

資 産 形 成 論

2024 年テキスト

宇空和研究所

西村 和志

目次

1. はじめに
2. 保険制度, 年金制度および財形制度
 2. 1 公的保険と民間保険
 2. 2 年金制度の概要 (厚生労働省所管)
 - (1) 国民年金 (基礎年金) 2017 年
 - (2) 厚生年金
 - (3) 企業年金
 2. 3 確定拠出企業年金制度 (厚生労働省所管)
 2. 4 勤労者少額財形制度 (厚生労働省所管)
 - (1) 一般財形貯蓄、(2) 財形住宅貯蓄、(3) 財形年金貯蓄
 - (4) 財形持家融資制度 (厚生労働省所管)
独立行政法人住宅金融支援機構 (国土交通省所管)
 2. 5 新 NISA 制度 (金融庁所管)
3. 金融商品と金融市場の特徴
 3. 1 金融商品と金融市場の特徴
 3. 2 金融商品の特徴
 - (1) 預貯金
 - (2) 外貨, 外貨預金
 - (3) 制度住宅ローン
 - (4) 債券
 - (5) 株式
 - (6) 投資信託
 - (7) Jリート [日本版不動産投資信託]
 3. 3 債券先物と債券オプション
 3. 4 金融資産・負債の評価
金融数学 1 数列と級数
4. 資産市場における行動理論
 4. 1 消費・貯蓄理論
 4. 2 貨幣一時的一般均衡理論
 4. 3 3 資産現物・先物一時的一般均衡論
 4. 4 債券期間構造の理論
 4. 5 株式の収益率と株式市場価格
 4. 6 株式オプション価格の二項過程モデル (離散確率過程)
 4. 7 Black-Scholes オプション価格の決定論 (連続確率過程)
金融数学 2 確率と統計
5. 最適資産選択理論

- 5. 1 資産選択理論
 - 1) 1 安全資産と 1 危険資産
 - 2) 2 危険資産
 - 3) 1 安全資産と 2 危険資産
- 5. 2 最適資産選択にもとづく資産購入方法
- 5. 3 CAPM 理論 (Capital Asset Pricing Model)
- 6. 資産形成計画と運用・管理
 - 6. 1 イベント分析の枠組み
 - 6. 2 イベントに基づく資産形成
 - 6. 3 ドルコスト平均法
 - 6. 4 リバランス管理法
 - 6. 5 次の半年の変動要因予想

1. はじめに

就職しても、就職先が、年齢給、終身雇用の原則を変革していますから、皆さんが将来設計することがむずかしくなっています。さらに、老後の安定した生活保障である公的・私的企業年金も、多く問題をかかえています。したがって、若い人は、将来設計を自分で立てて実行する状況におかれていると思います。これまで、実践的な証券投資について、小中高と授業などで組織的に教育されていません。最近、投資教育を小中高からという実践が始まっています。この教室は、第一に金融商品の知識と金融市場のミクロ理論を学び、第二に金融商品に及ぼす経済のファンダメンタルズ、業界の見通し、国際政治・経済動向、財政・金融政策の発動等の要因を考慮できる力をつけること、および第三に金融商品を選択し、資産運用と資産管理の方法について理解し、売買のシミュレーション演習をすることを目的にしています。

企業に就職した場合、社会保険料および源泉徴収税負担分を支払った、毎月の手取りから、短期、中期、長期の目的で、天引き額を決め、それぞれの目的に配分し、証券を購入し、それぞれの目的を達成することを想定しています。また、退職された方は、老後の安心を取り崩す方法を考えます。

その企業が確定給付型企业年金制度、または確定拠出年金制度を設定している場合、**掛金なしに**、退職後の一時金あるいは年金が給付されます。個人で非課税制度を用いた累積貯蓄を契約すると、証券投資を実践することができます。本教室の知識と実践が役に立つことを願っています。

