い手から証券価格を受け入れるだけであり、ある将来の日に証券価格に等しい額を買い手に支払うことにより、買い手と決済することに同意する。

これらの金融市場の条件は、『金融論 2018 年、3 章 3.4.2』において、 $M=M$ 理論の金融市場の仮定 1～仮定 5 を前提としている。金融市場は効率的な完全競争市場である。しかし、オプション理論は、4. 3 節の資産先物市場と違って、経済学という市場機構が設定されない。オプション理論は、テキストでも「金融工学」の理論であるということが強調される。したがって、貸付市場および債券・株式市場の市場均衡価格は、オプション理論では、所与とされる。

$M=M$ 理論の命題 I において、同じリスククラスにいる 2 つの企業の将来収益が同じであれば、市場で異なる株価が成立すると、**裁定取引**によって、株式市場で 2 つの企業の株価が変動し、企業価値が同じになるように、調整される。裁定取引の仕組みを、オプション価格の決定に応用する。

二項過程の1 期間モデル

株式を原資産とし、1 期間後、株価 S 円が上昇するか、下落する二項分布にしたがうとする。コールは、コールの満期に、権利放棄するか、権利行使価格で株式を購入するかの二者択一できる資産である。そのコール価格は、満期の時価と権利行使価格との差額の現在価値に相当する。満期価格が権利行使価格を下回れば、権利放棄し、オプション価値を失う。上回れば、権利を行使し、株式を権利行使価格で購入し、売却すれば、売却益＝満期価格－権利行使価格－オプション価格になる。

投資家は、オプション市場と株式市場で、資産の組合せ(オプションと株式)：ポートフォリオを作成する。ヘッジド・ポートフォリオとデルタ・ヘッジを定義する。

ヘッジド (hedged)・ポートフォリオ：「コール 1 単位の売りと株式 x 単位の買いを組み合わせ」でポートフォリオを生成する。

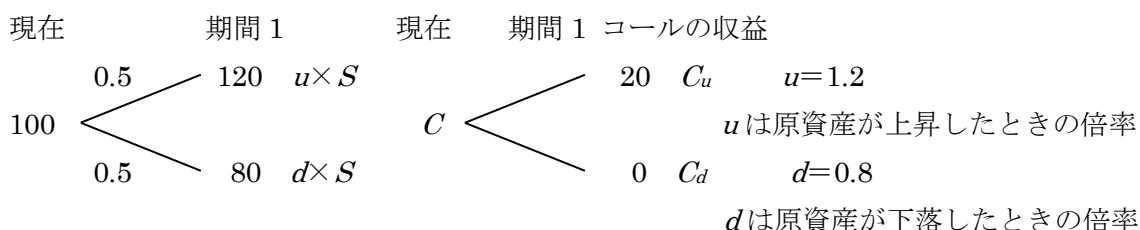
デルタ・ヘッジ：満期時点で、どんな株価およびコール価格に対しても、ヘッジド・ポートフォリオの価値を同じにする。

今、投資家がコール 1 単位売って、現在の株式 δ 単位を保有する資産の組み合わせをヘッジド・ポートフォリオでもつとする。さらに、ヘッジド・ポートフォリオで、満期時点、株式価格がどうであろうと、ヘッジド・ポートフォリオの価値合計は同じになるように株式 δ 単位を保有する。これを**デルタ・ヘッジ**という。

俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社、1993 年、pp. 94-98 にある、コールの 1 期間モデルを数値例で紹介する。

数値例

原資産の価格を S 円、コールの価格を C 円とする。現在価格と権利行使価格はともに 100 円とする。2 項分布の確率は、0.5 とする。期間 1 の期待株価は、 $0.5 \times 80 + 0.5 \times 120 = 100$ である。(この例では、権利行使価格をなぜ 100 にしたかは、問題にされない。数学的期待値とするのが、数理モデルでは、仮定した情報を十分に使っているの、より良い。) 確率分布の 2 項分布は、オプション価値計算に、無関係であることが以下で分かる。



コール 1 単位を売ると、 C 円を得るから、投資額は $-C$ 円である。一方、株式 x 単位買い、 $100x$ 円を投資する。合計で $100x - C$ 円投資する。満期に、株価が 120 円になれば、権利行使価格 100 円で渡すから、20 円損失が出る。株式を売却すれば $120x$ 円得るから、価値合計は $120x - 20$ 円である。80 円の場合、権利行使価格 100 円より、安いので権利放棄し、コールの価値は 0 円、株式は売却すると $80x$ 円となる。価値合計は $80x$ 円である。

	現在株価	満期の株価	
	100	120	80
コール1単位の売り	$-C$	-20	0
株式 x 単位の買い	$100x$	$120x$	$80x$
合計	$100x - C$	$120x - 20$	$80x$
	投資額	価値	価値

上述の例で、 x を決定する。満期では、デルタ・ヘッジするから、いかなる株価でもヘッジド・ポートフォリオの価値は同じである。

$$120x - 20 = 80x$$

$$x = 20 \div 40 = 0.5$$

x は**0.5**である。満期の価値は $120 \times 0.5 - 20 = 80 \times 0.5 = \mathbf{40}$ である。 $x=0.5$ を投資額 $100x - C$ に代入すると、現在の投資額は $100x - C = 100 \times 0.5 - C = \mathbf{50 - C}$ である。

コール・プレミアム(価格)の決定

投資額 $50 - C$ を預金あるいは債券に、非危険利子率 0.05 で運用すると、満期には、 $(50 - C)(1 + 0.05)$ となる。ヘッジド・ポートフォリオの満期価値 40 と等しくすれば、コール価格 C^* が求められる。

非危険利子率で運用・元利合計 = ヘッジド・ポートフォリオの満期価値

$$(50 - C) \times 1.05 = 40$$

$$C^* = 11.9$$

ゆえに、コール・オプション価格は 11.9 である。

もし、コール市場で、コール価格 C が C^* より低ければ、投資家は、満期では同じ価値 40 を得る。投資額を非危険資産で運用するより、ヘッジド・ポートフォリオに投資すれば、安く、同じ満期価値を得る。ヘッジド・ポートフォリオに買い手が増え、コール価格が上がる裁定取引が働き、コール価格 C^* となる。

プットの場合は、次の表になる。

	現在株価	満期の株価	
	100	120	80
プット1単位の買い	P	0	20
株式 x 単位の買い	$100x$	$120x$	$80x$
合計	$100x + P$	$120x$	$80x + 20$
	投資額	価値	価値

二項過程の1期間モデルの公式

離散確率過程をもつオプション価格決定は、①ヘッジド・ポートフォリオにオプション

価格の公式を求める場合、②③コピー・ポートフォリオの場合の 3 種類が、提案された。

①は、俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社、1993 年、pp. 94-98 および J. C. Hull『フィナンシャルエンジニアリング〈第 3 版〉』きんざい、1998 年、pp. 273-277 にある。②は、Sharp, W.F., Investment, 1978(岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社、1989 年、pp. 122-124)にある。③は、Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., “Option Pricing: A Simplified Approach,” J.F.E7 (1979)229-263 にある。

① コール・オプション価格 C の公式

株式価格 S 円、コール・オプション価格 C 円、権利行使価格 K 円、満期時点での株式増加額 $u \times S$ 円、株式減少額 $d \times S$ 円、それぞれのコールの収益 C_u 円、 C_d 円、株式を x 単位購入する。満期時点のコールの価値は、 $C_u = \text{Max}[0, u \times S - K]$ 、 $C_d = \text{Max}[0, d \times S - K]$ と表す。二項分布の確率は、株価が上昇する確率を q とする。

デルタ・ヘッジ戦略：満期時点において、任意の (S_T, C_T) に対して、ヘッジド・ポートフォリオ $(x, -1)$ の価値を同じにする。

現在時点の投資額は、 $(S, C) \cdot (x, -1)$ であり、確定利子率 r で運用すると、満期時点では、ポートフォリオ $(x, -1)$ の収益 $(S_T, C_T) \cdot (x, -1)$ に等しい。

$$(S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = (S_T, C_T) \cdot (x, -1).$$

$$S_T = u \times S, C_T = C_u \text{ のとき, } (S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = (uS, C_u) \cdot (x, -1).$$

$$S_T = d \times S, C_T = C_d \text{ のとき, } (S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = (dS, C_d) \cdot (x, -1).$$

これら連立方程式を解くと

$$x = \frac{C_u - C_d}{(u - d) S}, \quad C = \frac{\{(1+r) - d\} C_u + \{u - (1+r)\} C_d}{(1+r) (u - d)}$$

$$p = \frac{1+r-d}{u-d} \text{ と置けば, 次のコール価格の公式がえられる.}$$

$$\text{コール価格 } C = \frac{p C_u + (1-p) C_d}{1+r}$$

リスク中立化法

二項分布の確率 q は、 C_u が起こる確率であり、 $1-q$ は、 C_d が起こる確率であるから、コール価格の公式には、二項分布の確率は内包されている。コール収益 C_u および C_d の内分比率 p を確率と見た場合、 $1+r$ で割り引いた期待割引現在価格は、

$$\frac{p u \times S}{1+r} + \frac{(1-p) d \times S}{1+r} = \frac{(p u + d - p d) S}{1+r} = \frac{\{p(u-d) + d\} S}{1+r} = \frac{(1+r) S}{1+r} = S$$

となり、現在価格 S と期待割引現在価格が等しくなり、損得ゼロである。

すなわち、現在および将来も、平均的には、期待値が同じである確率過程を**マーチンゲール**といい、確率は**マーチンゲール確率**という。この仕組みを**リスク中立化法**という。

さて、上の数値例では、120 円るとき、 $C_u = \text{Max}[0, u \times S - K] = \text{Max}[0, 1.2 \times 100 - 100] = 20$, 80 円るとき、 $C_d = \text{Max}[0, d \times S - K] = \text{Max}[0, 0.8 \times 100 - 100] = 0$. $r = 0.05$ である.

$$p = (1+r-d)/(u-d) = (1+0.05-0.8)/(1.2-0.8) = 0.25/0.4 = 0.625.$$

コール・オプション価格の公式から、 $C = \{0.625 \times 20 + (1-0.625) \times 0\} / 1.05 = 11.9$ である.

プット・オプション価格 P の公式

次に、プット・オプション価格 P の公式を同様にして求める. 株式価格 S 円, プット・オプション価格 P 円, 権利行使価格 K 円, 満期時点での株式増加額 $u \times S$ 円, 株式減少額 $d \times S$ 円, それぞれのプットの収益 P_u 円, P_d 円, 株式を x 単位購入する. 満期のプットの価値は、 $P_u = \text{Max}[0, K - u \times S]$, $P_d = \text{Max}[0, K - d \times S]$ である.

デルタ・ヘッジ: 満期時点において、任意の任意の (S_T, P_T) に対して、プット (売る権利) 1 単位の買いに、株式 x 単位の買いのヘッジド・ポートフォリオ $(x, 1)$ の価値を同じにする.

投資額は、 $(S, P) \cdot (x, 1)$ であり、確定利子率 r で運用すると、満期では、ヘッジド・ポートフォリオ $(x, 1)$ の収益 $(S_T, P_T) \cdot (x, 1)$ に等しい.

$$(S, P) \cdot (x, 1) (1+r) = (S_T, P_T) \cdot (x, 1).$$

$$S_T = u \times S, P_T = P_u \text{ のとき, } (S, P) \cdot (x, 1) (1+r) = (u \times S, P_u) \cdot (x, 1).$$

$$S_T = d \times S, P_T = P_d \text{ のとき, } (S, P) \cdot (x, 1) (1+r) = (d \times S, P_d) \cdot (x, 1).$$

これら連立方程式を解くと

$$x = \frac{P_d - P_u}{(u-d)S}, \quad P = \frac{\{(1+r) - d\} P_u + \{u - (1+r)\} P_d}{(1+r)(u-d)}$$

$$p = \frac{1+r-d}{u-d} \text{ と置けば, 次のプットの公式がえられる.}$$

$$\text{プット } P = \frac{pP_u + (1-p)P_d}{1+r}$$

コピー (replicate)・ポートフォリオを定義する.

コピー (replicate)・ポートフォリオ: コールの収益と、資産市場にある他の商品とを組み合わせたポートフォリオの収益が一致するポートフォリオが生成できれば、コールの収益のコピー (replicate)・ポートフォリオという.

②③ コピー・ポートフォリオによるオプション価格の公式

コピー・ポートフォリオは、一通りではない. その例は、日本のテキストで取り上げられているが、それらは、原論文の著者によっている. その関係は、それぞれ、原論文を読まない限り、説明されないもので、混乱のもとである. コピー・ポートフォリオは、2 種類②,

③あるが、いずれの方法でも、コール価格の公式は同値である。さらに、①デルタ・ヘッジド・ポートフォリオと、変形すれば、同値である。

オプション市場において、コール 1 単位の購入と、同じ収益となる、資産市場において調達できる、②「株式 x 単位買う、利率 r で y 円貯蓄」コピー・ポートフォリオ(Sharp, W.F., Investment, 1978), および③「株式 x 単位買う、借入利率 r で y 円借入れ」コピー・ポートフォリオ (Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., "Option Pricing: A Simplified Approach," J.F.E7 (1979)229-2631)とは、同値である。

②「株式 x 単位買う、利率 r で y 円貯蓄」コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」を対応させる。それぞれ、満期のコールの収益 C_u および C_d と一致させ、連立方程式で x と y を求める。

コピー・ポートフォリオとコール 1 単位の購入」との連立方程式は、

$$xu \times S + (1+r)y = C_u$$

$$xd \times S + (1+r)y = C_d$$

$$x = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}, \quad y = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)(1+r)}.$$

コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」は、満期の収益が同じであるから、資産市場において、裁定が働き、投資額はそれぞれ同じになる。すなわち、 $C = x \times S + y$ 。

(岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社、1989 年、pp. 122-124)。

③「株式 x 単位買う、借入利率 r で y 円借入れ」コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」を対応させる連立方程式は、

$$xu \times S - (1+r)y = C_u$$

$$xd \times S - (1+r)y = C_d$$

$$x = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}, \quad y = \frac{dC_u - uC_d}{(u-d)(1+r)}.$$

$$C = x \times S - y.$$

(榊原茂樹, 青山護, 浅野幸弘『証券投資論第 3 版』日本経済新聞社, 1991 年, pp. 383-384)。

先にのべた、二項過程のデルタ・ヘッジ①「コール 1 単位の売り、株式 x 単位買う」は、 $(xS - C)(1+r) = xuS - C_u$ 。

$$(xS - C)(1+r) = xdS - C_d.$$

から、まず、左辺は同じ収益 $(xS - C)(1+r)$ であるから、 x が求められる。その x を右辺に代入すると、どちらの式でも、投資額 $xS - C = (xuS - C_u) / (1+r)$ が決まり、 C について解く。①と②および③の違いは、投資額と y との違いである。

(俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社、1993 年, pp. 94-98)。または、(J. C. Hull『フィナンシャルエンジニアリング〈第 3 版〉』きんぎ

い, 1998 年, pp. 273-277).

次節で述べる連続モデルである, Black-Scholes モデルは, ヘッジド・ポートフォリオ「コール $1/w_1$ 単位売り」と株式 1 単位の買い」であり, ①のタイプである.

以上のように, 二項過程モデルを設定する論者によって, ポートフォリオが異なるが, デルタ・ヘッジ戦略をとっているので, コール・オプション価格の公式は同じである.

オプション価格の公式から, コール価格 C , プット価格 P が, 決定要因で増減する方向を, 上昇ならば $\uparrow$ で表すと以下ようになる.

二項過程モデルの特徴 (要因の上昇の場合)

満期期間および配当金は省略する.

決定要因	コール C	プット P
原資産価格 S	$\uparrow$	$\downarrow$
権利行使価格 K	$\downarrow$	$\uparrow$
原資産の価格変動性 u, d	$\uparrow$	$\uparrow$
非危険利子率 r	$\uparrow$	$\downarrow$

4. 5 Black-Scholes オプション価格の決定論

Black-Scholes[1973, J.P.E.81, 石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書, 部分訳第 11 章 190 -199 頁]は, 資産のオプション価格を決定する公式を示したことで, 有名である. 本節では, 評価公式 (The Valuation Formula) を要約する.

期間は連続である. 原資産を株式とし, 時点 t における株価を $x(t)$ とする. オプションの値を $w(x, t)$ とする. オプションは, 株式の買い建て 1 株とそのオプションの売り建てを同時に行うヘッジ・ポジションをとる. すなわち, 時点 t において, $x(t) \times 1 - w(x, t) \times \text{オプション数} = 0$ となるように, オプション数 C を決めれば, 任意の価格 ($x(t), w(x, t)$) で相殺される. このヘッジ式 $x(t) - w(x, t) \times C = 0$ を微分すると, $\frac{dx}{dt} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} \times C = 0$

$$\frac{dx}{dt} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} \times C = 0$$

であるから, オプションの数 C は $1/w_1$ となる. w_1 は, 変数 x に関する $w(x, t)$ の偏導関数を表す.

$$C = 1/w_1 \quad (1)$$

ヘッジ・ポジションの収益は

$$x - w/w_1 \quad (2)$$

である.

微小時間 Δt における収益の微小変化を次式で表す.

$$\Delta x - \Delta w / w_1 \quad (3)$$

$\Delta w = w(x + \Delta x, t + \Delta t) - w(x, t)$ は、伊藤の公式より

$$\Delta w = w_1 \Delta x + \frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 \Delta t + w_2 \Delta t \quad (4)$$

(4)式を(3)式に代入する.

$$- \left(\frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 + w_2 \right) \frac{\Delta t}{w_1} \quad (5)$$

(5)式は Δx を含まないから確定する. したがって、 Δt における収益の微小変化(3)は、当初の収益 $x - w / w_1$ を Δt 時間、確定利子率 r で運用した収益と一致する.

$$- \left(\frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 + w_2 \right) \frac{\Delta t}{w_1} = (x - \frac{w}{w_1}) r \Delta t \quad (6)$$

(6)式を整理すると

$$w_2 = r w - r x w_1 - \frac{1}{2} v^2 x^2 w_{11} \quad (7)$$

t^* をオプションの満期とし、 c を権利行使価格とする. 境界条件は次式である.

$$\begin{aligned} w(x, t^*) &= x - c \quad \cdots \quad x \geq c \\ &= 0 \quad \cdots \quad x < c \end{aligned} \quad (8)$$

境界条件(8)のもとで、偏微分方程式(7)を解くと、一意解 $w(x, t)$ があり、次のオプション価格がえられる. $N(d)$ は正規分布関数である.

$$\begin{aligned} w(x, t) &= x N(d_1) - c e^{r(t-t^*)} N(d_2) \\ d_1 &= \frac{\log_e x + (r + \frac{1}{2} v^2) (t^* - t)}{\frac{c}{\sqrt{t^* - t}}} \\ d_2 &= \frac{\log_e x + (r - \frac{1}{2} v^2) (t^* - t)}{\frac{c}{\sqrt{t^* - t}}} \end{aligned} \quad (13)$$

4.6 債券期間構造の理論

利子率の期間構造とは、期間（残存期間）と利回りの関係をいい、イールド・カーブ（利回り曲線）で表される. 利子率の期間構造理論は、その形状の理由を説明する. (千田純一「第7章 利子率の期間別構造」『利子論』東洋経済新報社 1982年).

債券利回りと債券市場価格の関係

3. 4節において、単利の最終利回り R_n は

$$R_n = \frac{C + (F - P) / n}{P}$$

複利の最終利回り R_n は

$$P(1+R_n)^n = C(1+R_n)^{n-1} + C(1+R_n)^{n-2} + \dots + C(1+R_n) + C + F$$

によって、定義する。各期間の短期利率は、通常異なるから、残存期間 n 、第 i 期間の予想利率を r_i 、長期利率を R_n とする。

金融理論において、長期利率 R_n と各期間の短期利率 r_i とは、関係があるとする立場と関係はないとする立場がある。前者は、Lutz および Hicks が主張した利率の期間構造論であり、後者は Culbertson の主張したヘッジ（掛け繋ぎ）理論といわれる。

Lutz の要点は、市場関係者の完全予想を仮定し、 R_n は r_i の平均であり、期間構造は利回り曲線によって決定される。

Hicks は Lutz の理論を引継ぎ、不確実性下、予想短期利率を先物短期利率に置き換えて、Lutz 理論が成立すると主張した。現代の期間構造理論は、Hicks の流動性プレミアム理論にしたがっている。

期間構造理論は、「満期の異なる諸貸付けに代替性があり、異なる満期を裁定し、収益ないし費用の有利なものを選択できる」。

ヘッジ理論は、自己の負債 B の満期時点が来るとき、その満期時点に資産 A を合わせて、 $B=A$ とすれば、途中の短期利率が変動しても、返済不能にならない。

1) 満期利回りと市場均衡利率との間に関係があるとする理論

① 純粋予想理論 Lutz

伝統理論といわれる予想にもとづく期間構成を説明する。Lutz にしたがって、貸付市場の仮定をのべ、短期利率と長期利率の 5 つの命題を示す。

- ・ 完全予想
- ・ 貸し手と借り手の両方とも取引費用がない。
- ・ 満期の異なる諸貸付けに代替性があり、異なる満期を裁定し、収益ないし費用の有利なものを選択する。

以上を仮定する。

5 つの命題

(1) 長期利率は将来の予想利率の平均である。

予想短期利率 r_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) とする。長期利率を R_n とする。単利の場合、元利合計は

$$1 + nR_n = 1 + R_1 + r_1 + \dots + r_{n-1}$$

$$R_n = \frac{R_1 + r_1 + \dots + r_{n-1}}{n}$$

となるから、長期利率が将来の予想利率の平均になっている。複利の場合、元利合計は

$$(1 + R_n)^n = (1 + R_1) (1 + r_1) \dots (1 + r_{n-1})$$

$$1 + R_n = \{(1 + R_1) (1 + r_1) \dots (1 + r_{n-1})\}^{1/n}$$

となり、長期利子率が将来の予想利子率の平均になっている。

(2) 長期利子率の変動の大きさは短期利子率より小さい。

完全予想を仮定しているから、期間 $n-1$ までは、変動はないが、期間 n の短期利子率が加わると、(1) の計算式から、変動は、長期利子率の方が小さい。

(3) 長・短期利子率は一般的に同方向に動くが一時的に逆もある。

期間 n の短期利子率の変動が大きければ、次期の長期利子率の変動が小さいため、短期利子率の変動と逆になる場合がある。

(4) ある時点の期間構造は短期利子率の将来の予想経路（イールド・カーブ（利回り曲線））によって決定される。

期間構造の定義である。

(5) 一定期間の投資の収益は、長期投資でも短期投資でも同じである。

完全予想を仮定しているから、期間 $n-1$ までは、変動はない。さらに、取引費用がなく、満期の異なる諸貸付けに代替性があり、異なる満期を裁定し、収益ないし費用の有利なものを選択すると仮定しているから、投資収益に違いはない。

② 流動性プレミアム理論 Hicks

Hicks は Lutz の予想理論を受け継ぎ、以下を仮定する。

- ・ 将来の債券価格は不確実であり、評価損を先物で回避する。
- ・ 長期貸付は期間 1 の直物貸付けと残りの期間の先物貸付からなる。

予想短期利子率は、先物短期利子率に代えられ、次のように定義される。

$$\text{先物短期利子率 } f_i = r_i + L_i \quad (i = 2, \dots, n)$$

$$\text{予想短期利子率 } r_i$$

$$\text{流動性プレミアム } L_i \quad (L_2 < L_3 < \dots < L_n)$$

単利の場合、長期利子率は

$$R_n = R_1 + \frac{(r_2 + L_2) + \dots + (r_n + L_n)}{n} = \frac{1}{n} \sum (R_1 + r_i) + \frac{1}{n} \sum L_i$$

Lutz との違いは、流動性プレミアムの平均が加わることである。

Lutz の 5 つの命題は成立する。イールド・カーブ（利回り曲線）は、予想短期利子率の右上がりや「正常な関係」としているため、流動性プレミアムのカーブが逆であっても、全体のカーブは正常な関係になるとしている。

2) 満期利回りと市場均衡利子率との間に関係ないとする理論

掛け繫ぎ理論 Culbertson

借り手と貸し手に選好期間があり、自己の負債の満期に資産の満期を一致させることにより、リスクを削減する行動をとる。

債券市場の分析

イールド・カーブ（yield curve）の形状

期間構造理論では、利回り曲線は、債券市場の予想形成によって、イールド・カーブ（yield

curve) の形状は、縦軸に利子率 R 、横軸に満期期間(残存期間)year をとると、4 種類 (図 4. 6) ある。実際、債券の種類は、満期期間(残存期間)、クーポン、公社債の発行主体、発行方法によって、多種多様であり、イールド・カーブが専門誌で日々公表されるほど、期間構造が分析上、重視されているとはいえない。Hicks の理論で、国債先物短期利子率を代入して、イールド・カーブを図示すると、市場では、先行き何年で、利子率が上昇すると予想しているか、すなわち、水平から順イールドに転じるかが推測できる。

1) イールド・カーブ (yield curve) 純粋予想理論

① 順イールド

利子率上昇予想のとき, $R_5 < R_{10} < R_{15}$

② 逆イールド

利子率下降予想のとき, $R_5 > R_{10} > R_{15}$

③ 水平

利子率変化なしのとき, $R_5 = R_{10} = R_{15}$

④ こぶ状

利子率上昇し下降予想のとき, $R_5 < R_{10}, R_{10} > R_{15}$

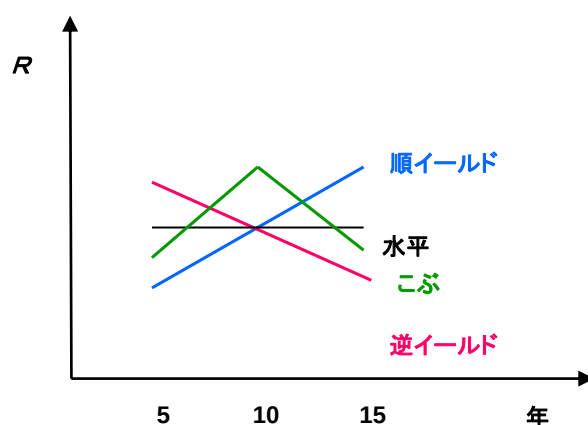


図 4. 6 イールド・カーブの例

2) 債券投資のリスクの測定

単利の最終利回り R は、次のように表せたが、債券価格 P と利回り R とは次の 3 つの金利変動による関係が見出せる。

$$R = \frac{C + (F - P) / n}{P} \quad \text{または} \quad P = \frac{nC + F}{nR + 1}$$

- ・ 利回り R と債券価格 P とは反比例する。
- ・ 債券価格 P の変動は、残存期間 n が長いほど、大きい。
- ・ クーポン・レート C の違う債券では、クーポン・レートが高い債券ほど、債券価格変動が小さい。

市場リスクの測定

デュレーション

市場利子率が変化すると、債券価格の変化がどの程度かを測る指標は、デュレーションである。デュレーションは、図 4. 7, 点 (10, 100) において、市場価格と利回りの曲線における接線の傾きであり、利回り変化に対する価格変化をこの傾きで、近似している。経済学的には、デュレーション D は、**債券価格の弾力性の絶対値**である。 D の意義は平均回収期間を表す。

残存期間 10 年、クーポン・レート 10% の市場価格と利回り R の関係を図 4. 7 に表す。

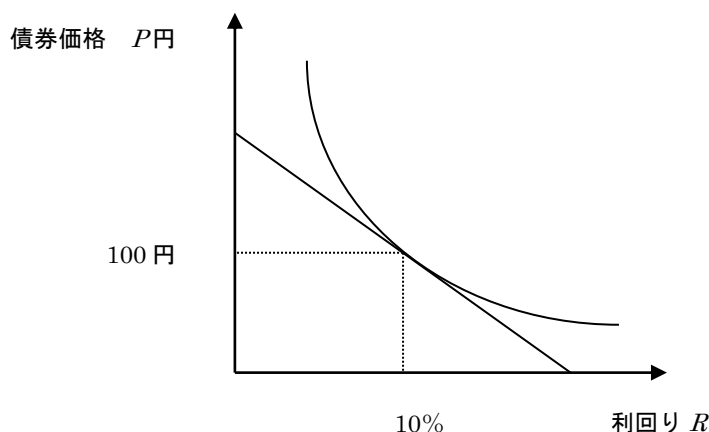


図 4. 7 市場価格と利回りの関係

デュレーション D は、 $(1+R)$ がパーセント変化したときの債券価格 P のパーセント変化として、 P のパーセント変化 / $(1+R)$ のパーセント変化を計算する。この比を**債券価格の $(1+R)$ 弾力性**と定義する（読み方が、分子の分母弾力性となることに注意）。

$$D = - \frac{dP / P}{d(1+R) / (1+R)} \quad . \quad \text{変形して,} \quad \frac{dP}{d(1+R)} = - \frac{D P}{1+R} \quad (1)$$

デュレーションの値が大きくなると、弾力性が大きい。利子率の変化に対して債券価格の変化が大きいことを意味する。

最終利回りの計算式 $P(1+R_n)^n = C(1+R_n)^{n-1} + C(1+R_n)^{n-2} + \dots + C(1+R_n) + C + F$ を市場利子率 R で置き換える。

$$P = \frac{C}{1+R} + \frac{C}{(1+R)^2} + \dots + \frac{C}{(1+R)^{n-1}} + \frac{C+F}{(1+R)^n} \quad (2)$$

取引する債券のクーポン C 、満期期間 n 、額面 F は、決まっているから、投資家の評価する利子率 R が、債券市場で決まる。(2) 式を $1+R$ で微分すると

$$\frac{dP}{(1+R)} = - \left\{ \frac{C}{(1+R)^2} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^n} + \frac{n(C+F)}{(1+R)^{n+1}} \right\} d$$

$$= -\frac{1}{1+R} \left\{ \frac{C}{1+R} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^{n-1}} + \frac{n(C+F)}{(1+R)^n} \right\} \quad (3)$$

(1) 式と(3)式を比較して

$$D = \left\{ \frac{C}{(1+R)P} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^{n-1}P} + \frac{n(C+F)}{(1+R)^nP} \right\} . \quad (4)$$

デュレーション D は、満期までの年数の加重平均であり、債券の**平均回収期間**を表している。デュレーションの特性は、(4)式から

デュレーションの値

残存期間 n	長い	項数が増えるから、大きい
クーポン C	大きい	分子の債券価格 P が大きくなるから、小さい
利子率 R	大きい	分母の各項の $1+R$ が大きくなるから、小さい

債券投資戦略にデュレーションは応用することができる。

さらに、近似精度を上げるために、価格変化に対してテーラー展開式を用いる**コンベクシティ (Convexity)**がある。

信用リスク (債務不履行リスク)

- ・債券は、信用リスク (債務不履行リスク) があり、格付機関が、債券を格付けしている。
- ・統計学の知識をもちい、倒産確率を推定する **Value at Risk** が使われる。

4. 7 株式の収益率と株式市場価格

各種の株式収益率を定義する。これらは、株式評価の指標として、株式の売買の投資判断に使われる。

株式の投資尺度

財務諸表から計算される指標に ROA と ROE がある。分母は貸借対照表、分子は損益計算書である。

1) 総資本事業利益率 (ROA) Return On Asset

$$\text{ROA} = \frac{\text{事業利益}}{\text{総資産}}$$

企業の総合的収益率を表す。

2) 自己資本利益率 (ROE) Return On Equity

$$\text{ROE} = \frac{\text{当期利益}}{(\text{期首自己資本} + \text{期末自己資本}) / 2}$$

自己資本の収益率を表す。

財務諸表と株価から計算される指標に、配当利回り、EPS、PER、PBR がある。

1) 配当利回り

$$\text{配当利回り (\%)} = \frac{\text{1株当たり配当}}{\text{株価}} \times 100$$

株価

投資家の期待収益率の一部を表す.

2) 一株あたり利益 (EPS) Earning Per Stock

$$\text{EPS} = \frac{\text{税引き後利益}}{\text{発行済み株式数}}$$

株価は, EPS の定数倍 m (利益定数) で決まると考える.

$$\text{理論株価} = \text{EPS} \times m$$

3) 株価収益率 (PER) Price Earning Ratio

$$\text{PER} = \frac{P}{\text{EPS}}$$

$$P = \text{EPS} \times \text{PER} = \text{EPS} \times m$$

したがって, $\text{PER} = m$ となる.

一般に, PER の低い銘柄ほど相対的に割安であり, 逆に PER が高い銘柄ほど割高と判断される.

4) 株価純資産倍率 (PBR) Price Book value Ratio

$$\text{PBR} = \frac{P}{1 \text{ 株当たり純資産 (BPS)}}$$

1 株当たりの解散価値と株価を比較した指標である. PBR が 1 を超える企業は事業投資により増益が期待されていることを表す.

これらの指標は, 各企業を選別する際, さらに, 株式以外の資産と, 収益率等を比較する場合にも使われる.

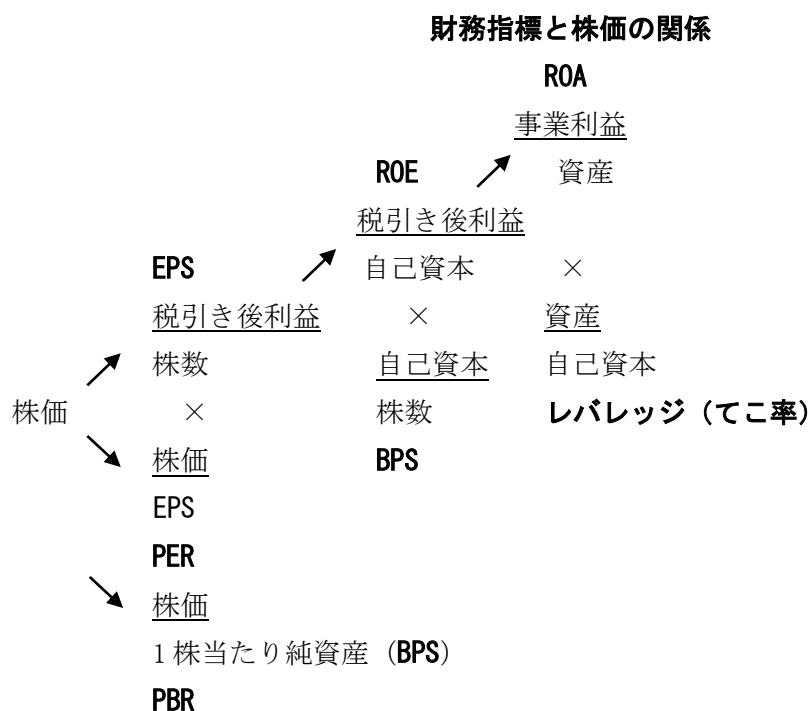
財務諸表指標と株価の関係

企業の経営成績は損益計算書, 企業の財政状態は貸借対照表で情報開示される. 投資家は, これら財務諸表から, 総資本事業利益率 (ROA: Return On Asset) および自己資本利益率 (ROE: Return On Equity) 投資判断の指標を導いている. ただし, 会計期間が 1 年であり, 四半期で仮計算される企業もある. 国民経済計算と同様に, 速報と確報がある.

ROE および ROA は, 損益計算書と貸借対照表のデータによる比率である. 株価収益率 (PER: Price-Earning Ratio) と株価純資産倍率 (PBR: Price-to-Book Value Ratio) はともに株価が分子であり, 分母は 1 株当たり税引き後利益, 1 株当たり純資産をそれぞれあてる. 株価は取引日ごとにデータが得られるが, 分母は前期の損益計算書と貸借対照表のデータである. 相場の変動により, 営業日で変化するのは PER と PBR であり, これらは, 株価の市場評価を表す比率として株式投資の参考指標に使われる. 投資家は自己資本あるいは資産を期間内有効に使って, 利益を上げる比率として, ROE および ROA を意識するから, 経営者が株主総会でそれらを経営目標として意識しているならば, 決算でその結果を示す.

米国では, 経営者は, 利益至上主義であるから, ROE および ROA は, 株主に答える目標

である。日本の経営者で、それらの比率を経営目標として、意識する人はあまりいない。



表において、上下の比率をかける（×）とその前の比率になる。株価＝EPS×PER。

金融商品の情報開示（『金融論 2018 年 56 頁～58 頁』宇空和研究所，2019 年）

情報は、個人情報と公的情報に分けられる。たとえば、氏名、年齢、現住所、電話番号、職業、勤務先等、年収は、金融取引において、相手側に、事前情報として、文書あるいはデータで要求される。これらは、公文書等に記載される情報であり、相手側に、本人確認の情報を取引前に、渡すことになる。これらの情報に公的な証明書がある場合、**公的情報**ということにする。公的情報以外の情報を**個人情報**とする。同様に、他の主体、企業にも、公的情報以外に、**企業内部情報**がある。企業の場合、内部情報は、無形資産、技術情報、将来見込み情報など経済的価値が公正に評価できる**内部公正評価情報**と、そのほかの経営執行部の行動規範等、経済評価が困難な**内部評価情報**がある。上場企業ならば、有価証券報告書は、企業が公正に作成したか、公認会計士が監査する。

個人情報の内、債務履歴、家族関係、勤務先の地位、勤続年数、年収、資産等の情報は、相手側に必須の情報ではない場合もある。

金融商品の取引において、取引事前情報が必要な金融商品がある。

間接金融市場	取引方法	取引相手	事前情報
預貯金	相対(あいたい)	銀行	口座開設要件
外貨預金	相対	銀行	口座開設要件
借入金	相対	銀行	個人情報の内、バランス・シート(ストック)、 年間銀行取引表(フロー) 企業の借り入れの場合、財務諸表、投資計画表、 投資に伴う3年間の損益計算書、資金繰り表 担保物件
直接金融市場	取引方法	取引相手	事前情報
債券	相対・取引所	銀行・証券会社	格付け、
株式	相対・取引所	証券会社	有価証券報告書
投資信託	証券会社	銀行・証券会社	目論見書
Jリート	取引所	銀行・証券会社	目論見書
デリバティブ	相対・取引所	証券会社	目論見書
先物債券			
先渡債券			
オプション			
スワップ			

間接金融市場における貸出利子率の均衡は、米国において、理論化された代表的モデルがある。直接金融市場では、債券、株式ともに、市場均衡を示す理論は、教科書レベルでは、初歩的であり間接金融市場ほどではない。以下、いろんな金融論の教科書で取り上げている理論を紹介する。

個人は、銀行の窓口において、預金口座を開設する場合、公的情報とそれらを証明する公文書のコピーを要求される。開設後、預金をする場合は、預金通帳かキャッシュカードがあれば、よいが、引き出す場合は、公的証明書による本人確認が求められる。

銀行が貸し出す場合、個人、法人では、さらに、詳細な情報が要求され、貸出額、与信期間が妥当か、審査され、貸出しが可能であれば、さらに、その銀行の貸出利子率の提示幅が決まる。

しかし、個人や法人の経営者が、借りた後、与信期間内で、各期限に、返済してくれるかどうかは、彼らのモラル（道徳）に依存し、申請書類では、わからない。モラルや倫理は、注意力、用心深さ、誠実、怠慢など、その主体の性格や経営規範に属し、それらを判定する情報は、人格に係わるので、確実に判断できる情報はない。返済履歴によって、判断するしかない場合もある。このような個別情報の範囲に入る情報を、情報保有者が情報需要者に提供しない場合、**情報の非対称性**があるという。

資金の借り手（契約者）に、個人情報または内部情報があり、資金の貸し手（保険会社）に情報開示していない場合、市場価格に従って、需要と供給が一致するところで取引が成立する。ところが、返済等の遅延、借換え習慣などの個人情報が開示されないとき、情報を審査されれば、より高い利子率を要求される取引者は、市場利子率で借り入れできる。そのような取引者が、契約後、滞納をする傾向があるので、貸し手は、利子率を高める。**逆選択** (adverse selection) 情報の非対称下、返済が滞る取引者が増加すれば、貸し手は、市場価格に対する供給量を減らすから、貸出利子率は上昇し、健全な取引者は市場から退

出する。不健全な取引者が市場に残ることを自然淘汰（natural selection）に対して、**逆選択**（adverse selection）という。

モラルハザード（道德の欠如 moral hazard）とは、契約期間中、返済等の遅延、事故を発生させる、生活規律を乱す等の履行義務、注意義務を果たさないことをいう。

（1）逆選択理論による、レモン（中古車）市場、保険市場、スティグリッツ＝ワイズ理論（信用割当）などがある。原論文の紹介文献としては、西村 理（おさむ）（『ミクロエコノミクス』昭和堂、1989年、第11章）がある。以下は、結論と改善策のみ、紹介する。

レモン市場（中古車市場）（G. A. Akerlof, “The Market for “Lemons,” : Quality Uncertainty and the Market Mechanism,” Q.J.E, Vol.84, 1970）中古車の売り手が、中古車の質（性能、事故歴、修理歴）を開示しなければ、質の良い車と質の悪い車が同じ価格で取引される。質の良い車を持つ売り手は、市場に出さなくなるので、質の悪い車だけが市場で取引される。逆選択が生じる。

改善策は、買い手が要求する質情報を開示する、性能保証、買い戻し条件を付けるなどがある。

消費者金融市場では、小口で、その審査の条件は最小限であるが、利子率は、滞納リスクを含んだ利率であり、18%で高い。健全な借り手は、銀行を利用する。逆選択が起こりやすい市場である。

保険市場（M. Spence, “Job Market Signaling,” Q.J.E, Vol.87, 1973）市場均衡が生じなければ、借り手（契約者）が個人情報の提供（シグナリング）を行い、債務履歴（病歴、事故歴、交通違反歴等）を貸し手（保険会社）に告知すると、個別に契約条件を付けることができ、市場均衡が存在する。

スティグリッツ＝ワイズ理論（信用割当）（“Credit Rationing in Markets with Imperfect Information,” A.E.R, Vol.71, 1981）企業の資金需要は、運転資金と設備投資資金があり、前者は短期返済が原則であり、貸し手は、企業の資金需要に対する内部情報は手に入れやすい。ところが、設備投資の場合、貸し手の側にも、その企業が設備投資をし、成功し返済できるかほど収益を上げるかどうか判断は困難な場合が多い。

貸し手が貸出利子率を上げるとき、企業は、貸出利子率を上回る内部収益率を実現するプロジェクトに資金を回す。そのようなプロジェクトがない企業は、資金を借りなくなり、返済不能リスクの高い借り手が市場に残る。貸し手が情報の非対称性でプロジェクトの評価ができない場合、貸し手が貸出利子率を上げると、企業の返済不能リスクが増加し、貸し手の期待利潤が減少する**逆選択効果（adverse selection effect）**が生じる。期待利潤の増加より逆選択効果の利潤減少が大きい場合、貸出利子率を上げず、信用割当をする方が、最適貸出になる。