2022 年の教室の方針は、

- ①貨幣一時的一般均衡論を確実性下 2 期間モデルで、住宅ローンの場合を説明する

②貨幣一時的一般均衡論を応用して、不確実性下債券・株式の現物・先物市場均衡論を説明する

③資産先物理論とオプション理論の関係を説明し、オプション市場の使い方を考える

④資産選択理論を3資産モデルで説明し、最適ポートフォリオに従った、資産売買を説明する

⑤理論・方法にもとづく資産形成計画、運用・管理を充実させる

⑥政策、景気等の変動予想するコメントを入れる

⑦四半期統計国民総支出発表によって、簡易的に、次の四半期の国民総支出を試算する

⑤について、海原氏を例にとると、海原氏は、新卒で、入社後、10年間のイベント表を作成する。イベントは、仕事を習熟すること、婚活をすることである。企業キャリアアップ制度、厚労省キャリアアップ制度を利用、自己研鑽を心がけ、年収を少なくとも年12万円昇給させる。入社10年間で、この最低限の昇給制度がない企業は、大学卒を必要としない業種である。大学卒業者は、大学教育で、自己研鑽の方法を身につけさせている。消費支出は、年収の8割である。消費生活を充実しないと、自己研鑽費、婚活費は消費支出に含まれる。年2回のボーナスで、実物資産形成として、住宅頭金500万円を貯蓄する。収支差額が出るが、これを金融資産形成に使う。海原氏のイベント表にもとづく期末貸借対照表を作成しているが、その運用益を反映していない。本教室では、この運用益が出る方法を学ぶ。

⑥について、資産形成計画、運用・管理には、政策、景気等の変動を予想することが重要な視点であるので、2024年、9月16日から12月23日まで15回の予定で、財政・金融政策とマクロ金融経済について、『金融論2024年テキスト』を解説します。

⑦について、マンデル・フレミング開放経済モデル(MFEXモデル)は、『金融論2021年テキスト』で、理論的な論証はめどが付きまして。MFEXモデルに従い、四半期統計国民総支出発表によって、簡易的に、次の四半期の国民総支出を試算することに取りかかっています。その手順は次の通りです。

国内総生産GDPは、総供給＝総需要の生産物市場均衡式を、統計的均衡式に当てはめるならば、総供給側になり、 $GDP = GDE + \text{統計誤差}$ です。国内総支出 $GDE = C + Iv + I + G + Ex - Im$ と定義すれば、GDPの速報値では、左辺の数値が確定するのは2年後ですから、その間、4半期ごとに、右辺のGDE式に従って、各需要の構成要素C, I, G, Ex, Imが発表されます。それら構成要素のデータをもちいて、重回帰曲線を推計します。構成要素は、経済学理論にしたがって、説明変数が選ばれます。

例えば、消費需要Cは、説明変数である、国民所得NIおよび貯蓄差額 ΔMh に依存する線形式 $C = \beta + \alpha_1 NI + \alpha_2 \Delta Mh$ によって推計します。これは、Microsoft Excelを起動し、旧バージョンでは、「ツール」メニューから「アドイン」をクリック、ダイアログボックスから、分析ツールにチェックを入れます。最近のバージョンでは、「データ」メニューから

右端の「データ分析」をクリックし、分析ツールの中から、回帰分析を開けば、重回帰曲線が推定できます。

6 章の収益率の基本統計量を計算するために、「データ分析」の基本統計量を使っています。

2. 公的年金と企業年金

2. 1 公的保険と民間保険

公的保険

社会保険には、医療保険に関して、健康保険、国民健康保険、後期高齢者医療保険制度、介護保険がある。年金制度については、次項で概説する。労働保険として、通勤、勤務している間に生じた保険事故、失業などに対応して、労働者災害補償保険および雇用保険がある。国民健康保険、後期高齢者医療保険制度、介護保険以外は、保険料は、労使負担である。保険料は、給与から毎月天引きされる。

1) 公的保険制度の概要（厚生労働省 HP より）

(1) 医療保険

健康保険組合・共済組合

適用事業所 国，地方公共団体，法人事業所，又は土木・建築，医療等の
強制適用業種である従業員 5 人以上の個人事業所

加入者 適用事業所に使用される者及び被扶養者

保険料 健康保険組合 9%（平成 27 年度平均）

国 8.2%，地共済 9.4%，私学共済（平成 25 年度平均）

自己負担金の割合 3 割

国民健康保険

被保険者 他の医療保険に加入していない住民を被保険者とする。

保険料 各市町村が医療費水準等を勘案して定めている。

全国平均で，一人当たり年額 11.0 万円（平成 27 年度）

医療給付 療養の給付，入院時食事費，入院時生活療養費（65 歳以上）
高額療養費

自己負担金 3 割

現金給付 出産育児一時金，埋葬費，傷病手当金，出産手当金

後期高齢者医療保険制度

対象者 75 歳以上の高齢者

医療給付 後期高齢者医療費

保険料 全国平均 約 5,660 円／月（平成 28・29 年度見込）

基礎年金のみ受給者 約 380 円／月

自己負担金 1割（年収に依存）

介護保険

対象者 65歳以上の方（第1号被保険者）

40歳以上65歳未満で医療保険に加入している方（第2号被保険者）

介護保険料 第1号被保険者 各市で、所得11段階に応じて、基準額に保険料率をかける。参考：第5段階で、年額79,200円（月額6,600円）京都市平成30年度4月