企業に複数以上のプロジェクトがあり、貸し手に企業のプロジェクト選択が判断できない場合、貸出利子率を上げれば、企業はよりリスクの高いプロジェクト着手するので、貸し手の期待利潤が減少する、この効果を**誘因効果（incentive effect）**という。期待利潤の

増加より誘因効果の利潤減少が大きい場合、貸出利子率を上げず、信用割当をする方が、最適貸出になる。

モラルハザード 契約後生じるモラルハザードに対する改善策は、銀行が財政規律付けを契約条件（コベナント）にいれる、貸出後、銀行は、事業状況を監視（モニタリング）する。

(2) 情報の非対称性を改善する方法として、より積極的に、顧客との関係を密接にする方法がある。アメリカの A. N. Berger・G. F. Udall (1998) のリレーションシップ・バンキング（長期的顧客関係）および日本のメインバンク制である。

リレーションシップ・バンキング（長期的顧客関係） アメリカの中小企業金融において、顧客の情報履歴の蓄積により、情報の非対称性が減少するという主張がある。

ただし、顧客は、主要な取引銀行数が 1 行など少ない場合に、有効である。日本中小企業は、取引銀行数が多く、各銀行の情報履歴の蓄積が少ない。また、担当銀行員の顧客数も、アメリカの銀行員と比較して、アンケートによると 50 社以上が多く、アメリカの 10 社以下、と比べると 1 カ月事業状況を監視する、巡回活動は時間が取れないできないのが現状である。

日本のメインバンク制 日本の独占禁止法では、企業の株式保有には 5 %ルールがあり、銀行は大株主として、企業に財務担当者を送り込み、企業の資金調達方法によって、資金コストの高低があるが、情報の非対称性である内部情報である財務計画を知ることができ銀行融資に有利に進めることができた。

1970 年代、アメリカは、日本経済は先進国に入り、資本の自由化を要請した。国際金融は変動相場制に入り、日本企業は、資金調達を外債に切り替えた。銀行はメインバンク制を外され、1980 年代、優良な貸出先を失い、プラザ合意以降、国内不動産バブルに貸出し、2000 年に入り、間接優位の金融システムは再編された。現在、メインバンク制は、間接金融に依存する企業ではあるだろう。中小企業では、取引銀行数は多く、米国の 1 行のリレーションシップ・バンキングにはならない。情報の非対称性は中小企業と銀行ではある。

4. 8 資産選択理論

消費者が、ライフ・サイクル理論で決めた貯蓄額を他の資産に投資する際、将来価値変動しない特性のある貨幣と、確率的に価格変動する債券または株式の分け方(割分)を決定する。これを資産選択理論という。資産選択理論は、「期待収益率に対して、ポートフォリオの分散を最小化する有効フロンティアのもとで、期待効用関数を最大にする最適な投資割分を選択する」。最適化の手順は、次の通りである。

- ・各資産を収益率で比較し、ポートフォリオ(資産の一覧表)を作成する。
- ・各期待収益率に対し、リスク(分散)を最小にするポートフォリオ(有効フロンティア)を作成する。

- ・投資家は資産の収益率の確率分布を選び、収益率の実現値に対して効用をもつ。
- ・投資家は、有効フロンティア上で、期待効用を最大にするポートフォリオを選択する。

資産選択理論あるいは平均・分散分析を、もっとも簡単な貨幣・債券の 2 種類の資産がある場合、債券・株式の 2 危険資産、および貨幣・債券・株式の 3 資産の場合を、資産選択理論によって、資産の最適投資割合を求める。

最後に、資産選択理論にもとづいて、資産市場で実践する方法を示す。すなわち、資産の最適投資割合を保って、投資資金を資産に配分する方法である。

資産の収益率と性質

投資家が選択する 3 資産を貨幣、債券、株式とする。それぞれの収益率を定義する。収益率は、現在ある資産に投資したとき、ある期間（たとえば 1 年）たった、その資産を売却したときえられる収益を投資額で割った比率である。1 年後の利息は確定しているが、1 年後の配当、1 年後の利付債単位価格および 1 年後の株式 1 株価格は予想値である。

貨幣の投資収益率 $m = \frac{1 \text{ 年後の現金 } 1 \text{ 円} - \text{現在の } 1 \text{ 円}}{\text{現在の } 1 \text{ 円}} = 0$

利付債投資収益率 $b = \frac{1 \text{ 年後の利息} + (1 \text{ 年後の利付債単位価格} - \text{現在の利付債単位価格})}{\text{現在の利付債単位価格}}$

株式の投資収益率 $s = \frac{1 \text{ 年後の } 1 \text{ 株当りの配当} + (1 \text{ 年後の株式価格} - \text{現在の株式価格})}{\text{現在の株式価格}}$

投資家の収益指標を期待収益率とし、投資家のリスク指標を期待収益率の分散または標準偏差とする。

1) 1 安全資産と 1 危険資産(貨幣・債券)モデル

投資家は、貨幣と債券の 2 種類のポートフォリオ（資産の一覧表）を選択する。以下は、ポートフォリオの収益率 R を定義し、その期待値(平均値) μ_R と分散 σ_R^2 (標準偏差 σ_R) を求める。

貨幣の収益率は 0 であり、利付債の利息(クーポン)率を $r = \text{利息} / \text{現在の債券価格}$ 、capital gain or loss 率 $G = (1 \text{ 年後の利付債単位価格} - \text{現在の利付債単位価格}) / \text{現在の利付債単位価格}$ とする。貨幣と債券の 2 種類のポートフォリオの場合、予想値があるのは債券価格のみであり、債券価格に含まれる値上がりまたは値下がり率 G は、確率変数とする。確率変数 G の性質は、期待値(平均値) μ_g および分散 σ_g^2 (標準偏差 σ_g) で表される。 $\mu_g = 0$ および σ_g は一定を仮定する。

貨幣と債券のポートフォリオの収益率を R とする。2 資産に投資した割合を、それぞれ、 $A_1, A_2 \geq 0$ とする。 $A_1 + A_2 = 1$ である。ポートフォリオ収益率 $R = A_1 \times 0 + A_2 \times (r + G) = A_2 \times (r + G)$ の期待値と分散を計算する。

$$\begin{aligned}\text{期待値 } \mu_R = E[R] &= E[A_2 \times (r+G)] = A_2 E[r+G] = A_2 \{E[r] + E[G]\} \\ &= A_2 \{r+0\} = A_2 r\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\text{分散 } \sigma_R^2 &= E[R - E[R]]^2 = E[A_2 \times (r+G) - A_2 r]^2 = E[A_2 G]^2 \\ &= A_2^2 E[G]^2 = A_2^2 \sigma_g^2\end{aligned}\quad (2)$$

以上の計算は期待値 E の公式を使っている。

$$\text{定数 } r \text{ のとき, } E[r] = r, \quad E[r+G] = E[r] + E[G].$$

$$E[A_2 \times (r+G)] = A_2 E[r+G].$$

有効フロンティアの作成

各期待収益率 μ_R に対し、リスク(分散 σ_R^2)を最小にする債券の割合 A_2 を求める。分散 σ_R^2 を最小にする債券の割合 A_2 が描く軌跡を**有効フロンティア**という。

$$(2) \text{ 式 } \sigma_R^2 = A_2^2 \sigma_g^2 \text{ から, } A_2 = \sigma_R / \sigma_g. \quad A_1 = 1 - \sigma_R / \sigma_g.$$

$A_2 = \sigma_R / \sigma_g$ を (1) 式 $\mu_R = A_2 r$ に代入すると、**投資機会線または有効フロンティア**がえられる。

$$\mu_R = (r / \sigma_g) \sigma_R \quad 4.9$$

図 4.8 において、期待収益率と標準偏差の平面上に描くと、直線 $\mu_R = (r / \sigma_g) \sigma_R$ となる。この直線の右側では、各期待収益率 μ_R に対する標準偏差 σ_R がより大きいことが見て取れる。この直線がリスク(分散 σ_R^2)を最小にする債券の割合 A_2 が描く直線であり、有効フロンティアである。

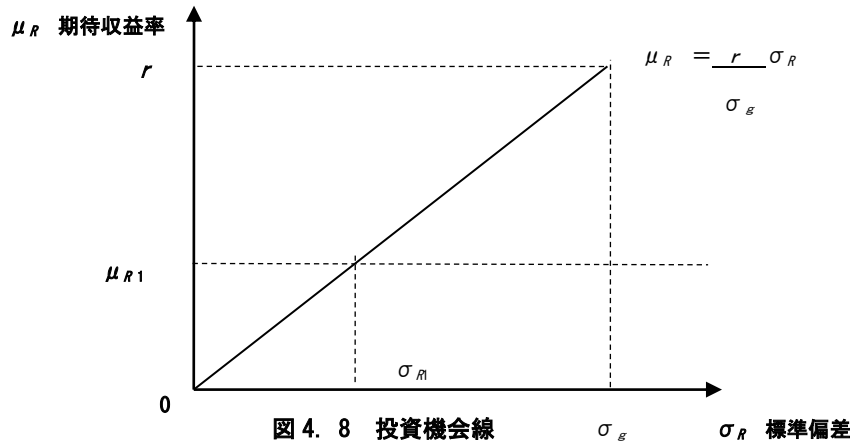


図 4.8 投資機会線

図 4.8 において、有効フロンティア 4.9 線上で、原点は、 $A_1=1$ であり、貨幣に、投資資金をすべて投資することを意味する。点 (r, σ_g) で、 $A_2=1$ となり、債券にすべて投資する。4.9 線上の原点 0 と点 (r, σ_g) との線分を内分する点で、保有割合が決まる割合が決まる。外分点は、点 (r, σ_g) の右上方向で信用買いと原点 0 の左下方向で空売りを決める。

期待収益率を μ_{R1} で固定すると、点 (μ_{R1}, σ_{R1}) で、保有割合が決まる。直線 $\mu_R = \mu_{R1}$ の右へ、標準偏差すなわちリスクは大きくなり、投資機会線上の期待収益率は上昇する。

投資家の行動基準

投資家の期待効用

投資家が有効フロンティアのどの期待収益率を選ぶかは、von Neumann-Morgenstern の「期待効用最大化の仮説」にしたがう。

期待効用最大化の仮説

「各投資家は、期待収益率の実現値 $R=r$ に対して、効用関数 $U(R)$ をもち、効用関数の期待値 $E[U(R)]$ が最大となる確率分布を選ぶ。」

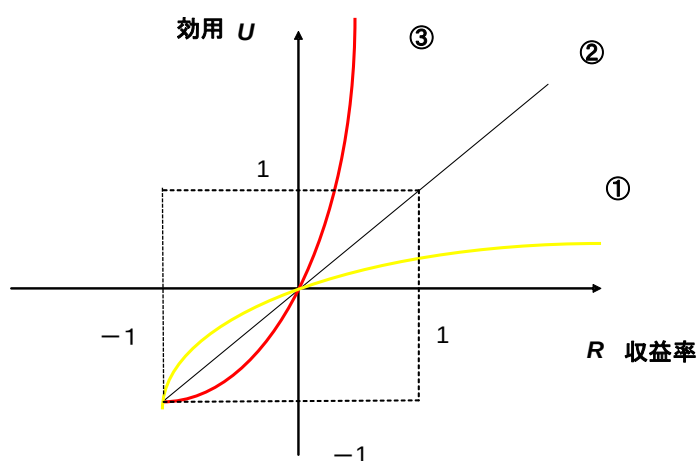
投資家の分類

投資家は、効用関数 $U(R)$ によって、主に、3つのタイプに分類される。すなわち、危険回避者、危険中立者、危険愛好者である。危険中立者はリスクに無関心であるので、効用関数の期待値を取るとリスクの指標である分散が入らない。他の2者は、分散が入る。

それぞれの期待収益率 R に対する効用関数を Tobin にしたがって、つぎのように仮定する (J.Tobin, “The Theory of Portfolio Selection,” in F. H. Hahn and F. P. R. Brechling, eds., The Theory of Interest Rates, Macmillan, 1965, Ch.1, p.16)。

- | | |
|-------------|-----------------|
| ①危険回避者の効用関数 | $U=0.8R-0.2R^2$ |
| ②危険中立者 | $U=R$ |
| ③危険愛好者 | $U=2R+R^2$ |

図 4. 9 投資家の効用関数



3つのタイプの期待効用関数は次のように計算される。

危険回避者の期待効用関数

$$\begin{aligned} E[U(R)] &= E[0.8R - 0.2R^2] = 0.8\mu_R - 0.2(\mu_R^2 + \sigma_R^2) \\ &= -0.2\{\sigma_R^2 + (\mu_R - 2)^2 - 4\} \end{aligned} \quad 4.10$$

危険中立者の期待効用関数

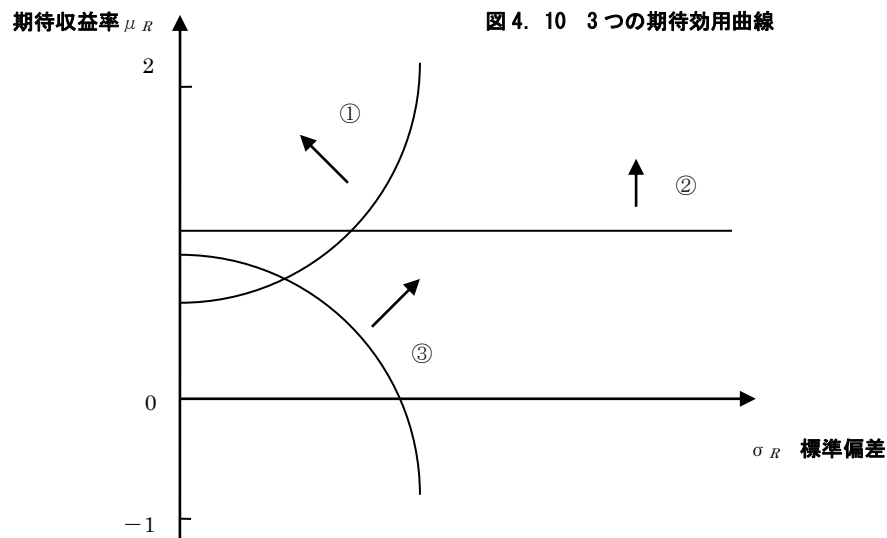
$$E[U(R)] = \mu_R$$

危険愛好者の期待効用関数

$$E[U(R)] = E[2R + R^2] = 2\mu_R + \mu_R^2 + \sigma_R^2 = \sigma_R^2 + (\mu_R + 1)^2 - 1$$

図 4.10 において，危険回避者，危険愛好者はともに円の方程式であり，危険回避者は北西方向に同心円が行くにつれて，期待効用が高くなる．危険愛好者は北東方向である．危険中立者は，水平線となり，上に行くほど期待効用が高い．

経済学では，危険回避者を想定することが多い．危険愛好者は，投機者である．分散または標準偏差を経済行動の最適化にもちいるのが，資産選択理論である．



3つの効用曲線を図 4.10 に表す．各矢印の方向に，各効用は高くなる．

最適ポートフォリオの求め方

危険回避者では，期待効用関数の接線の傾きは

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = - \frac{\sigma_R}{\mu_R - 2} \quad 4.11$$

投資機会曲線の傾きは 4.9 式から

$$r / \sigma_g \quad 4.12$$

期待効用が最大となるのは，2つの傾きが等しいときであるから

$$-\frac{\sigma_R}{\mu_R - 2} = \frac{r}{\sigma_g} \quad 4.13$$

$\mu_R = A_2 r$, $\sigma_R = A_2 \sigma_g$ を 4.13 式に代入

$$A_2 = \frac{2r}{r^2 + \sigma_g^2}$$

これが**債券の最適保有率**である。接点 (μ_R^*, σ_R^*) は,

$$\mu_R^* = \frac{2r^2}{r^2 + \sigma_g^2}, \quad \sigma_R^* = \frac{2r^2 \sigma_g}{r^2 + \sigma_g^2} \quad \text{である.}$$

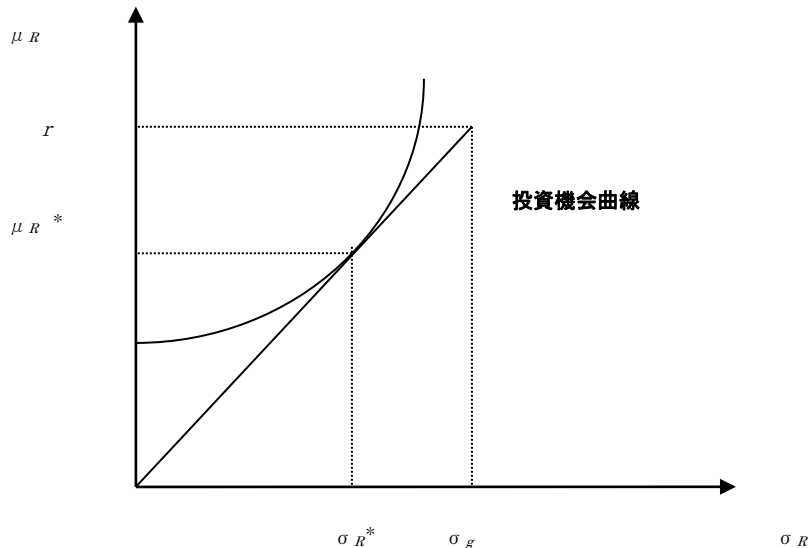
分析 $\sigma_g > r$ とする。クーポン率 r が上昇するならば、債券保有率 A_2 は増加する。

$$\frac{dA_2}{dr} = \frac{2(r^2 + \sigma_g^2) - 4r^2}{(r^2 + \sigma_g^2)^2} = \frac{(\sigma_g - r)(\sigma_g + r)}{(r^2 + \sigma_g^2)^2} > 0.$$

最適ポートフォリオを求める図解

横軸にリスクを表す、標準偏差 σ_R をとり、縦軸に期待収益率 μ_R をとる。投資機会線 4.9 は、原点を通る傾き r/σ_g の直線である。危険回避者の期待効用曲線は、4.10 式より、中心 $(0, 2)$ の同心円である。投資機会線と期待効用の無差別曲線は、点 (μ_R^*, σ_R^*) において、接する。この点が、最適なポートフォリオである。

図 4.11 期待効用曲線



2) 2 危険資産モデル

- ・ 2 危険資産の有効フロンティアを求める。
- ・ 有効フロンティア上で、期待効用を最大にするポートフォリオを求める。

2 危険資産を仮定し、株式の収益率を S 、債券の収益率を B とする。収益率 $R = A_1 S + (1 - A_1) B$ と定義する。収益率の分散 σ_R^2 は、

$$\begin{aligned}
\sigma_R^2 &= E[R - E[R]]^2 = (\sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)A_1^2 + \\
&\quad 2(\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B - \sigma_B^2)A_1 + \sigma_B^2 \\
&= (\sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)\{A_1 + (\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B - \sigma_B^2)/\Delta\}^2 \\
&\quad + \sigma_B^2 - (\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B - \sigma_B^2)^2/\Delta
\end{aligned} \tag{4.14}$$

と表わされる。ここで、 $\Delta = \sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B$ である。この分散は、 A_1 の値を変化させることにより、最小値 σ_R^{2*} が求まる。 ρ_{SB} は相関係数であり、確率変数 S と B は、統計的に独立を仮定しない。統計的に独立であれば、 $\rho_{SB}=0$ である。数値例では、独立の場合を計算している。

$$\sigma_R^{2*} = \frac{\sigma_S^2\sigma_B^2(1 - \rho_{SB}^2)}{\Delta}$$

また、そのときの A_1 の値は、 $A_1^* = (\sigma_B^2 - \rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)/\Delta$ である。最小値 σ_R^{2*} のときの平均値 μ_R^* は、 $\mu_R^* = \mu_B + A_1^*(\mu_S - \mu_B)$ で表されるから、4.14式は、双曲線の方程式に変形する。

$$\begin{aligned}
\sigma_R^2 &= \Delta\{A_1 - A_1^*\}^2 + \sigma_R^{2*} = \Delta(\mu_R - \mu_R^*)^2 / (\mu_S - \mu_B)^2 + \sigma_R^{2*}. \\
(\mu_R - \mu_R^*)^2 &= \frac{(\sigma_R^2 - \sigma_R^{2*})(\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta}
\end{aligned} \tag{4.15}$$

となる。双曲線の形(金融数学2)に、4.15式を変形すると、次の式になる。

$$\frac{\sigma_R^2}{\sigma_R^{2*}} - \frac{(\mu_R - \mu_R^*)^2}{\sigma_R^{2*}(\mu_S - \mu_B)^2/\Delta} = 1.$$

最適ポートフォリオを求める図解

横軸にリスクを表す、標準偏差 σ_R をとり、縦軸に期待収益率 μ_R をとる。図4.12のように、有効フロンティア4.15は、双曲線である。危険回避者の期待効用曲線は、4.10式より、中心(0, 2)の同心円である。有効フロンティアと期待効用の無差別曲線は、点 (σ_R^*, μ_R^*) において、接する。この点が、最適なポートフォリオである。接点の求め方は、4.15式を全微分して、双曲線上の接線の傾きを求め、4.13式の傾きと一致させて、 σ_R を消去する。

解答 4.15式を全微分する。

$$2(\mu_R - \mu_R^*) \frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = \frac{2\sigma_R(\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta} \frac{d\sigma_R}{d\sigma_R}$$

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = \frac{\sigma_R(\mu_S - \mu_B)^2}{(\mu_R - \mu_R^*)\Delta}.$$

4.13式の傾きは、

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = -\frac{\sigma_R}{\mu_R - 2}.$$

$$\text{ゆえに, } \frac{\sigma_R (\mu_S - \mu_B)^2}{(\mu_R - \mu_R^*) \Delta} = - \frac{\sigma_R}{\mu_R - 2}.$$

$$(\mu_R - 2) (\mu_S - \mu_B)^2 = - (\mu_R - \mu_R^*) \Delta$$

$$\{ (\mu_S - \mu_B)^2 + \Delta \} \mu_R = 2 (\mu_S - \mu_B)^2 + \mu_R^* \Delta$$

$$\mu_R^{**} = \{ 2 (\mu_S - \mu_B)^2 + \mu_R^* \Delta \} / \{ (\mu_S - \mu_B)^2 + \Delta \}.$$

4.15 式に μ_R^{**} を代入する.

$$(\mu_R^{**} - \mu_R^*)^2 = \frac{(\sigma_R^2 - \sigma_R^{2*}) (\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta}$$

$$\sigma_R^2 = (\mu_R^{**} - \mu_R^*)^2 \Delta + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2$$

$$\sigma_R^{2*} = \sqrt{\{ (\mu_R^{**} - \mu_R^*)^2 \Delta + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2 \}}.$$

収益率 $R = A_1 S + (1 - A_1) B$ であるから, $\mu_R^{**} = A_1 \mu_S + (1 - A_1) \mu_B$ より,

$A_1^{**} = (\mu_R^{**} - \mu_B) / (\mu_S - \mu_B)$ が最適ポートフォリオである.

数値例 2 危険資産は, 統計的独立を仮定する. したがって, 相関係数 $\rho_{SB} = 0$. 4.15 式をグラフで表わす. 統計的独立である確率変数 S と B の確率分布を次の通りとする.

収益率 S の実現値 s -0.05 0.05 0.1 0.2

確率 p 0.2 0.2 0.4 0.2

収益率 B の実現値 b 0.01 0.03 0.05

p 0.25 0.5 0.25

平均値 $\mu_S = 0.08$ $\mu_B = 0.03$

分散 $\sigma_S^2 = 0.0066$ $\sigma_B^2 = 0.002$

下の図において, S 点は $(\mu_S, \sigma_S) = (0.08, 0.0812)$ B 点は $(\mu_B, \sigma_B) = (0.03, 0.0447)$ である. B 点と S 点を結んだ双曲線を**有効フロンティア**という.

確率変数 S と B の分布から

$$\Delta = \sigma_S^2 + \sigma_B^2 = 0.0066 + 0.002 = 0.0086$$

$$A_1^* = \sigma_B^2 / \Delta = 0.002 / 0.0086 = 0.2326$$

$$\mu_R^* = \mu_B + A_1^* (\mu_S - \mu_B) = 0.03 + 0.2326 (0.08 - 0.03) = 0.042$$

$$\sigma_R^{2*} = \sigma_S^2 \sigma_B^2 / \Delta = 0.0066 \times 0.002 / 0.0086 = 0.0015$$

であるから, 4.15 式は,

$$(\mu_R - 0.042)^2 = (\sigma_R^2 - 0.0015) \times 0.2907 \quad 4.16$$

$$\sigma_R^2 - \frac{(\mu_R - 0.042)^2}{0.2907} = 0.0015$$

これは, μ_R 軸方向, 上に 0.042 平行移動した双曲線であり, 有効フロンティアは BS である.

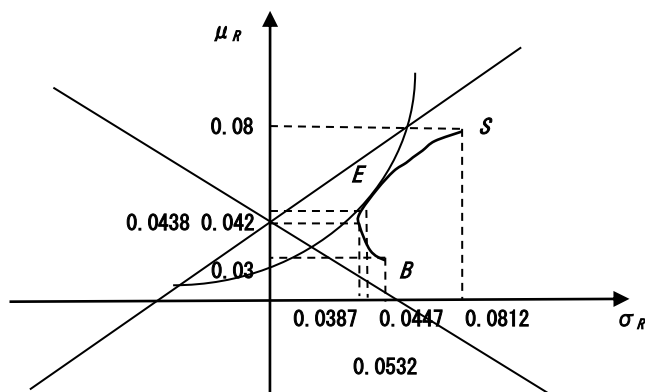
危険回避者の期待効用関数は, $E[U(R)] = -0.2 \{ \sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 - 0.01 \}$ に半径を 2 から 0.1 に調整した. すなわち, $\sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 = 0.01 - 5 E[U(R)]$ の円である.

これと 4.16 式的双曲線との接点が、最適な収益率と標準偏差である。 σ_R^2 を消去して、判別式を計算する。

$$-(\mu_R - 0.1)^2 + 0.01 - 5 \frac{E[U(R)] - (\mu_R - 0.042)^2}{0.2907} = 0.0015$$

判別式 $D=0$ となる μ_R は、 $\mu_R^{**} \div 0.0532$ である。 4.16 式にこれを代入すると、 $\sigma_R^{**} \div 0.0438$ である。最適点 E は、 $(0.0438, 0.0532)$ となる。

図 4. 12 2 危険資産の有効フロンティア



3) 1 安全資産・2 危険資産モデル

安全資産を貨幣とする。危険資産を債券と株式とする。債券はクーポン率を r とする。キャピタルゲインまたはロス（債券の予想価格—債券の現在価格）の収益率を G とする。 G は確率変数であり、平均 $\mu_G=0$ 、分散 σ_G^2 とする。株式の収益率を S とし、平均 $\mu_S=0$ 、分散 σ_S^2 とする。

ポートフォリオの収益率 R は、貨幣、債券および株式に割合 A_1 、 A_2 および A_3 で投資したときの収益率とする。

$$A_1 + A_2 + A_3 = 1, \quad A_1, A_2, A_3 \geq 0$$

収益率 R は、 $R = A_1 \times 0 + A_2 (r + G) + A_3 S = A_2 (r + G) + A_3 S$ である。

仮定によって、収益率 R の平均 μ_R と分散 σ_R^2 が計算できる。

$$\mu_R = E[R] = A_2 r + A_3 \mu_S$$

$$\sigma_R^2 = E[R - E[R]]^2 = E[A_2 G + A_3 (S - \mu_S)]^2$$

$\alpha = A_2 / (A_2 + A_3)$ とおけば、 $1 - \alpha = A_3 / (A_2 + A_3)$ と表せ、2 危険資産の収益率を R^* とすると、

$$R^* = \frac{A_2}{A_2 + A_3} (r + G) + \frac{A_3}{A_2 + A_3} S = \alpha (r + G) + (1 - \alpha) S$$

と表せ、3 資産の資産選択は、貨幣と 2 危険資産の資産選択となる。

収益率 R は、 $R = (1 - A_1) R^*$ と表せる。 $\mu_R^* = E[R^*] = \alpha r + (1 - \alpha) \mu_S$ と $\sigma_{R^*}^2 = E[R^* - \mu_R^*]^2 = E[\alpha G + (1 - \alpha) (S - \mu_S)]^2$ から、 $\mu_R = (1 - A_1) \mu_R^*$ および $\sigma_R^2 = (1 - A_1)^2 \sigma_{R^*}^2$ である。 μ_R^* と $\sigma_{R^*}^2$ は貨幣の配分比率 A_1 に依存しない。したがって、

安全資産派の保有割合は、危険資産の最小分散に依存しないことが示せた。

安全資産と危険資産の分離定理

「危険資産の最小分散は、安全資産の保有割合と無関係である。」

2 資産の資産選択で、前項の有効フロンティア BS がえられる。原点 O の貨幣と投資機会線上の合成資産とのポートフォリオを考えると、原点と有効フロンティアを結んだ直線上で、期待効用の無差別曲線が接するから、期待効用が最大になるのは、有効フロンティア BS に原点を通る直線が接する接点 M のときである。

点 M を求める。

前項の有効フロンティア BS から、 $\sigma_R^{2*} = \sigma_S^2 \sigma_B^2 (1 - \rho_{SB}^2) / \Delta$ 、最小値 σ_R^{2*} のときの平均値 μ_R^* は、 $\mu_R^* = \mu_B + A_1^* (\mu_S - \mu_B)$ 、 $A_1^* = (\sigma_B^2 - \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B) / \Delta$ である。

原点を通る直線は、

$$\mu_R = \gamma \sigma_R \quad 4.17$$

有効フロンティアは、

$$(\mu_R - \mu_R^*)^2 = \frac{(\sigma_R^2 - \sigma_R^{2*}) (\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta} \quad 4.18$$

4.18 式に 4.17 式を代入し、接点の条件を求める。

$$(\sigma_R^2 - \sigma_R^{2*}) (\mu_S - \mu_B)^2 - \Delta (\gamma \sigma_R - \mu_R^*)^2 = 0.$$

$$\{\Delta \gamma^2 - (\mu_S - \mu_B)^2\} \sigma_R^2 - 2\Delta \gamma \mu_R^* \sigma_R + \Delta \mu_R^{*2} + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2 = 0.$$

この 2 次方程式の判別式 $D=0$ から、 γ を求める。

$$\text{判別式 } D = (\Delta \gamma \mu_R^*)^2 - \{\Delta \gamma^2 - (\mu_S - \mu_B)^2\} \{\Delta \mu_R^{*2} + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2\} = 0.$$

$$[\Delta^2 \mu_R^{*2} - \Delta \{\Delta \mu_R^{*2} + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2\}] \gamma^2 = - (\mu_S - \mu_B)^2 \{\Delta \mu_R^{*2} + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2\}.$$

$$\Delta \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2 \gamma^2 = (\mu_S - \mu_B)^2 \{\Delta \mu_R^{*2} + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2\}.$$

$$\gamma^* = \sqrt{\{(\Delta \mu_R^{*2})^2 + \Delta \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2\} / \Delta \sigma_R^{2*}}.$$

$$\sigma_R^M = \Delta \gamma^* \mu_R^* / \{\Delta \gamma^{*2} - (\mu_S - \mu_B)^2\}$$

ゆえに、合成資産 M は、 $(\mu_R, \sigma_R) = (\gamma^* / \sigma_R^M, \sigma_R^M)$ である。

$R = \alpha S + (1 - \alpha) B$ より、 $\mu_R = \alpha \mu_S + (1 - \alpha) \mu_B$ であるから、合成資産 M の点

$(\gamma^* / \sigma_R^M, \sigma_R^M)$ を代入すれば、 $\alpha^M = \{(\gamma^* / \sigma_R^M) - \mu_B\} / (\mu_S - \mu_B)$ である。

危険資産の配分割合が決まる。

次に、1) と同様に、投資機会線 $\mu_R = \gamma^* / \sigma_R$ と危険回避者の期待効用曲線 4.10 式とが接する点 $E = (\mu_R^{**}, \sigma_R^{**})$ が、最適ポートフォリオである。

接点 $(\mu_R^{**}, \sigma_R^{**})$ は、

$$\mu_{R^{**}} = \frac{2\mu^M}{\mu^M + \sigma^M}, \quad \sigma_{R^{**}} = \frac{2\mu^M \sigma^M}{\mu^M + \sigma^M} \quad \text{である.}$$

次に、合成資産と原点の貨幣が作る有効フロンティアは、直線 $\mu_R = \gamma^* \sigma_R$ である。危険回避者の期待効用関数は、 $E[U(R)] = -0.2 \{ \sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 - 0.01 \}$ とする。すなわち、 $\sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 = 0.01 - 5 E[U(R)]$ の円である。これと有効フロンティア直線 $\mu_R = \gamma^* \sigma_R$ との接点が、最適な収益率と標準偏差である。1) から、危険回避者の期待効用関数における接線の傾きは

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = \frac{-\sigma_R}{\mu_R - 0.1} \quad 4.11$$

有効フロンティア投資機会線の傾きは γ^* であるから、期待効用が最大となるのは 2 つの傾きが等しいときである。

$$\frac{-\sigma_R}{\mu_R - 0.1} = \gamma^*$$

この式に、平均収益率 $\mu_R = A_2 \gamma^* \sigma_R^M$ と標準偏差 $\sigma_R = A_2 \sigma_R^M$ を代入し

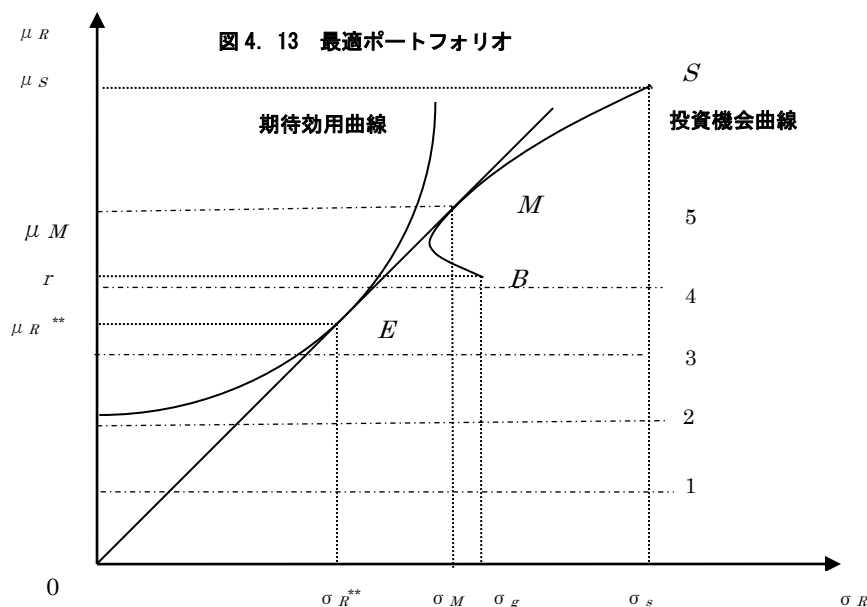
$$A_2^{**} = \frac{0.1 \gamma^*}{(1 + \gamma^{*2}) \sigma_R^M}, \quad A_1^{**} = 1 - \frac{0.1 \gamma^*}{(1 + \gamma^{*2}) \sigma_R^M}.$$

A_2^{**} が合成資産 M の最適保有率であり、 A_1^{**} が貨幣の最適保有率である。

期待効用最大になるときの最適点 E を $(\sigma_{R^{**}}, \mu_{R^{**}})$ とすれば、最適収益率は

$$\mu_{R^{**}} = A_2^{**} \gamma^* \sigma_R^M = \frac{0.1 \gamma^{*2}}{1 + \gamma^{*2}},$$

最適分散は $\sigma_{R^{**}}^2 = A_2^{*2} \sigma_R^{M2} = \frac{0.1^2 \gamma^{*2}}{(1 + \gamma^{*2})^2}$ である。



4. 9 最適資産選択にもとづく資産購入への応用

期待効用は各自の効用関数で決まる．債券投資信託を 1 種，株式投資信託，バランス投資信託を選ぶ．合成資産 M を計算する．図 4. 12 において，期待収益率の縦軸 $0 \mu_M$ を 5 等分し，機械的に効用関数の接点を 5 点作る．そのうち，収益率を運用・管理会社の手数料以上（例えば 0.02）にする．各自のリスクの許容度に応じて，残りの収益率から，貨幣と合成資産 M の割合 A_2, A_3, A_4, A_5 を選択する．

リスク・ランクにしたがって，資金を配分する．資産選択論の立場から，危険愛好者は許容度 5，点 M である．危険中立者は許容度 3 とする．危険回避者は，2 から 3 になる．

市場で売買する

市場で，購入する場合は，貨幣と合成資産 M の割合 A_2, A_3, A_4, A_5 では購入できない． $A_2=2/5$ の割合を選択する場合， $2/5$ は債券， $3/5$ はバランスと株式の合成資産 M である．さらに， M の配分割合を計算する． $3/5$ をその割合に分ける．

予算は，拠出額であるから， $W=1$ 万円であれば，債券投資信託，バランス投資信託，株式投資信託の 3 種類，現在の基準価格を P_1, P_2, P_3 とする．

配分割合は，定義により， $A = (P_1 \times b_1) / W$ の関係があるから，3 種類の投資信託は， $2/5, (3/5)(2/3) = 2/5, (3/5)(1/3) = 1/5$ にそれぞれ配分する．それぞれの購入量（口数）を b_1, b_2, s とすると

$(2/5) 10,000 = P_1 \times b_1, (2/5) 10,000 = P_2 \times b_2, (1/5) 10,000 = P_3 \times s$ が成立する．
 $b_1 = (2/5) 10,000 / P_1, b_2 = (2/5) 10,000 / P_2, s = (1/5) 10,000 / P_3$

4. 10 CAPM 理論 (Capital Asset Pricing Model)

W. F. Sharpe は，個別資産の収益率を市場収益率で説明する**資本資産評価モデル** (Capital Asset Pricing Model) を提案した [W. F. Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, Journal of Finance, Sept. 1964, No. 3]. 市場収益率は，日経平均や TOPIX などの指標の収益率である．(CAPM はキャップエムと発音する．) 岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社，1989 年，pp. 37-41 に，その要約がある．

安全資産がある場合，前節の 3) の場合のように有効フロンティアが市場で計算される．安全資産の収益率（リスクフリー・レート） r_f と有効フロンティアの接点 $M (\sigma_M, \mu_M)$ を**市場ポートフォリオ**という．点 M では，**市場の資産の需要と供給が一致している**．この 2 つの点を結んだ直線を**資本市場線** (CML: Capital Market Line) という．資本市場線上のポートフォリオを点 $P = (\sigma_P, \mu_P)$ とする．すべての投資家が危険回避者であれば，資本市場線上の点を選択する．

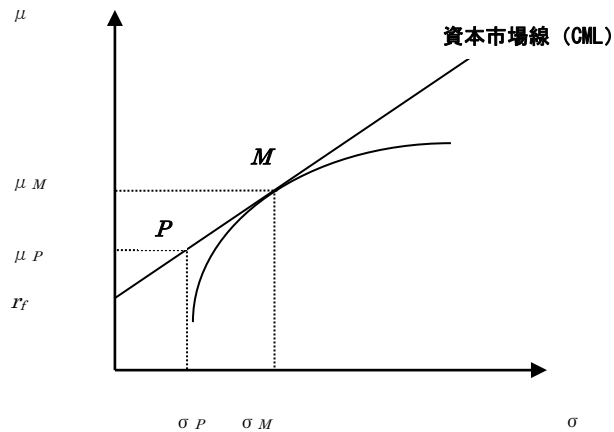


図 4. 14 市場ポートフォリオと資本市場線

資本市場線の傾き $\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$ を**リスクの市場価格**という．標準偏差をリスクとすれば，

リスク 1 単位あたりの超過収益率（プレミアム）を表す．

個別資産 A の収益率を市場収益率で説明する**資本資産評価モデル** (Capital Asset Pricing Model) にもどる．資産 A と市場ポートフォリオ M とのポートフォリオ P を考える．その収益率を $R = A_1 A + (1 - A_1) M$ と定義する．収益率の分散 σ_R^2 は，4. 4, 2) の 4. 9 式から

$$\sigma_R^2 = E[R - E[R]]^2 = (\sigma_A^2 + \sigma_M^2 - 2\rho_{AM}\sigma_A\sigma_M)A_1^2 + 2(\rho_{AM}\sigma_A\sigma_M - \sigma_M^2)A_1 + \sigma_M^2$$

と表せ，点 M における，ポートフォリオ P の接線の傾きは

$$\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{d\mu}{dA_1} \frac{dA_1}{d\sigma} = (\mu_A - \mu_M) \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_{AM} - \sigma_M^2} = \frac{\mu_A - \mu_M}{\rho_{AM}\sigma_A - \sigma_M}$$

と計算できる．これは，資本市場線の傾きに等しいから，

$$\begin{aligned} \frac{\mu_A - \mu_M}{\rho_{AM}\sigma_A - \sigma_M} &= \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \\ \mu_A - \mu_M &= \frac{\rho_{AM}\sigma_A - \sigma_M}{\sigma_M} (\mu_M - r_f) \\ \mu_A - \mu_M &= \rho_{AM}\sigma_A (\mu_M - r_f) - (\mu_M - r_f) \\ \mu_A - r_f &= \frac{\rho_{AM}\sigma_A}{\sigma_M} (\mu_M - r_f) = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} (\mu_M - r_f). \end{aligned}$$

この式は**資本資産評価モデル**といわれる．

$$\beta_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} \text{ を資産 } A \text{ のベータ という.}$$

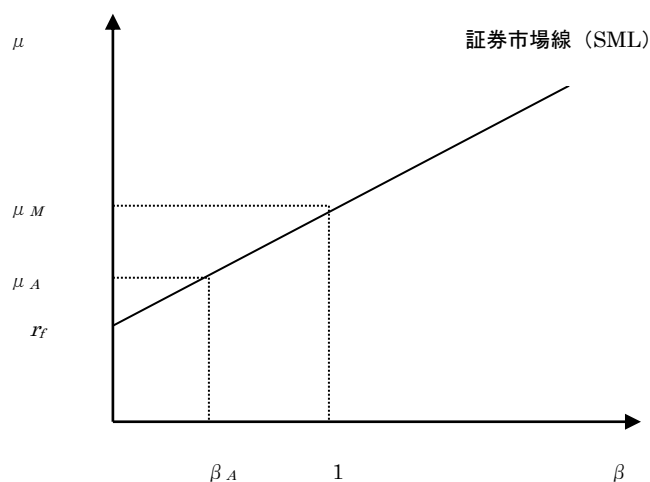
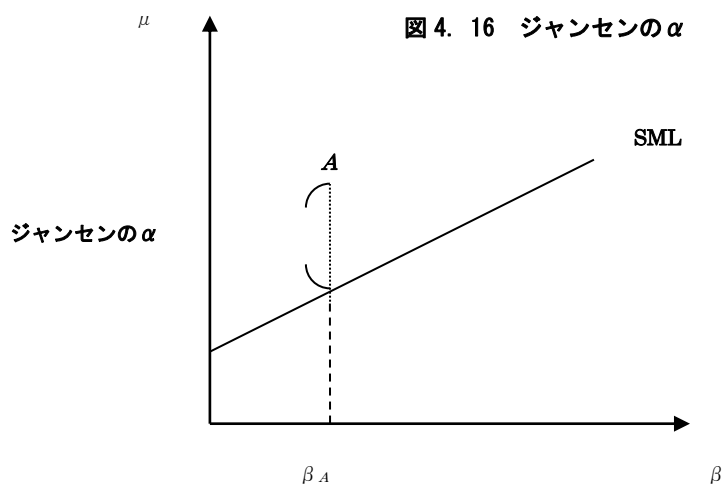


図 4. 15 証券市場線 (SML)

リスク β と期待収益率 μ との関係を図 4. 15 に表している. 直線 $\mu_A - r_f = \beta_A (\mu_M - r_f)$ を**証券市場線** (Security Market Line) という.

市場で CAPM が成り立つ場合, 証券市場線は個別証券の割安, 割高を評価する規準となる. 証券市場線は市場均衡線を表すから, 資産 A の期待収益率と均衡期待収益率差を**ジャンセンの α** という. 図 4. 16 において, 資産 A は, $\alpha > 0$ であるから, 過小評価されており, 「買い」である.



5. 資産形成計画と運用・管理

本章では、4章で学んだように、1カ月単位で、家族の生活を金銭面で支え、将来の目標を達成する合理的な方法を考える。節約し過ぎて、1カ月面白くもない生活をするのは、長続きしない。反対に、1カ月、計画性もなく、あるだけ使う生活も、月給日前が、耐乏生活になる。したがって、人は、1カ月、日々の生活に、振り回されるのが、普通であるから、将来を考えて、貯蓄するのは、天引きを基本にする方が、生活を乱されなくて、自動的に、蓄積目的も果たせる。

天引き貯蓄で、資産形成する若年世代、あるいは、住宅ローンを抱えつつ、天引き貯蓄をし、蓄積をする壮年世代を想定する。

日本では、蓄積する資産の内訳は、伝統的に確定利息の定期預金や貯蓄性保険のウエイトが高い。ゼロ金利時代では、預金や保険は、利子率や利回りが低すぎて、蓄積目的に適していない資産になってしまった。ここでは、投資信託受益証券の中から、収益の変動性はあるが、運用管理費用をカバーしつつ、10年以上では、国債利回りより収益率を上げることを考える。

5. 1 イベント分析の枠組み

これまで、第2章制度金融、第3章金融市場と金融商品の特性、評価方法、第4章で、金融商品の選択と決定を学んできた。第5章では、それらの知識を応用して、具体的に、計画を立て、資産を売買し、管理する方法を学ぶ。

資産形成計画は、開始年齢で、終了期間までの期間が大きく異なる。本教室では、若年世代、壮年世代、老年世代の3世代を想定している。若年世代は、20歳～32歳、壮年世代は、33歳～65歳、老年世代は66歳～85歳である。

20歳は自己の責任において金融取引ができる年齢である。資産形成する若年世代、住宅ローンがあり、教育資金と老後の安心を貯蓄する壮年世代を想定し、それぞれの代表的な資産形成の目的をライフ・イベント表に数値化する。若年世代と壮年世代は、制度金融の枠内で、天引き貯蓄とローンの支払いを計画する。壮年世代の計画で、老後の安心は、65歳以降85歳の20年間、公的年金以外の生活予備費である。老年世代は、年金と現役時代の老後の安心貯蓄が、生活の収入源である。老後の安心は、全額預金より、リスクを伴った資産に半額以上、10年間実質目減りしない運用をする。人によっては、国民健康保険以外に、現役時代の既往症で、民間医療・介護保険に加入し、80歳から終身保険にするまで払い込む人もいるだろう。

世代開始年齢と所得

若年世代の10年間は、仕事に習熟することと、家族をもつかどうか为主な目的になる。すなわち、この世代は、消費生活を充実するために貯蓄し、財形住宅貯蓄をする。

33 歳は、山川家のイベント表の開始年齢である。日本銀行の関連会社から、毎年、最も廉価な『明るい暮らしの家計簿』ときわ総合サービス(株)が発行されている。「山川家の生活設計プラン」が 142 ページに 2006 年まで、掲載されていたが、2007 年から、山川家プランは、その当時の諸般の事情から、山川家は典型的な例ではなくなったのか、消滅した。

バブルの精算のため金融システムが再構成されて、日本経済の 2% 程度の低成長もおぼつかなくなり、右肩上がりの経済成長カーブに適合した、年功序列制度は、維持できなくなった。年功序列制度では、入社 10 年で、ミスをしなければ、最初の係長という管理職になれる。しかし、1 年間の評価で格下げになることもある。33 歳は、その年齢であると理解していた。後は、課長、部長で、それぞれ、5~10 年で、昇格する。これが年功序列制度の昇格波乗り 3 段階であり、その波ごとに、モデル賃金カーブが上昇する。このような日本の賃金体系は、崩壊したのである。

各業界では、新入社員から、係長までの 10 年間は、仕事の習熟度が経験年齢とともに上がることで、同業および他の業界との競争から、モデル賃金カーブは残っている。しかし、日本経済の閉塞停滞状態という、他の国の例を見ない経験をして来たために、壮年期のモデル賃金カーブは、維持できない。中間管理職、上級管理職の 2 段階、3 段階のモデル賃金カーブはその事業体の収益性と連動し、事業体も拡張すれば、管理職も増加して来た。しかし、日本経済の閉塞停滞状態では、増収益を毎期待待できない、実現できない事業体が多くなった。管理職手当は、費用より、増収益からの分配であるから、2 段階、3 段階のモデル賃金カーブの原資が維持できなくなった。

海原さんの会社が、現代日本の会社に近い手取り所得、32 歳で 400 万円だろう。山川さん時代より、100 万円低い。山川さんの例でも、48 歳で、600 万台で打ち止め、55 歳で、500 万円台に減給、61 歳から 65 歳で、350 万円台にしているのは、定年制延長と日本経済の閉塞停滞状態を反映している。

金融行動の目的と制度金融

世代別目的		制度金融の利用	非課税限度額
1) 若年世代	消費	NISA5 年間	1 名年 120 万円まで非課税
	資産形成準備	財形住宅貯蓄	<u>元利 550 万円まで非課税</u>
			合計 1,150 万円
2) 壮年世代	消費	NISA5 年間	<u>1 名年 120 万円まで非課税</u>
			合計 1,200 万円
	子の教育費	ジュニア NISA(18 歳まで)	子 1 名年 80 万円 (400 万円)
	資産形成中	財形持家融資制度	低利融資 (財形住宅貯蓄 550 万円)
		財形年金貯蓄	元利 550 万円

	つみたて NISA	1 名年 40 万円 60 歳まで非課税 夫婦で (20 年間拠出額 1600 万円)
		合計 2,550 万円
3) 老年世代	公的年金 (一控除) 公的保険 (国保, 介護) = 年金収入 基礎年金 (779,300 円×2) ー公的保険 (国保 270,309 円総所得 200 万円 2 人簡易計算, 介護 126,720 円第 8 段階) <u>厚生年金 (779,300 円基礎年金と同額とする)</u> 年金手取り額 1,940,871 円 資産取り崩し DC, iDeCo, 財形年金, つみたて NISA 自宅: 不動産担保ローン契約, 老人ハウスに終身契約	

5. 2 イベントに基づく資産形成計画

1) 世帯のイベント表の作成

収入の流列の推計

物価上昇率を決めて, 世帯主の所得の推計をする. 23 歳から 32 歳まで, 毎年, 3%で所得上昇, ボーナスは年 2 回, 4 か月分を標準とする. 33 歳から 45 才まで, 2%で所得上昇, 46 歳から 55 歳まで 1%上昇, 56 歳から 60 歳まで, 1 割減で, フラット化する. 61 歳から 65 歳まで, 再就職する. 年収は現役の 6 割とする.

65 歳から年金受給を推計する.

公的年金 生涯平均年収の 5 割 (65 歳から)

企業年金

確定給付企業年金の場合, 平均年収の 2 割 (60 歳から 10 年間年金)

確定拠出企業年金の場合, 拠出総額の 2 倍 (最大)

確定拠出個人年金 iDeCo 拠出総額の 2 倍 (最大)

財形貯蓄 拠出総額の 2 倍 (最大)

支出の流列の推計

家族の主要なイベントを想定し, イベントの目標額を見積もる.

住宅ローンを推計する.

主なイベントの年間必要額(月額)を計算する.

イベント表に数値をいれる.

収支, 差額を計算する.

貸借対照表を作成する.

2) 各世代のイベント表の特徴

① 若年世代 23 歳~32 歳の金融行動の目的

若年世代の 10 年間は、仕事に習熟することと、家族をもつかどうか为主要目的になる。すなわち、この世代は、消費生活を充実するために貯蓄し、貯蓄は、定額拠出 iDeCo で運用する。年 2 回のボーナスで 30 代の住宅取得の頭金を財形住宅貯蓄でつくる。毎月の貯蓄差額は、若年世代では、消費生活が手取りの 9 割以上になりがちである。

自己金融のための貯蓄差額を 30 万円担保設定し、普通預金に入れておく。給与と同じ金融機関で、クレジットや諸料金の自動引き落としを組む場合が多いので、残高不足になることがしばしばある。30 万円担保設定すれば、9 割の 27 万円以内で、残高不足に対して、金融機関が貸してくれる。企業の当座借越しと同じ仕組みであるから、借越し分は、貸付金利マイナス普通預金金利の金利が取られるから、すみやかに、入金して、返済する。

海原さんの計算例

イベント表

収入の推計 モデル賃金カーブを次のように想定する。23 才で、手取り年収 300 万円とする。32 才まで、年 12 万円増加する。物価上昇率は想定しない。各業界で各年齢の所得を計算したサイトがあるので、モデル賃金カーブを作成、利用することができる。

支出の推計

消費支出 海原さんは、収入の 8 割を消費支出にあてる。30 歳で結婚を予定して、第 1 子は 32 歳でもつ。

貯蓄 住宅取得計画は、頭金 500 万円を 32 歳までに貯蓄する。収支差額の運用計画は、財形貯蓄、iDeCo、つみたて NISA、残りは普通預金にする。

海原さんイベント表

年齢	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
妻								28	29	30
子										1
収入	300	312	324	336	348	360	372	384	396	408
消費支出	240	249.6	259.2	268.8	278.4	288	297.6	307.2	316.8	326.4
住宅頭金	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
合計	290	299.6	309.2	318.8	328.4	338	347.6	357.2	366.8	376.4
収支差額	10	12.4	14.8	17.2	19.6	22	24.4	26.8	29.2	31.6

収支差額表

期末貸借対照表

年齢	収支差額	資産	(財形	iDeCo	預金)	負債	純資産
23	10		50	10	0	0	60
24	12.4		100	22	0.4	0	122.4
25	14.8		150	34	3.2	0	187.2
26	17.2		200	46	8.4	0	254.4

27	19.6	250	58	16	0	324
28	22	300	70	26	0	396
29	24.4	350	82	38.4	0	470.4
30	26.8	400	94	53.2	0	547.2
31	29.2	450	106	70.4	0	626.4
32	31.6	500	118	90	0	708
合計	208	500	118	90	0	708

② 壮年世代 33 歳～65 歳の金融行動の目的

壮年世代 33 歳から 65 歳までの金融行動の目的を説明する。33 歳から 48 歳まで 2 人子供の子供の教育資金と 36 才まで住宅取得の頭金・建設資金が貯蓄の主な目的になる。前者は、子供の入学時に順次、取り崩す。2000 年に入って、日本経済は、金融システムの再編があり、大手金融機関、中小金融機関は統合され、企業も再編された。そのため、非正規雇用が増加し、正社員の賃金カーブも 40 歳以上ではフラット化してきた。

山川家の計算例

収入の推計 33 才で、手取り年収 500 万円とする。42 才まで、年 10 万円増加する。43 才から 55 才まで年 5 万円増加する。56 才から、60 才定年まで 500 万円であり、61 才から 65 才まで 350 万円です再雇用される。物価上昇率は想定しない。66 才から、企業年金 70 万円と基礎年金+厚生年金 160 万円を受給する。68 才から、妻の基礎年金 78 万円が支給される。

支出の推計

消費支出 収入の 6 割を消費支出にあてる。61 才から 65 才まで収入の 8 割、66 才、67 才は、年金を全額消費する。68 才から年金の 9 割を消費する。

貯蓄 壮年世代の山川家を例にとり、教育資金と住宅取得頭金、36 才から住宅ローンを組むとする。住宅ローン以外は、現金だけの計画である。

教育 二人	700 万円
住宅頭金	500 万円
住宅	<u>2,500 万円</u>
計	1,200 万円

教育計画 16 年間、目標積立額 700 万円、毎年の積立額 a 円とする。

$$a = 700 \text{ 万円} \div 16 = 43.75 \text{ 万円}$$

住宅取得計画 残り 3 年間、住宅取得頭金、年間 50 万円、25 年間の借入額、2,500 万円元利均等払いで、年間返済額、 FR 円とする。住宅ローン利率を 0.03 とする。

$$FR = \frac{L_0 \times i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{2,500 \times 0.03 \times 2.093}{2.093 - 1} \div \frac{156.945}{1.093} \div 143.6$$

住宅を取得計画の立て方

山川家では、35歳で、新居に入居している。住宅の終身計画期間、妻の平均寿命90歳がめどになる。返済期間は、25年間である。60歳以上では、年間所得も300万円以下になるので、ローンの返済があると、生活にしわ寄せがくる。

山川氏の職業によるが、公務員であれば、定年と年間所得が公表されるので、60歳まで25年間の所得の流列が予想できる。一般の職業では、公務員が平均値になっているから、それを参考に、25年間の流列を作成する。

現在は、賃貸戸建て住宅か、マンションに住んでいる。子供は、小学生と幼稚園児である。妻はパートか、常勤でもよいが、山川氏だけで計算する。賃貸住宅では2年契約で、維持費と2年ごと、少なくとも、1カ月の契約更新料に係る。

経済学では、住居費について、自宅、賃貸に係わらず、年間の帰属家賃を計算する。千葉県か埼玉県で、計画していると、通勤・通学等を考慮し、JRおよび私鉄沿線のある駅で、物件情報を集める。更地の場合、マンションおよび戸建分譲住宅情報がある。中古住宅の場合もある。それと比較計算のため、その駅周辺での、マンションおよび戸建分譲住宅の家賃情報を得る。賃貸住宅で終身計画する場合が、帰属家賃計算にあたる。

山川家は、4人家族なので、山川氏が定年退職60歳まで、賃貸4LDKに住み、61歳から3DKに移る。前者が月8万円、共益費5千円、後者が月6万円、共益費5千円とする。家賃・共益費が一定であると、帰属家賃の総額は

$$85000 \times 12 \times 25 + 80000 \times 13 + 65000 \times 12 \times 25 + 60000 \times 13 = 25500000 + 1040000 + 19500000 + 780000 = 46820000$$

である。

例として、山川氏は、東京都あきる野市で、新築戸建て、土地120㎡(37坪)、4LDK95㎡、3000万円が気に入り、自己資金500万円、借入金2500万円で、購入することにした。建築費は、住宅展示場で、好みの住宅を選び、建築費を参考にする。建築費は、3000万円のうち60%、1800万円であり、残り1200万円が土地代になる。ローン返済後、土地1200万円が資産として残る。25年間のローン支払総額は、
 $143 \text{ 万 } 6 \text{ 千円} \times 12 = 3590 \text{ 万円}$ である。

別に、全国的に夏最高気温40℃以上を記録する、埼玉県熊谷市で、新築戸建て、土地160㎡以上、4LDK110㎡、3000万円がある。この3000万円というのは、35歳の年収流列から逆算した購入可能な絶対額のようなだ。熊谷市では、東京都あきる野市より、土地代が安いことが分かる。4LDKの建築延べ面積は、熊谷市の方が広い。住宅メーカー算定サイズによる、メーカー間の競争価格があるので、標準建築坪当たり単価は差は大きくない。

住宅設備と家具は、自己負担であり、外部の構造物（ブロック塀）駐車場の日よけなどを作ると余分に係る。固定資産税および減価償却費にあたる建物の修繕費は、自己負担である。

賃貸か新築かの条件

帰属家賃の総額 4682 万円(住設・固定費込み)>ローン支払総額 3590 万円

返済能力条件

年間所得の 27%がローン返済であるから、消費生活の健全性をクリアしている。
したがって、住宅金融支援機構の審査を合格し、取次の銀行の審査にも合格する。

山川家イベント表

年齢	33	35	36	44	46	48	56	60	61	65	66	68
	30	32	33	41	43	45	53	57	58	62	63	65
	8				21							
	5				20							
収入	500	520	530	605	615	625	500	500	350	350	230	300
支出	300	312	318	363	369	375	300	300	280	280	230	270
住宅ローン			143.6		...			143.6				
住宅頭金	50	50										
教育費	43.75		...		43.75							
合計	393.75	405.75	505.35	550.35	556.35	443.6	443.6	280	280	230	270	
差額	106.25	110.25	24.65	48.65	62.65	56.4	56.4	70	70	0	30	

山川家イベント表から、毎年、教育資金を 43.75 万円、16 年間、貯蓄する。

- ① 教育資金は、ジュニア NISA が、最も適している。
- ②住宅ローンは、頭金が 3 年残っているの、その間、住宅の選択に入り、36 才から、住宅ローンを開始し、25 年間返済し、60 才で返済を終える。
- ③収支差額が毎年発生するが、総額は、非課税枠内に入る。まず、老後の安心のために、iDeCo, 残りは、つみたて NISA にする。

収支差額表

期末貸借対照表

年齢	教育資金	差額 (安心運用資金)	財形	積立	預金	固定資産	負債	純資産
33	43.75	106.25	400	43.75	106.25		0	550
34	43.75	106.25	450	87.5	212.5		0	750
35	43.75	114.25	500	131.25	326.75		0	958
36	43.75	24.65		175	351.4	3000	2500	1026.4
37	43.75	28.65		218.75	380.05	3000	2400	980.05
38	43.75	32.65		262.5	412.7	3000	2300	1375.2
39	43.75	36.65		306.25	449.35	3000	2200	1555.6
40	43.75	40.65		350	490	3000	2100	1740

41	43.75	44.65	393.75	534.65	3000	2000	1928.4
42	43.75	48.65	437.5	583.3	3000	1900	2120.8
43	43.75	52.65	481.25	635.95	3000	1800	2317.2
44	43.75	54.65	525	690.6	3000	1700	2515.6
45	43.75	56.65	568.75	747.25	3000	1600	2716
46	43.75	58.65	612.5	805.9	3000	1500	2918.4
47	43.75	60.65	656.25	866.55	3000	1400	3122.8
48	43.75	62.65	700	929.2	3000	1300	3329.2
49		108.4		1037.6	3000	1200	2837.6
50		110.4		1148	3000	1000	3148
51		112.4		1260.4	3000	900	3360.4
52		114.4		1374.8	3000	800	3574.8
53		116.4		1491.2	3000	700	3791.2
54		118.4		1609.6	3000	600	4006.6
55		120.4		1730	3000	500	4286.4
56		56.4		1786.4	3000	400	4386.4
57		56.4		1842.8	3000	300	4542.8
58		56.4		1899.2	3000	200	4699.2
59		56.4		1955.6	3000	100	4855.6
60		56.4		2012	3000	0	5012
61		70		2082	3000	0	5082
62		70		2152	3000	0	5152
63		70		2222	3000	0	5222
64		70		2292	3000	0	5292
65		70		2362	3000	0	5362
66		0		2362	3000	0	5362
67		0		2362	3000	0	5362
68		30		2392	3000	0	5362
合計			700	2,395			

③ 老年世代 66 歳～85 歳の金融行動の目的

老年世代 66 歳から 85 歳までの金融行動の目的を説明する。老年世代になると、公的年金を受給できるが、公的年金を支払う義務が生じる。公的年金から公的保険を天引きした後が、収入である。生活に不足する分は、資産形成と退職金から、取り崩すことになる。理論的には、問題はない。

しかし、地方税では、在職時の所得が、退職後、2 年間、課税所得として、記録にのこる

ので、退職後、公的年金に所得税が課税されなくとも、地方税は課税される。また、介護保険、国民健康保険も、課税所得のずれが負担になる点は、注意が必要である。

課税、公的保険のずれが、なくなれば、いよいよ、退職生活がスタートする。資産形成と退職金は、目減りしないように、制度枠を利用しつつ、運用を続けることになる。退職した高原氏のイベント表を作成する。

イベント表の仮定と推計

高原家の 66 歳における貸借対照表勘定は、山川家の結果をもちいる。資産運用を行えば、預金は、利息が含まれ、iDeco の年金と投資信託に分散されている。iDeco の年金は、毎年、預金に振り込まれる。投資信託は、不足すれば、その都度、売却する。それらを合わせて、預金から、毎月の不足分を預金から引き出す。

期首貸借対照表勘定 (66 歳)			
金融資産	2,395	負債・純資産	
預金	2,395	負債	0
iDeco の年金	0		
投資信託	0		
固定資産	3,000	純資産	5,395
土地建物	3,000		
	5,395		5,395

収入の推計 公的年金（一控除）公的保険（国保、介護）＝公的年金収入

例 基礎年金(779,300 円×2)－公的保険(国保 270,309 円総所得 200 万円 2 人簡易計算、介護 126,720 円第 8 段階)＝1,161,571

一人の場合、公的年金収入＝779,300－135,154－63,360＝644,146

厚生年金(779,300 円基礎年金と同額とする)遺族年金は厚生年金の半分 (389,650 円)

年金手取り額 1,940,871 円 一人の場合、1,033,796 円

支出の推計

消費支出 高原氏は、平均寿命 85 歳で終わるように、見込んでいるから、支出を年 270 万円とすると、 $2,700,000 - 1,940,871 = 759,129$ となり、年約 76 万円不足する。山川氏の安心運用資金は、運用無しで、2,395 万円であるから、 $2,395 \text{ 万円} \div 20 = 119.75 \text{ 万円}$ であり、十分、賄える。高原氏が 85 歳で亡くなり、妻が遺族年金を厚生年金の半分を受取り、自身の公的年金収入を合わせる計画を付け加えている。現預金が 716 万円あるので、妻は、 $716 \div 32 = 20$ で、20 年間の余裕がある。固定資産の死亡時評価分を現価配分すれば、処分を遺族に委ねなくとも、生活費の不足分は補てんできる。

高原家イベント表

年齢	66	67	68	69	70	71	72	73	85				
	64	65	66	67	68	69	70	71	82	83	84	85	
収入	270	270	270	270	270	270	270	270	270	135	135	135	

年金	116	116	194	194	194	194	194	194		194	103	103	103
取り崩し	154	154	76	76	76	76	76	76		76	32	32	32
支出	270	270	270	270	270	270	270	270		270	135	135	135

期首貸借対照表

年齢	資産	現預金	投資信託	固定資産	負債	純資産
66		2392	0	3000	0	5392

収支差額表

期末貸借対照表

年齢	取り崩し	資産	現預金	投資信託	固定資産	負債	純資産
66	154		2238	0	3000	0	5238
67	154		2084	0	3000	0	5084
68	76		2008	0	3000	0	5008
69	76		1932	0	3000	0	4932
70	76		1856	0	3000	0	4856
71	76		1780	0	3000	0	4780
72	76		1704	0	3000	0	4704
73	76		1628	0	3000	0	4628
74	76		1552	0	3000	0	4552
75	76		1476	0	3000	0	4476
76	76		1400	0	3000	0	4400
77	76		1324	0	3000	0	4323
78	76		1248	0	3000	0	4248
79	76		1172	0	3000	0	4172
80	76		1096	0	3000	0	4096
81	76		1020	0	3000	0	4020
82	76		944	0	3000	0	3944
83	76		868	0	3000	0	3868
84	76		792	0	3000	0	3792
85	76		716	0	3000	0	3716

合計 1,676

運用計画

金融資産取り崩しで、年間 76 万円取り崩すので、その額を年金化の方が、運用のわずらわしさから、開放されるだろう。実物資産である自宅については、その資産価値は、日本の住宅では、通常、耐用年数 30 年で、0 になる。山川邸は、減価償却引当金を積み立てていないためそうなる。退職後、20 年間、さらに、住むわけであるから、リフォームが必

要になるかもしれない。

演習 新入社員の場合

ワーク・シートにしたがって、2021年6ヵ月間のイベント分析する。

収入 手取り 20 万円

支出 17 万 5 千円

イベント 7 月, 8 月の旅行, 8 月は普通預金から 5,000 円を引き出し, 収入のその他に入金する。以下の要領で自分のイベント表を作成し, 貯蓄配分表を作成する。

イベント表

収入 / 月	2104	2105	2106	2107	2108	2109
給与	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000
ボーナス	0	0	0	400,000	0	0
その他	0	0	0	0	5,000	0
収入合計	200,000	200,000	200,000	600,000	205,000	200,000
生活費	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
家賃	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000
通信費	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
旅行費	0	0	0	20,000	20,000	0
その他	15000	15000	15000	15000	0	15000
支出合計	175,000	175,000	175,000	195,000	180,000	175,000
収支差額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000

貯蓄配分表

	2104	2105	2106	2107	2108	2109	累積額
収支差額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000	525,000
iDeCo	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
財形住宅	0	0	0	200,000	0	0	200,000
NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
普通預金	5,000	5,000	5,000	185,000	0	5,000	205,000
投資額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000	525,000

運用計画

資産形成は, 会社に, 企業年金制度がない場合として, 定額天引き 10,000 円を **iDeCo**, 10,000 円を **NISA**, で運用する。財形住宅貯蓄制度を利用し, ボーナス月 200,000 万円を, **投資信託**で運用する。財形住宅貯蓄は, 元利合計 550 万円が目標である。

投資信託を始める場合, **インターネット銀行と証券会社をセットで契約する**。資金の移動が手数料なしに, 済ませられる。証券会社は, 財形貯蓄制度のある会社の場合, その会

社の取引関係にしたがう場合がある。制度がない会社であれば、自身で契約する。

普通預金は、予備費として、残額を給与口座振替に普通預金として残す。半年決算後(2018年9月末)、一部を**担保定期預金**にし、10万円貯蓄する。これが、自己金融ないし自分銀行を設立して、担保金融をする。

私は、大学院時代、親の仕送り月3万円、大学院5年間、奨学金、下宿は、4畳半で、月4千5百円で、収入は、家庭教師を数人していた。郵便貯金に、予備費と入れていた。それで、学費を支払い、阪急四条大宮・阪急六甲の定期を買い、専門書を買っていた。その間、語学研修費用を貯めて、京都ゲーテ協会で、ドイツ語講座を受講した。それで、大学院のドイツ語試験に合格した。(紛争時代、ドイツ語は一度も受けていない。単位は、自学自習で、試験を受けたが49点だったそうだ。試験前の授業に初めていったら、ヘルメットをかぶった紛争学生が教室を占拠し、塩酸か硫酸ビンを前に置き、アジ演説を شدした。教師も皆、壁窓際に下がったが、私は、そのまま、椅子に座っていた。学生がビンに手を出しそうなったので、後ろに下がった。それを機に、受講生が、椅子を彼らに投げ出したので、引き上げていった。そのとき、教師が私を覚えてくれたのかもしれない。)博士課程論文試験資格に、ドイツ語試験があったため、その準備で、1976年、ユーロ・センターKölnの講座を受講しに、行った。追手門学院大学に就職してから、東西両陣営とアジア研究旅行に、1982年から、1989年まで、おそらく、総額1千万円以上、自費を投入した。生活は自炊で、弁当を作って、昼休み、研究室で、即席みそ汁で食べていた。昼の授業がすぐあり、学食に行く暇がなかった。もちろん、財形住宅と結婚資金を計画的に貯めていた。洋服は、マンションの近所の洋服屋で、仕立ててもらった。父のまねをしたのである。その付き合いは、洋服屋さんが亡くなるまで続いた。

新入社員も、キャリアアップや婚活等、イベントは、個々人であるが、そのためには、資金が必要になるので、借金しないで、できるだけ、計画的に、必要資金を貯蓄することが、借金地獄や親類・知人に迷惑をかけない自律した生活が送れる。

新入社員の場合、3年以上は、クレジットカードを作らず、そのキャッシュ・サービスをつまんで返済地獄にはまらないようにする。支出合計の175,000円は口座振替が多い。そのため、普通預金は公共料金、通信費の決済のために使う。担保定期預金は、通常、決済資金不足のとき、当座借越の役目を果たす。または、不意の出費のための自己金融資金とする。

5.3 ドルコスト平均法

これまで、海原氏、山川氏、高原氏の3世代の金融行動を例示してきた。会社員の制度金融利用枠は、企業に制度がある場合、財形住宅、財形年金、確定拠出年金DC、個人加入できるiDeCoの制度がある。個人貯蓄では、NISA、ジュニアNISA、およびつみたてNISAの制度がある。

結局、一般社員、職員は、給与所得から貯蓄する場合、総額で、制度金融利用枠を超え

ることは少ない。したがって、社員職員は、毎月あるいは半年ごと、給与所得やボーナスから、制度金融に**定額拠出**し、あるいは定額返済し、残りは、普通預金で予備費とすることになる。

実践では、月別の貯蓄・投資額を金融商品に割り当てる。企業加入制度では、資産管理・運用会社が指定され、金融商品も指定されている。個人加入制度では、任意に契約できるが、資産管理・運用会社を替えることは、コストがかかる。したがって、これらの制度枠利用は、月別、資産管理・運用会社が決まっていることが前提である。その上で、投資者は、その会社の提供する商品を選択することになる。

資産選択理論の知識がある投資者は、自分の期待収益率とその分散の選好傾向を自覚し、危険回避者か危険中立者にしたがって、期待効用関数を持ち、提供商品リストから、傾向に適合する割合を決める。

毎月または半年ごとに、4章8節の**実践の式**を使い、市場で購入する。ただし、有効フロンティア計算のためのデータ取得は、月1回、月次データをデータ表に記録するだけでも、根拠がある。しかし、有効フロンティアを計算し、4章7節のM点を求めることは、商品数が少ないので、可能である。

1) 商品選択法

投資信託受益証券は、投資信託会社が、投資方針で、投資家から資金を募集し、資産を購入、当初10,000口、10,000円を**当初の**基準価格とする。総資産の各時点での評価額を投資口数で割って、**時価の**基準価格が新聞に公表される。投資信託は、利息や配当が定期的に確定するが、それは、口数に応じて分配され、追加投資されるか、税引き後、払い出される。

口数の計算法

10,000 (円) 投資額 : 基準価格 (円) = x(口数) : 10,000 (口数)

$x \text{口数} = (10,000 \text{ (円) 投資額} \div \text{基準価格 (円)}) \times 10,000 \text{ (口数)}$

SBI-EXE-i グローバルREIT ファンドの2017年10月27日の基準価格は13,536円である。

この口数計算式を使い、投資額10,000円で買うと、口数は7,387口である。

SBI 2017/10/27 $7,387 = 10,000 \div 13,536 \times 10,000$

iDeCo, NISA 用の投資信託は、長期保有と投資額が定額、しかも少額なので、手数料、運用・管理費用を低くしてくれているが、選択する本数が極端に少ない。その分、選びやすいが、商品の収益率とその分散は、一般の投資信託より、低い。ここでは、株式30%の組み込み割合のバランス型、トピックス、リークのインデックス型、ETFの国内および国際を選択する。

iDeCo	毎月天引き額 1 万円	バランス 30, インデックス, ETF
財形住宅貯蓄	半年 20 万円	バランス 30, インデックス, ETF
NISA	毎月天引き額 1 万円	株式, インデックス, ETF

提供商品リストの評価は、各証券会社のサイトで、順位が付けられているので、それを参考にするのが、**商品選択法**である。

2) 少額投資の基本戦略—ドルコスト平均法

10 年以上の少額投資では、途中換金の心配がない。契約期間の満期が近づけば、一時金受け取りか年金受け取りかを考慮すればよいだけである。10 年以上の少額投資の基本戦略は、**ドルコスト平均法**である。商品の選択は、変更は可能であるが、頻繁の変更はドルコスト平均法ではなくなる。

ドルコスト平均法：ドルコスト平均法は、毎月または半年ごとに、提供商品リストから、選択した商品を定額資金で購入する投資方法である。選択した商品は、半年以上、固定して変更しないことが原則である。

海原氏、山川氏、高原氏の場合で、投資資金配分表を基に、商品選択をし、ドルコスト平均法で商品を購入すると、投資成果が、実際のデータで確かめられる。

(1) 海原氏の場合

5 章 2 節演習で、新入社員は、貯蓄配分表を作成した。企業加入制度、および個人加入制度は、例として、SBI 証券とその傘下のインターネット銀行を契約したとする。インターネット証券・銀行の場合、スマホ取引が可能であり、売買の指示が即時的である。取引手数料も安い。

新入社員の場合、企業の拠出額は、月 1 万円とする。SBI 証券のサイトにおいて、iDeCo 専用商品リストを見る。投資信託受託証券は、すでに、分散投資になっているので、個人でさらに資産選択をする必要はない。商品は、主に、日本債券、日本株式、外国債券、外国株式に分類される。後は、それらのミックスである、バランス型になる。

投資信託運用表

	2204	2205	2206	2207	2208	2209	累積額
iDeCo	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
財形住宅	0	0	0	200,000	0	0	200,000
NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
合計	20,000	20,000	20,000	220,000	20,000	20,000	320,000

2022 年 10 月から、2023 年 3 月までの投資戦略を考える。まず、日本債券は、マイナス金利政策が、10 月までに、解除されるだろう。外国債券は、先進国と新興国があるが、米国インフレ対策で、金利は上昇する。ECB もインフレ対策で、2022 年 7 月、マイナス金利政策を解除する。後半は、景気対策のため、金利は維持される。新興国は、インフレ対策と資本流出のため、金利が上昇する。英国の EU 離脱後、景気浮揚は困難だろう。EU は、インフレ対策のため、金利が上昇する。長期金利は、各国の財政赤字で、上昇する見通しがある。債券は、金利が上がれば、債券価格は、安くなり、グローバル債券は利息収入を期待できる。これまで、ゼロ金利政策のため、基準価格表を見ても分かるように、SBI 外債の変動は他の投信と比較して、変動が少ない。

日本株式、外国株式が選択肢にある場合、グローバルの方が、投資分散になる。今年度後半の株式投資信託は、欧米の金融政策は、インフレ対策で上昇させた金利は、景気浮揚のため維持される。

SBI 証券のサイトにおいて、選んだのが、次の 2 本である。選択の基準は、**信託報酬率が 1%以下、投資総額が多い、長期間の実績がある。再投資される分配金を考慮に入れる。**特に、REIT 商品は分配金が多い。毎月分配型は、長期運用には向かない。

商品選択手順

- ① SBI 証券サイトの **iDeCo 商品**から、バランス、リートの中から、2 種類選択する。

SBI 証券サイトの iDeCo 基準価格一覧を開く。次の 2 本を選んだ。

日興-DC インデックスバランス (株式 60)

SBI-EXE-i グローバル REIT ファンド

- ② 基準価格データ、毎月 27 日分を記録する。興味ある人は、営業日を記録する。

- ③ **戦略の決定** ドルコスト平均法で、SBI を買う。

- ④ **戦略の評価** 2022 年 3 月総評価額を計算する。昨年の例では、

	2021/10/27	11/27	12/27	1/29	2/27	3/27	口数合計
SBI	13,536	13,665	13,816	13,498	12,544	12,202	
口数	7,387	7,317	7,237	7,408	7,971	8,195	45,515

3 月総評価額＝口数合計÷10,000×基準価格

＝45,515÷10,000×3 月末基準価格 (12,202 円)

＝4.5515×12,202 円＝55,537 円(評価損 4,463 円)

海原氏個人の投資額は、月 1 万円である。iDeCo の例と同様に、半年ごと、ドルコスト平均法で、月 1 万円 6 ヶ月、選んだ投資信託を変更しない。年 2 回、20 万円を財形住宅貯金とする。ボーナス月、7 月および 12 月が投資選択の月である。半年後の結果を検討し、投資信託商品を検討する。財形住宅貯蓄制度がなければ、非課税期間 20 年のつみたて NISA を選択する。制度設計では、株式投資をする投資家に対する中長期投資である。非課税期

間 5 年の NISA 専用の商品リストがあるが、投資信託の収益率が高ければ、信託報酬率等が高い。途中償還もある。

リスト以外、余裕資金が取引株数 100 株を購入できるならば、NISA 口座から、非課税期間内に、**自分で値上がり益を稼ぎ、売却**し、20%の分離課税を非課税にしてもらえらることを利用し、資金を回転運用することができる。配当率株式を選択できる。例えば、アステラス製薬であれば、2022 年 6 月 3 日 2029.5 円であり、単元株は 100 株、最低購入額は、202,950 円である。予想配当は、1 株当たり、60 円であるから、年間 6,000 円であり、年 2.95%であり、日本の定期預金では、達成不可能な収益率であり、しかも、非課税である。今後 5 年間で、自分の想定する収益率、例えば、15%以上に、アステラス製薬の株価が 233,392 円に上昇すれば、売却し、非課税の売却益を得、その間研究した株を買う資金にする。達成しなくても、年間 60 円配当は、製薬会社では手堅い。次年度の投資資金に追加する。このような自分運用法で、投資資金を回転投資し、配当金を底堅く稼ぎながら、資金を膨らませることが可能である。ただし、企業が増収増益をしなければ、5 年間で、2029.5 円を超えることができないから、売却損が出る可能性はある。投資は失敗になるから、既製品である投資信託の方が、失敗する可能性はるかに低い。

(2) 山川家の場合

山川家では、住宅頭金は、財形住宅貯蓄制度、教育費はジュニア NISA(J- NISA)、住宅ローンは 25 フラットと民間銀行融資を使い、60 才までに返済する。企業年金は、確定給付企業年金の場合、運用は企業側であるが、確定拠出企業年金は、自己運用する。老後の安心は、60 才まで iDeCo および NISA で資産形成をする。

- ・企業加入制度は、企業の拠出額を 2 万円とする。標準月収が増加すれば、拠出額は増加する。新入社員は月 1 万円としたよりは、商品選択は少なくとも 2 本可能である。
iDeCo は、個人で、月 2 万円拠出する。夫が可能でないならば、妻で拠出する。
- ・子の教育費 ジュニア NISA(J- NISA) (18 歳まで) 子 1 名年 80 万円 (400 万円)
- ・収支差額が毎年発生するが、その総額は、非課税枠内に入る。まず、予備費として、預金、残りは、老後の安心のために、つみたて NISA(T- NISA)にする。

投資信託運用表

	2104	2105	2106	2107	2108	2109	累積額
DC	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	120,000
iDeCo	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	120,000
J-NISA	36,000	36,000	36,000	36,000	36,000	36,000	216,000
T-NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
合計	86,000	86,000	86,000	86,000	86,000	86,000	516,000

本教室では、投資信託リストの中で、信託報酬率が1%以下、投資総額が多い、長期間の実績、分配金でしぼり、ドルコスト平均法を半年ごと、見直し、できれば、次の半年の国際資産市場を展望し、次の半年の投資信託を維持するか、選択範囲内でスイッチすることを考えている。

平均・分散戦略をとるならば、2本の基準価格の5年以上のデータから、月次収益率のデータに加工し、分散を計算する。その上で、2資産の有効フロンティアを求め、原点との接点Mを求める。その上で、直線OMを5等分し、選好点を決める。

海原氏と比較すると、投資資金が毎月大きい。自己資金は月66,000円であり、ボーナス月は増額しない。ボーナスは、生活費の調整後、残りは預金にする。

2022年10月から、2023年3月までの投資戦略を考える。

すでに10年以上の投資経験がある。累積金額も大きいので、リスクを回避する傾向がある。DCおよびiDeCoそれぞれ2万円は、2022年7月における世界経済から、年内は、インフレ要因である化石燃料高および食料高は解消しない。重軽工業製品は、半導体不足の解消の見込みが立たないから、これも、供給不足であり、景気回復の足を引っ張る。

海原氏と違って、NISA配分額が大きい。2023年3月まで、見通しを立てると、2022年後半は、インフレ下、しかも、中高額商品は受注生産に落ち入っているので、作れば売れる。株式は、企業収益の確実な増加を期待でき、日興-DCインデックスバランスは株式40を選択する。RIETは、株式と連動するが、株式下落局面、下落率が株式より高い。日本REITは、基準表からも分かるように、オリンピック後、下落から、若干上昇中である。グローバルREITの方が、世界株式相場に連動して、上昇している。ただし、金利上昇は、REITの減少要因である。J-REITは、日銀が、マイナス金利政策解除を、6月16~17日会合か、7月20~21日会合で決めなければ、9月22~21日会合以降になる。その分、REIT基準価格の影響は遅れる。長期金利高要因は、グローバルREITにおいて、すでに織り込み済みである。基準価格表で2021年11月からの値動きを見れば、J-REITは、日本株と同様に、停滞しているが、グローバルREITの方が、世界株式の値動きに連動していることが分かる。グローバルREITを選択する。

NISAは、5年以内の売却を目指す、積立てであれば、日本株式の停滞相場から、コロナ禍からの回帰と増収益が期待できる企業を注視し、過去の配当率を考慮し、個別株式を100株から、購入することも、非課税枠120万円以下で、収益実績がそこそこおよび配当実績2%以上が継続してある企業であれば、5年間株価推移を見れば、10%以上の売却益が見込めるタイミングが来るので、待つことである。企業の取締役は、中期3年間での収益および配当で、経営者の能力を株主総会で評価される仕組みになっている。9月以降、日本経済も、コロナ禍から脱却し、労使双方働き方が正常化し、本業に全力で集中できる環境になるのは、確かであるから、短期回転売買をする専門投資家と違って、長期保有で、timingでは売却するNISA投資家は、その5年間という時間軸の中での、リスク平準化戦略であるから、投資信託より、平均収益率は高くなる。また、高くなければ、個別株式投資はしない

方が良い。

(3) 高原氏の場合

高原氏の安心運用資金は、運用無しで、2,285 万円である。上述のドルコスト平均法で、元本が減少しない投資信託を半分以上、10 年間、バランス型（株式 20）および、たとえば SBI-EXE-i 先進国債券ファンドの投資信託で運用する。残りは、10 年間、元本維持型の定期預金か個人国債で、取り崩し資金にする。

資産運用表							(千円)
	2104	2105	2106	2107	2108	2109	累積額
定期預金	10,000						10,000
普通預金	380	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	2
株式 20	12,470						12,470
合計	22,850	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	22,472

2022 年 10 月から、2023 年 3 月までの投資戦略を考える。

半分 1,000 万円は、10 年間、バランス型（株式 20）か SBI-EXE-i グローバル REIT ファンドに投資し、売却しない。残りは、取り崩し資金なので、定期預金か個人国債、SBI-EXE-i 先進国債券ファンドなど、年間値動きが安定している投資信託を選択する。NISA は、よく利用する百貨店・スーパー・量販店の株式で、旅行では、JR、JAL、ANA などの株式で、株主優待制度を利用するために、保有する。配当は、JR では 1%以上ある。コロナ禍で、すべて、株価は過去の実績より、底這いしている。筆者はすでに実行しているが、まだ、NISA 投資をしていない高齢者は、スーパーの 5~10%引きクーポン券、半額乗車券、航空券を毎年もらえるのを楽しみにする目的ならば、リスクは問題ない。

投資信託の選択の基準データ一覧

SBI 証券のホームページの [iDeco 確定拠出年金] に、軽くポインターを当てると商品リストが出るので。クリックすると、投資信託のデータを調べられる。お気に入りに登録する。証券会社のサイトは、宣伝が多いので、どこに、データがあるのかわかりにくいので、いつでも、確認できるようにしておく。海原氏、山川氏および高原氏の選択する投資信託は、以下の投資信託とし、債券、インデックスバランス(株式 20、40、60)、グローバル REIT および J-REIT である。

SBI-EXE-i 先進国債券ファンド

日興-DC インデックスバランス(株式 20)

日興-DC インデックスバランス(株式 40)

日興-DC インデックスバランス(株式 60)

SBI-EXE-i グローバル REIT ファンド

ニッセイ-DC ニッセイ J-REIT インデックスファンド A

以上の基準価格データは、次の通りである。

基準価格データ

2019年1月～2021年6月まで、半年の基準価格データを毎月27日(翌営業日)に記録する。

投資信託 EXCE 表 期間 2019/1/27～2021/6/27 (30 コ)

投信名						
日付	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日 生 JREIT
190128	11258	15501	18364	20949	13557	11153
190227	11446	15654	18758	21582	14170	11351
190327	11584	15767	18843	21683	14535	11839
190426	11629	15811	18956	21884	14576	11800
190527	11518	15684	19623	21291	14415	11905
190627	11593	15801	18763	21454	14092	11951
190729	11642	15874	18905	21677	14432	12399
190827	11623	15832	18595	21021	14082	12815
190927	11743	16025	19144	22004	14822	13556
191028	11816	16049	19307	22348	15195	13932
191127	11962	16168	19596	22850	15149	13908
191227	11903	16167	19699	23090	15129	13470
200127	11931	16188	19665	22980	15403	13653
200227	12167	16037	19193	22094	15034	13487
200327	11858	15627	18375	20763	10917	9782
200426	11927	15684	18485	20939	10918	10084
200527	11997	15884	18980	21796	11490	10377
200629	12146	15889	19112	21891	11470	10635
200727	12224	15992	19261	22269	11533	10760
200827	12232	16095	19531	22754	12011	11219
200928	12096	16113	19576	22833	11531	11292
201027	12099	16094	19519	22729	11657	10765
201127	12127	16400	20255	24041	12586	11052
201228	12169	16439	20344	24156	12500	11452
210127	12122	16545	20646	24653	12829	11885
210301	12156	16531	20754	24996	13260	12984
210329	12369	16871	21292	25865	14324	13135
210427	12337	16754	21147	25600	14794	13512
210527	12474	16798	21236	25746	15128	13734

210628	12569	16908	21501	26221	15800	14306
210727	12642	16946	21510	26185	15933	14279
210827	12572	16925	21479	26140	15885	14424
210927	12572	17106	21982	27089	15813	14061
211027	12820	17076	21895	27017	16811	13916
211129	12741	16980	21693	26558	16524	13567
211227	12796	17058	21873	26878	17017	13677
220127	12507	16722	21172	25685	16144	13082
220228	12385	16694	21251	25923	16325	12761
220328	12657	16827	21723	26835	17148	13520
220427	12791	16712	21373	26163	18264	13608

5. 4 リバランス管理法

次の半年の変動要因を予想

若年世代および壮年世代は、所属する業界に対する**景気、政策、海外の景気、各国の政策等の変動**は、毎日の仕事に反映されているはずである。変動要因が変化すると、仕事量が増える。それは、夏、冬のボーナスに成果として、反映されるので、まったく無関心な勤労者はいない。ゆえに、半年ごと、その間の成果と、次期の予想は、おぼろげながらも、商品を変更、売却、新規購入の判断をするために、立てなくてはならない。

選択した商品に影響する、**景気、政策、海外の景気、政策等の変動要因**の重要度を考える。今年度は、日本経済新聞の日曜版「今週の市場」において、今週の予定を検討し、金融市場への影響を推論した。経済指標の発表の場合、マネックス証券の「投資情報・レポート一覧」から「経済指標カレンダー」をクリック、さらに、予想・結果をクリックすると時系列が表示される。予想より結果が下回ると失望売りで市場は反応する。

商品リスト	変動要因	海外
債券	日銀の政策会合 日銀短観	米国準備制度理事会 EU 中央銀行
	消費者物価 為替レート	消費者物価指数 失業率
株式	政府予算 政策の変更	政府予算 政策の変更
	四半期 GDP	四半期 GDP
リート	長期金利 都市の地価発表	長期金利 都市の地価発表
バランス	株式 30 50 70 の構成要素に対して、上記の変動要因按分	
インデックス	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	
ETF	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	

変動要因の発表は、各証券会社の HP に、スケジュールが公表されている。重大発表は、情報が必ず漏れ伝わってくるので、市場の商品は、発表前に、反応し、価格が上昇するか、下落してくる。変動許容範囲上下 20%以内ならば、再び、平均回帰する見込みが強い。20%を超えると、短期で回帰するのは、無理がある。

著しく運用成績が変化すると、選択した資産構成比率に戻すために、成績のよい商品の一部を売却し、他の商品に再配分し、固定比率を回復することをリバランスという。ドルコスト平均法で作成した場合、売却、スイッチはコストが高い。購入を中断し、別の商品を購入する。

ドルコスト平均法で作成した資産・負債構成を定期的に、リバランスする。金融商品は、例として、SBI 証券の [iDeCo] の欄をクリック、次に [運用商品一覧] をクリックすると各投資信託が表示される。[つみたて NISA] の欄をクリック、次に [つみたて NISA の取扱商品] をクリックすると各投資信託が表示される。

ドルコスト平均法継続中、何をすべきか

契約証券会社サイトにおいて、若年世代および壮年世代は、毎月の拠出額は、少額定額設定である。投資戦略は、ドルコスト平均法で購入し、iDeCo では、60 歳まで、引出はできない。ある商品の全額を売却、他の商品にスイッチする戦略は、売却に手数料がかかり、購入も手数料がかかるので、ドルコスト平均法に反する。

個人貯蓄の制度利用の場合は、NISA か、またはつみたて NISA を契約する。投資信託の場合、株式の割合が高くても、平均分散化されているので、基準価格の変動は、激しくない。NISA は売却益の非課税が 5 年以内なので、目標上昇率が 15%であれば、目標上昇率を達成すれば、売却し、利益を確定する。その後、再購入するか、別の商品を購入するのが、非課税制度利用の方法である。

購入した商品は、それぞれ、証券会社のサイトに登録できる。実際に、毎月、ドルコスト平均法で購入していれば、登録リストに、投資信託の評価額が表示される。個別の投資信託の日々の変動も見ることができる。

本教室では、投資家は、各商品の平均収益率だけでなく、リスクを考慮する。平均分散の有効フロンティアと確定型証券の収益率からの直線との交点で、リスク資産の合成資産が決まる。投資家はその直線の最適点を選択するというのが、教科書的な投資戦略である。その戦略にしたがえば、バランス型投資信託を選択することになる。そして、時系列的には、ドルコスト平均法で、定額購入を半年継続する。リバランスの状況が生じるかは、バランス型投資信託以外の投資信託を選択している場合になる。本講義では、2 本あれば、変動が少ない方を買いつける。半年たって、見直すと、それがリバランスに自動的になるのではないか。

[iDeCo] の [運用商品一覧] および [つみたて NISA] の [つみたて NISA の取扱商品] の範囲の中で、どのように運用管理すると、投資家の満足する成果が得られるのか、平均分散戦略とドルコスト平均法の関係と、さらにリバランス法との関係は、理論的に考える問題がある。

5.5 次の半年の変動要因予想

若年世代および壮年世代は、所属する業界に対する**景気、政策、海外の景気、各国の政策等の変動**は、毎日の仕事に反映されているはずである。変動要因が変化すると、仕事量も変化する。それは、夏、冬のボーナスに成果として、反映されるので、まったく無関心な勤労者はいない。ゆえに、投資家は、半年ごと、その間の成果と、次期の予想を、おぼろげながらも、商品を変更、売却、新規購入の判断を立てなければならない。

選択した商品に影響する、**景気、政策、海外の景気、政策等の変動要因**の重要度を考える。日本経済新聞の日曜版「今週の市場」において、今週の予定を検討し、金融市場への影響を推論する。経済指標の発表は、マネックス証券の「投資情報・レポート一覧」から「経済指標カレンダー」をクリック、さらに、予想・結果をクリックすると時系列が表示される。予想より結果が下回ると失望売りで市場は反応する。

商品リスト	変動要因	海外
債券	日銀の政策会合 日銀短観	米国準備制度理事会 EU 中央銀行
	消費者物価 為替レート	消費者物価指数 失業率
株式	政府予算 政策の変更	政府予算 政策の変更
	金融政策	金融政策
	四半期 GDP	四半期 GDP
リート	長期金利 都市の地価発表	長期金利 都市の地価発表
バランス	株式 20 40 60（各証券会社で比率は異なる）の構成要素に対して、上記の変動要因按分	
インデックス	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	
ETF	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	

変動要因の発表は、各証券会社の HP に、スケジュールが公表されている。重大発表は、情報が必ず漏れ伝わってくるので、市場の商品は、発表前に、反応し、価格が上昇するか、下落してくる。変動許容範囲上下 20%以内ならば、再び、平均回帰する見込みが強い。20%を超えると、短期で回帰するのは、無理がある。

MFEX モデルによる簡易予想

マンデル・フレミング開放マクロ経済モデル(MFEX モデル)の枠組み

『金融論 2021 年テキスト』10 章において、マンデル・フレミング・モデル(MFEX モデ

ル)不完全雇用 CASE I のとき、ドーンブッシュ・フィッシャー『マクロ経済学上・下改訂第4版日本版』1989年にしたがつた線形化をしている。投資関数、流動性選好関数は、債券価格表示の方法もあるが、一次関数で線形化している。

線形化すると、計量経済学の方法によって、同時方程式の推計をすることができる。筆者は、環境経済モデルの推定式を、「大阪府マクロ計量モデル Ver.H7r(1997. 6.24)」から、推定した。当研究所に引き継いで、現在は、日本経済モデルとして、短期 MFEX モデルを推定している。大阪府マクロ計量モデルは、生産物市場の均衡方程式 $GDP=GDE$ において、 $GDE=C+G+IH+IP+J+EX-IM+EXD-IMD$ となっていて、 GDP の推定式はない。したがって、大阪府マクロ計量モデルは、国内総支出の推定式だけの体系であり、生産物市場、労働市場、金融市場の均衡式の同時方程式から、内生変数 $Y=GDP$ の均衡値を決めることはできない。しかも、 GDE の各構成要素は、 GDE に依存しているので、計量経済学的には、推定式が区別できない。例えば、大阪府モデルの概形だけを示すと

$$\text{消費支出 } C = \beta + \alpha_1 GDE,$$

$$\text{住宅投資 } IH = \beta + \alpha_1 GDE - \alpha_2 (i - \Delta P),$$

$$\text{企業投資 } IP = \beta + \alpha_1 GDE - \alpha_2 (i - \Delta P)$$

となる。 i は利子率であり、外生変数で所与である。 $i - \Delta P$ は実質利子率を表す。

短期 MFEX 線形モデルは、ケインズの CASEI 不完全雇用モデルと完全均衡モデル CASE II からなる。CASEI から、CASE II へ移行させるのは、財政政策および金融政策が伴わなければ、均衡が移行しない。

不完全雇用モデルは、経済に価格硬直性ないしデフレーションがある大不況型モデルであるといわれている。しかも、十数年、その症状は治らない。実際、政府・中央銀行が、政策的に不作為であると、1930年代の世界大不況時代か、最近では、日本経済の右肩上がりの低成長時代を経過し、1992年バブル崩壊から、1993年～2003年の金融崩壊と景気循環が発生、デフレーションを伴い、長期的に経済収縮していく、日本病におちいる。実生活では、賃金は上がらないし、見せかけ100円玉消費財や低価格途上国家電・衣料品が売れて、高級品が売れなくなった。車は、セダンから軽自動車に乗り換え、日本全国、軽自動車が、走るようになった。マンションは、天井が低くなり、容積が減らされてしまった。これが、日本病の十数年間の実態生活だった。「縮小経済も慣れたら、日本全国皆同じだ。」

CASE II の完全雇用モデルでは、価格硬直性がない、競争均衡経済である。外国の外生変数が、動けば、その影響を受けて、国内価格調整が生じる。外国依存度が高い経済であれば、国内産業が深刻な打撃を受け、不完全雇用モデルに移行する。政府・中央銀行が不作為であれば、長期停滞におちいることになる。日本の政策当局は、伝統的に、経済学者の経済政策を取り入れたことはほとんどなく、学者も、政策の実践の場を提供されることはほとんどなかった。それが、欧米政府と違うところで、社会科学の学界では、社会主義者の主張が、政策の場で声が大きかった面もある。実体経済を世界経済の成長に合わせて、どう方向づけ、資金・予算を投入すれば、潜在的成長能力を発揮できるようになるのか、

という政策提言は、社会主義者の任務ではない。

環境経済モデルとして、大阪府マクロ計量モデルから脱却して、短期 MFEX 線形モデルの同時方程式で、短期経済変動を推計していくことにした理由は異常である。

MFEX モデル

各市場均衡式

貿易収支 NX を $NX = Ex - Im = m_w Y_w - e P_w(mY) / P$, 資本収支 CF を $CF = \Delta B / i - e \Delta B_w / i_w$ とおく。資本流入は $\Delta B / i$, 資本流出は $e \Delta B_w / i_w$ である。国際収支 BP は $BP = NX + CF / P$ とする。

財市場 $Y = C_0 + \alpha(Y - T_0) + I_0 - bi + G_0 + m_w Y_w - e P_w(mY) / P$

貨幣市場 $M / P = kY - hi$

労働市場 $w_0 = P(1 - \alpha)Y / N$ CASE I (不完全雇用ケインズの場合)

自国通貨建為替市場 $P(m_w Y_w) + \Delta B / i = e P_w(mY) + e \Delta B_w / i_w$

(1) $i < i_w$ の場合, 資本流入は $\Delta B / i = 0$,

(2) $i > i_w$ の場合, 資本流出は $e \Delta B_w / i_w = 0$ とする。

各関数の定義

生産関数 $Y = K_0^\alpha N^{1-\alpha}$

消費関数 $C = C_0 + \alpha(Y - T_0)$

投資関数 $I = I_0 - bi$

貿易・サービス収支関数 $NX = m_w Y_w - e P_w(mY) / P$

労働供給関数 $N^S = w_0$ (CASE I ケインズの場合)

労働需要関数 $N^D = P(1 - \alpha)Y / N$ (CASE I ケインズの場合)

実質貨幣供給関数 $M^S = M / P$

実質貨幣需要関数 $L^D = kY - hi$

投機的貨幣需要関数 $L_2 = -hi$

自国通貨建為替供給関数 $S_\$ = P(m_w Y_w) + \Delta B / i$

自国通貨建為替需要関数 $D_\$ = e P_w(mY) + e \Delta B_w / i_w$

w_0 : 貨幣賃金率 P : 物価水準, i : 国内利子率, i_w : 世界利子率, e : 為替レート,

Y : 国民所得, Y_w : 世界国民所得, 政府支出 G_0 および租税 T_0 は外生変数である。

貿易収支 NX を $NX = Ex - Im = m_w Y_w - e P_w(mY) / P$, 資本収支 CF を $CF = \Delta B / i - e \Delta B_w / i_w$ とおく。国際収支 BP は $BP = NX + CF / P$ とする。

未知数: Y, i, P, e

均衡の決定

財市場均衡式は $Y = C_0 + \alpha(Y - T_0) + I_0 - bi + G_0 + m_w Y_w - e P_w(mY) / P$ であり, IS

曲線という.

貨幣市場均衡式は $M/P = kY - hi$ であり, LM 曲線という.

IS 曲線に, LM 曲線の利子率 $i = 1/h(-M/P + kY)$ を代入すると, 次の総需要曲線 AD が求められる.

$$(1 - c + e P_w m / P) Y = C_0 - cT_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w - b/h(-M/P + kY)$$

労働市場均衡式から $P = \{w_0 / (1 - \alpha) K_0\} Y$ となる. 総供給曲線 AS という.

AS から, $Y = AP$, $A = (1 - \alpha) K_0 / w_0$ を AD に代入すると 3 市場が均衡する価格と為替レートの組み合わせである QQ 線が導かれる.

$$(1 - c + e P_w m / P) AP = C_0 - cT_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w - b/h(-M/P + kAP)$$

$(1 - c) AP + e P_w m = U - b/h(-M/P + kAP)$, ここで, $U = C_0 - cT_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w$ とする.

$$e P_w m = U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P. \text{ これを } QQ \text{ 線という.} \quad (1)$$

最後に, 為替市場から $i < i_w$ の場合, $P(m_w Y_w) = e P_w(mY) + e \Delta B_w / i_w$

$$Y = AP \text{ を代入すると, } P(m_w Y_w) = e P_w(mAP) + e \Delta B_w / i_w$$

$$e = P(m_w Y_w) / \{P_w(mAP) + \Delta B_w / i_w\}. \text{ これを } EE \text{ 線という.} \quad (2)$$

図解

QQ 線を図示する. (1)より,

$$e = \{U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P\} / P_w m$$

$$= - \{(1 - c + kb/h) A / P_w m\} P + U / P_w m + (b/h)M / P_w m P$$

となり, 直線 $e = - \{(1 - c + kb/h) A / P_w m\} P$ と双曲線 $e = U / P_w m + (b/h)M / P_w m P$ との合成した図 4. 17 において, QQ 双曲線になる.

$$EE \text{ 線を図示する. (2)より, } e = P(m_w Y_w) / \{P_w(mAP) + \Delta B_w / i_w\} = m_w Y_w / P_w m A - / \{P_w(mAP) + \Delta B_w / i_w\}$$

と変形できて, 図 4. 17 における EE_1 双曲線になる.

現在均衡点の求め方

方程式は次の 4 本で, 未知数は, Y , P , i , e であるから, この線形モデルでは, P の 2 次方程式となり, 正負の実根がある. $i < i_w$ の場合,

$$e P_w m A = U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P \quad (1)$$

$$M/P = kY - hi$$

$$Y = AP$$

$$P(m_w Y_w) = e P_w m AP + e \Delta B_w / i_w \quad (2)$$

e を消去し, 順次, 整理すると, P の 3 次方程式(3)となる.

$$\frac{U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P}{A P_w m} = \frac{P m_w Y_w}{P_w m AP + \Delta B_w / i_w},$$

$$(U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P) (P_w m AP + \Delta B_w / i_w) - A P_w m m_w Y_w P = 0.$$

$$U P_w m AP - (1 - c + kb/h) A P_w m AP^2 + (b/h)M P_w m A + (U \Delta B_w / i_w) - (1 - c + kb/h) AP +$$

$$(b/h)(\Delta B_w/i_w) M/P - A P_w m m_w Y_w P = 0.$$

$$-(1-c+kb/h) A P_w m A P^3 + \{U P_w m A - (1-c+kb/h) A - A P_w m m_w Y_w\} P^2 + \{(b/h) M P_w m A + (U \Delta B_w/i_w)\} P + (b/h)(\Delta B_w/i_w) M = 0. \quad (3)$$

P の3次方程式(3)は、1正実根および2負実根がある。 P の正根を P^* とすれば、解 (P^*, e^*) がえられ、 $Y^* = \{(1-\alpha)K_0/w_1\} P^*, i^* = kY^* - M/P^*$ となる。

図解

図4.17に、現在均衡点Aを図示する。(1)式は、原点を通る直線 $e P_w m = -(1-c+kb/h) P$ と直角双曲線 $e A P_w m = U + (b/h) M/P$ を合成した曲線 QQ 線になる。(2)式は、原点を通る双曲線 $E_1 E_1$ である。交点A (P^*, e^*) が均衡点である。

世界利子率の上昇による均衡点の移行

国内利子率が、世界利子率と乖離していると、資本移動の完全性によって、資本移動が生じ、国内利子率が、世界利子率に近づく。図4.17において、軸 $P = -(\Delta B_w/i_w)/P_w m A$ が、資本流出 $\Delta B_w/i_w$ が止まるまで、右に移動する。極限では、軸 $P=0$ になり、(2)式は $e P_w m A P = P_w m Y_w$ となり、直線 $e = m_w Y_w/P_w m A$ になる。これを $E_3 E_3$ とする。

$$(1-c+kb/h) A P_w m A P^2 - \{U P_w m A - (1-c+kb/h) A - A P_w m m_w Y_w\} P - (b/h) M P_w m A = 0. \quad (4)$$

(3)式は、 P の2次方程式(4)となり、1正根および1負根がある

したがって、長期的には、交点B $(P^{**}, m_w Y_w/P_w m A)$ に収束する。 P^{**} は(4)の2次方程式の正根である。

長期均衡点の求め方

図4.17において、資本流出 $e \Delta B_w/i_w > 0$ が生じ、資本移動の完全性によって、 $i = i_w$ となるまで続く。 $\Delta B_w/i_w$ は0になり、利子率の長期均衡は $i = i_w$ である。 EE_1 線の縦軸は、 e 軸方向に移動し、 EE_2 線になる。

資本流出が止ったときの均衡為替レートは、 $\Delta B_w/i_w = 0$ となり、 $e = P^{**} (m_w Y_w)/P_w(m A P^{**}) = m_w Y_w/P_w m A$ である。これは、購買力平価説の表現になる。

資本流出が止ったとき、CASE Iでは、不完全雇用を仮定しているから、労働市場では、不完全雇用の状態にあるかもしれない。 $Y^{**} = A P^{**}$ である。

労働市場の長期均衡

労働市場の長期均衡は、完全雇用国民所得 Y^f 、完全雇用価格 P^f が長期均衡値である。

$$P = \{w_0/(1-\alpha)K_0\} Y, P Y = (1/2)(T + m/w_0) w_0/(1-\alpha) \text{から},$$

$$P^f = \sqrt{\{w_0/(1-\alpha)K_0\} (1/2)(T + m/w_0) w_0/(1-\alpha)},$$

$$Y^f = \sqrt{(1/2)(T + m/w_0) w_0/(1-\alpha) / \{w_0/(1-\alpha)K_0\}}.$$

完全雇用均衡為替レートは、資本流出が止っているから、 $\Delta B_w/i_w = 0$ となり、 $e^f = P^f (m_w Y_w)/P_w(m A P^f) = P^f (m_w Y_w)/P_w(m Y^f)$ である。これは、購買力平価説の表現になる。

貿易収支は $NX = m_w Y_w - e P_w(mY) / P = m_w Y_w - \{P^f (m_w Y_w) / P_w(mY^f)\} P_w(mY) / P^f = m_w Y_w - m_w Y_w = 0$ であるから、このとき、 $NX=0$ となり、資本収支 CF/P も 0 であるから、国際収支は 0 となり国際均衡する。

長期均衡点への移行

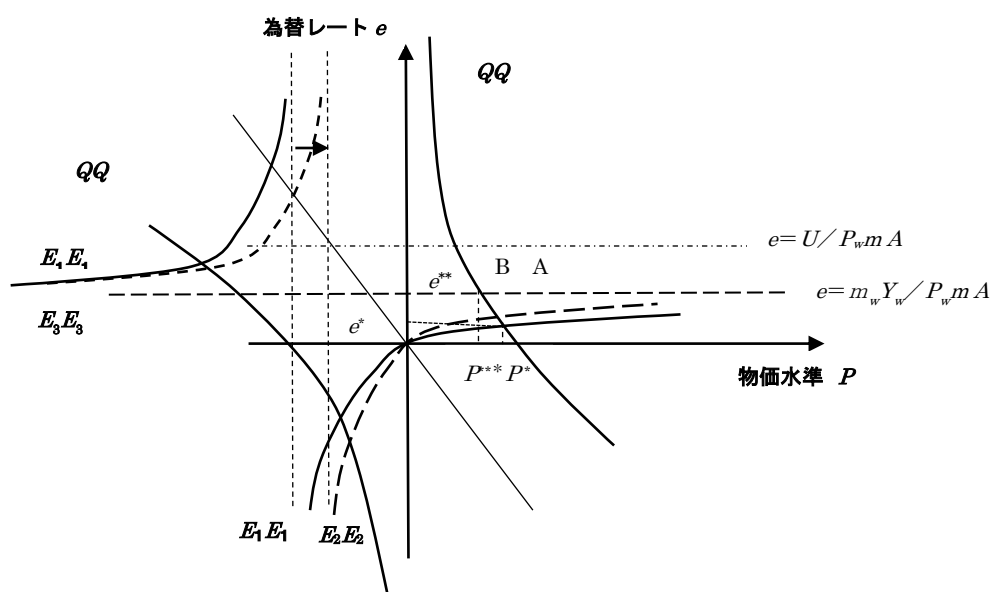
EE 線は、 EE_1 から EE_2 に移行する。現在均衡点 A は均衡点 B に移行する。その結果、

- 1) 国民所得は減少する。
- 2) 利子率は世界利子率になる。
- 3) 物価は下落する。
- 4) 為替レートは減価する。ただし、この線形モデルでは、オーバーシュートは比較静学なので発生しない。

点 B まで、上の結果から、国民所得は減少、物価は下落するので、労働市場では、協定賃金が硬直したままである。完全雇用になることはない。この調整過程では、完全雇用点 C に到達しない。労働市場は、国内市場で、国際移動はないから、総供給関数 $P = \{w_0 / (1 - \alpha) K_0\} Y$ は、為替レートに依存しない。

CASE I モデルでは、財政・金融政策の発動がなければ、物価上昇に伴う国民所得の上昇は生じない。現代でも、構造的失業が数年続けば、従来通りの経済成長または景気回復を第一政策目標として、個別需要を財政赤字、金融緩和で、高めても、構造的失業を減らさない限り、政策効果は乏しい。

図 4. 17 物価水準と為替レートの均衡



コロナ・オミクロン株流行後，日米の金融・財政政策の転換

	日本	米国
財政政策(インフレ対策)		
家計所得補てん	2 兆円 ΔY	なし
ガソリン価格補助金	あり ΔY	なし
金融政策		
資金繰り融資	あり $L^D = kY$	なし
債券購入	あり	資産購入段階的に縮小
利上げ	金融緩和維持	2022 年 4 回利上げ

金融数学 1 金融資産と負債の評価

1. 等比数列

数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ において，各項に一定の数 i をかけて次の項がえられるとき，この数列を**等比数列**という．数 i を**公比**という．このとき，

$$a_{n+1} = i a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ．**初項** a ，公比 i の等比数列の各項は，

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= i a_1 = a i \\ a_3 &= i a_2 = a i^2 \\ &\dots \end{aligned}$$

したがって，初項 a ，公比 i の等比数列の**一般項**は，

$$a_n = a i^{n-1}$$

初項 a ，公比 i の等比数列の初項から第 n 項までの**部分和** S_n は，

$$S_n = a + a i + a i^2 + \dots + a i^{n-2} + a i^{n-1}$$

と表せる．部分和 S_n は，次のように求められる．

$$\begin{aligned} i S_n &= a i + a i^2 + \dots + a i^{n-1} + a i^n \\ - S_n &= a + a i + a i^2 + \dots + a i^{n-2} + a i^{n-1} \\ \hline (1-i) S_n &= -a + a i^n \end{aligned}$$

$i \neq 1$ のとき両辺を $1-i$ で割る．次の公式が成り立つ．

$$\text{公式 1} \quad i \neq 1 \quad \text{のとき} \quad S_n = \frac{a(i^n - 1)}{i - 1}$$

$$i = 1 \quad \text{のとき} \quad S_n = n a$$

例1 初項 $a = 100$, 公比 $1+0.1$ の等比数列は $100, 100(1+0.1), 100(1+0.1)^2, \dots$,
一般項は, $100 \times (1+0.1)^{n-1}$ である. 第 n 項までの部分和 S_n は, 公式 1 より

$$\begin{aligned} S_n &= 100 + 100(1+0.1) + 100(1+0.1)^2 + \dots + 100 \times (1+0.1)^{n-1} \\ &= \frac{100 \times (1.1^n - 1)}{1.1 - 1} = 1,000 \times (1.1^n - 1) \end{aligned}$$

2. 無限等比数列

項が限りなく続く数列

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

を**無限数列**といい, $\{a_n\}$ と表す.

数列 $\{a \cdot i^{n-1}\}$ は, 初項 a , 公比 i の**無限等比数列**である.

無限数列 $\{a_n\}$ の各項を順に加えていった和

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$

を**無限級数**といい, 記号 Σ を用いて, $\Sigma_{n=1}^{\infty} a_n$ と書く.

第 n 部分和 S_n が $n \rightarrow \infty$ のとき, $S_n \rightarrow S$ であれば, S をこの**無限級数の和**という. S が ∞ あるいは $-\infty$ となるとき, **発散**するという.

公式 2 $|i| < 1$ のとき
$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1-i}$$

$i \leq -1$ または $i \geq 1$ のとき発散する.

例 2 永久債 初項 100 公比 $\frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0.1} = \frac{1}{1.1} \doteq 0.9$

$0.9 < 1$ より, 公式 2 から

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{100}{1 - 1/1.1} = \frac{100}{0.1/1.1} = 1000 \times 1.1 = 1100$$

金融数学 2 確率と統計

確率の知識

その結果が偶然に支配されている実験や観測を**試行**という. 試行の結果, 起こることがらを**事象**という.

起こる事象が全部で n 通りあり, そのどれが起こることも, 同様に確からしいとする. そのうち, 事象 A の起こる場合が a 通りであるとき, 事象 A の起こる**確率**を

$$p = \frac{a}{n} \text{ とする.}$$

a の値の範囲は, $0 \leq a \leq n$ である. 事象 A の起こる確率 $p = \frac{a}{n}$ は次の範囲にある.

$$0 \leq p \leq 1$$

特に，必ず起こる事象の確率 p は 1 である．また，決して起こらない事象の確率 p は 0 である．

試行の結果，その値が定まる変数を**確率変数**といい，大文字 X, Y で表す．確率変数のとる値とその値を取る確率を対応させたものを**確率分布**という．

二項分布

ある試行において，事象 A の起こる確率を p とし，その余事象(事象 A の起こらない)の確率を $1-p$ とする．この試行を n 回繰り返すとき，事象 A の起きる確率変数を X とすれば， X の確率分布は

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, \dots, n).$$

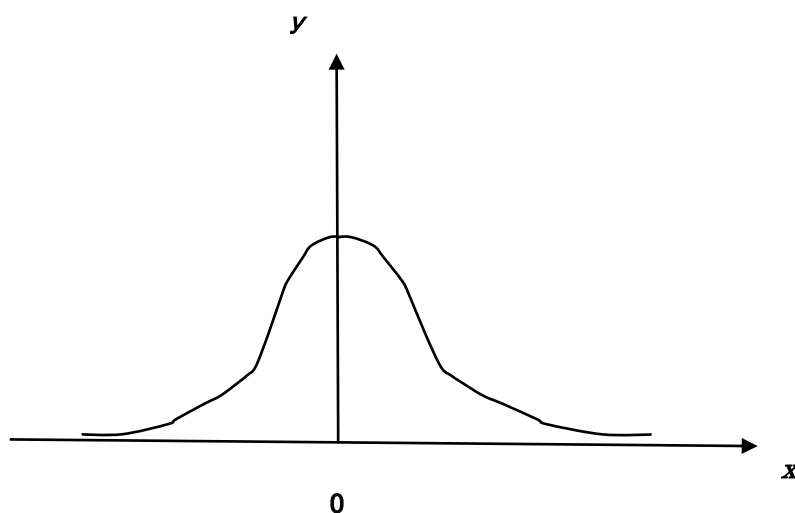
この確率分布を**二項分布**という．二項分布の平均は， $E[X] = np$ ，分散は， $V[X] = np \times (1-p)$ である．

標準正規分布

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

で表される曲線を**標準正規曲線**という．標準正規曲線の性質は，すべての x に対して， $y \geq 0$ であり，標準正規曲線と x 軸とで囲まれる面積は 1 である． $x=0$ に対して，対称であり，釣鐘状である．

連続に変化する確率変数 Z が，区間 $[a, b]$ でとる値の確率を $P(a \leq Z \leq b)$ とする．確率 $P(a \leq Z \leq b)$ が標準正規曲線と x 軸， $x=a$ ， $x=b$ で囲まれる面積で与えられるとき， Z の分布を**標準正規分布**という．標準正規分布の平均は 0，分散は 1 である．



標準正規曲線

以上の確率の知識を資産選択理論に応用する．収益率の確率変数を R ，確率変数 R の実現値を r ，その確率を p とする．収益率 R の確率分布を次の通りとする．

収益率 R の実現値	r	-0.05	0.05	0.1	0.2
確率	p	0.2	0.2	0.4	0.2

平均 $\mu = E[R] = r_1 \times p_1 + \dots + r_n \times p_n$

$$= -0.05 \times 0.2 + 0.05 \times 0.2 + 0.1 \times 0.4 + 0.2 \times 0.2 = 0.08$$

分散 $\sigma^2 = E[R - \mu]^2 = (r_1 - \mu)^2 \times p_1 + \dots + (r_n - \mu)^2 \times p_n$

$$= (-0.05 - 0.08)^2 \times 0.2 + (0.05 - 0.08)^2 \times 0.2$$

$$+ (0.1 - 0.08)^2 \times 0.4 + (0.2 - 0.08)^2 \times 0.2 = 0.0066$$

標準偏差 $\sigma = \sqrt{0.0066} = 0.0812$

2つの確率変数 R, S の平均をそれぞれ μ_R, μ_S とし，確率変数 R, S の分散をそれぞれ σ_R^2, σ_S^2 とする．確率変数 R, S の共分散を， σ_{RS} と表せば，

共分散 $\sigma_{RS} = E[(R - \mu_R)(S - \mu_S)]$

$$= (r_1 - \mu_R)(s_1 - \mu_S) \times p_1 + \dots + (r_n - \mu_R)(s_n - \mu_S) \times p_n$$

このとき， $\sigma_{RS} / \sigma_R \sigma_S$ を相関係数といい， ρ_{RS} と表わす．

相関係数 $\rho_{RS} = \sigma_{RS} / \sigma_R \sigma_S$

相関係数の性質は， $-1 \leq \rho_{RS} \leq 1$ である．

$-1 < \rho_{RS} < 1$ のとき，確率変数 R, S は，**不完全相関**するといい，

$\rho_{RS} = 1$ のとき，**完全正相関**， $\rho_{RS} = -1$ のとき，**完全負相関**するといい，

$\rho_{RS} = 0$ のとき，確率変数 R, S は，互いに独立である．

2. 双曲線の方程式

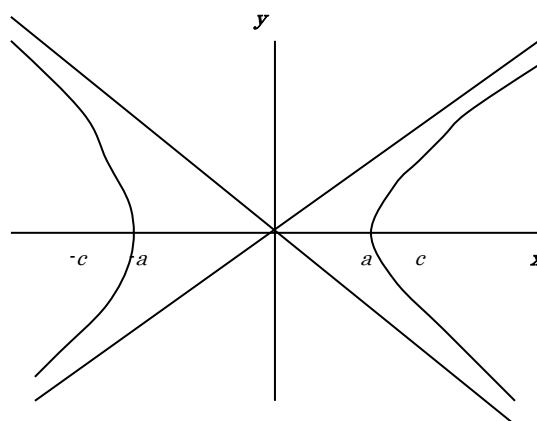
2危険資産の有効フロンティアは，双曲線の方程式で表わせる． $c > a > 0$ ，

$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ とする． $(c, 0), (-c, 0)$ からの距離の差が $2a$ である双曲線の方程式は，

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

漸近線は2直線

$$y = \frac{b}{a}x, \quad y = -\frac{b}{a}x$$



x 軸方向に h , y 軸方向に k だけ平行移動した曲線の方程式は, $f(x-h, y-k) = 0$ である. 上の双曲線では

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

漸近線は 2 直線

$$y-k = \frac{b(x-h)}{a}, \quad y-k = -\frac{b(x-h)}{a}$$

となる.

練習問題

1. ある個人が第 1 期において得た 100 万円の所得を 2 期間にわたって全部支出する. 個人の効用関数は,

$$u = C_1 C_2 \quad [u: \text{効用水準}, C_i: \text{第 } i \text{ 期の支出額 } (i=1, 2)]$$

で示され, 個人の第 1 期における貯蓄には 5% の利子がつくものとする.

個人は効用最大化を図るものとする. 個人の第 1 期の貯蓄額はいくらか. ただし, 個人の第 1 期の所得と第 2 期の利子収入には 10% の所得税が賦課されるものとする.

地方上級試験平成 7 年度復元問題

- 1 40 万円
- 2 45 万円
- 3 50 万円
- 4 55 万円
- 5 60 万円

2. (ERE02. 3. 3 出題) ライフ・サイクル仮説にしたがって消費・貯蓄計画を立てている人がいるとする. 今年 31 歳のこの人は, 60 歳で引退するまで毎年 300 万円の一定の所得があり, 引退後の 61 歳からは所得がゼロとなるが, 80 歳まで寿命があると考えている. また, 現在の貯蓄残高は, 500 万円である.

この人が, 生涯にわたって毎年の消費額を一定にするように計画しているとする. 今年の貯蓄額は次のうちいくらになるか. ただし, 利子はなく, 死後には資産も借金も遺さないものとする.

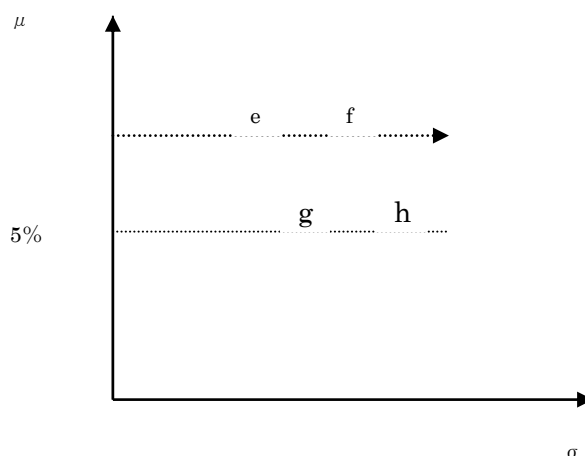
- (1) 110 万円 (3) 150 万円
- (2) 130 万円 (4) 貯蓄しない

3. 債券の収益率の確率分布が次のようであるとき, 期待収益率は, () であり, 分散は () である.

収益率の実現値	確率
0.01	0.75
0.05	0.25

4. 期待リターン（ μ ）と標準偏差（ σ ）の平面において、4つのポートフォリオ e, f, g, h が図のように位置している。また、安全資産の収益率は 0.5%である。

証券アナリスト[証券分析]1次



問1 以下の記述のうち、正しくないものを選びなさい。

- A リスク中立的な投資家にとって、eはgより好ましい。
- B リスク中立的な投資家にとって、eはfより好ましい。
- C リスク回避的な投資家にとって、eはgより好ましい。
- D リスク回避的な投資家にとって、eはfより好ましい。

問2 投資家 X の効用関数を、 $U = \mu - \frac{1}{20} \sigma^2$ とする。4つのポートフォリオのうち、

投資家 X にとって最も効用が低いポートフォリオを選びなさい。

- A f
- B h
- C fとh
- D なんともいえない

5. 債券Aと株式Bの2つからなるポートフォリオがあるとする。

	期待収益率
債券 A	0.02
株式 B	0.12

債券Aの投資比率を 80%、株式Bの投資比率を 20%で、分散投資するポートフォリオの期待収益率は、（ ）である。

解 1. 2 2. (1) 3. 0.02 0.0003 4. 問1 B 問2 D 5. 0.04

参考文献

1. 経済法令研究会編，2016年証券アナリスト〔1次〕受験対策テキスト『証券分析とポートフォリオ・マネージメント』経済法令研究会，2015年.
2. ジョン・ハル『フィナンシャル エンジニアリング第9版』金融財政事情研究会，2016年7月.
3. 石村貞夫＋石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書，1999年.
4. きんざいファイナンシャル・プランナーズ・センター『‘15～’16年版パーフェクトFP技能士入門（1・2級用）』きんざい，2015年.
5. 西村和志『金融論』晃洋書房，2005年.
6. 西村和志『多期間一般均衡モデルの確率的動学』晃洋書房，2018年.
7. 西村和志『金融論2019』宇空和研究所，2020年9月.
8. 日本証券アナリスト協会編，榊原茂樹・青山護・浅野幸弘『証券投資論第3版』日本経済新聞出版社，1999年.
9. 俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社，1993年.

資 産 形 成 論 2022 年テキスト

2019 年 9 月 第 1 刷発行

2021 年 4 月 26 日 改訂版

2022 年 6 月 12 日 改訂版

著者 西 村 和 志

発行所 宇空和研究所

<http://www.ukuwainst.org/>

E-mail:ukuwainst@outlook.com

©2022 年