第2号被保険者の保険料

給付 一般介護予防事業（すべての65歳以上の高齢者）

介護予防・生活支援サービス（事業対象者 要支援者）

介護予防サービス（要支援者）

介護サービス（要介護者）

自己負担金 1割・2割（年収に依存）

(2) 労働保険

労働者災害補償保険

労働者の業務災害及び通勤災害等に対して保険給付を行い、被災労働者の社会復帰の促進、被災労働者及びその遺族の援護を図る。

適用 労働者を使用するすべての事業に適用される（国家公務員、地方公務員（現業の非常勤職員を除く）及び船員は適用外）。

保険料 事業主が負担する。

給付 休業、障害、死亡、介護、脳・心臓疾患に関連する異常所見に各給付がある。ただし、給付期間は最大503日分。

雇用保険

労働者が失業してその所得の源泉を喪失した場合、労働者について雇用の継続が困難となる事由が生じた場合及び労働者が自ら職業に関する教育訓練を受けた場合に、生活及び雇用の安定と就職の促進のために失業等給付を支給するとともに、二事業（雇用安定事業及び能力開発事業）を行う。

適用 労働者を雇用するすべての事業に、原則として強制適用される。

保険料 労働者の賃金総額に雇用保険率を乗じた額を事業主と労働者双方が負担する。一般の事業で雇用保険率9/1000、（被保険者3/1000）。

給付 求職者給付 一般求職者給付 90～150日

高齢者求職者給付 30～50日

短期雇用特例求職者給付、日雇労働求職者給付がある。

就職促進給付、教育訓練給付、雇用継続給付がある。

(3) 国民年金制度の保険機能

国民年金に加入中に初診日のある病気やけがにより、障害等級 1 級又は 2 級に該当する障害の状態にある場合は、障害基礎年金が支給される。

国民年金に加入中の方がなくなった場合は、その方に生計を維持されていた遺族(子のある配偶者、又は子)に遺族年金が支給される。

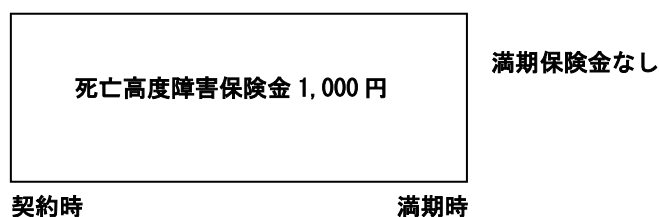
2) 民間生命保険の仕組み

(1) 生命保険料の計算原則

大数の法則 生命保険加入者が増えれば増えるほど、死亡確率は、真の値に近づく。

収支均等の原則 保険者の契約保険料総額と保険支払額を等しくすれば、支払い可能である。

1 年定期保険料 (30 歳) の計算例



30 歳 (男) の人が 10 万人同時に保険金 1,000 円の 1 年定期保険に加入したとする。

30 歳(男)の死亡率 0.00064 (生保標準生命表平成 25 年(男)) (**大数の法則**)

年払純保険料 P 円を求める。死亡は半年後に発生するとする。

年間予定利子率は 0.0275 とする。保険会社の費用は無視する。

左辺は保険金の利殖、右辺は保険金支払いである。 (**収支均等の原則**)

$$100,000 \times P \times (1 + 0.0275)^{0.5} = 100,000 \times 0.00064 \times 1,000$$
$$1.0137 \times P = 0.64$$

$$P = 0.63 \text{ (円)} \quad \text{年払純保険料は 0.63 円である。}$$

解説 30 歳 (男) の人が 10 万人同時に、死亡高度障害保険金 1,000 円の 1 年定期保険に加入したとする。満期時に、払戻金はない。損害保険の掛け捨てと同じであるので、自動車事故の確率事象と見れば、保険金計算方法は同じである。

男性が、31 歳までの一年間に死亡する死亡率(確率)は、生保標準生命表平成 25 年(男)に、0.00064 と求められている。10 万人がこの生命保険に加入するから、**大数の法則**が働き、契約数が少ないと、0.00064 に近似できないが、10 万人であれば、死亡率は 0.00064 に近くなる。死亡は半年後に発生するとする。

年払保険料 P 円を求める。

保険会社の費用は無視して、保険料収入は、10 万人の保険料 $100,000 \times P$ を年間予定利子率は 0.0275 で、半年運用すると、 $100,000 \times P \times (1 + 0.0275)^{0.5}$ となる。死亡保険金は、死亡者が $100,000 \times 0.00064$ 人で、死亡保険金は 1,000 円であるから、 $100,000 \times 0.00064 \times 1,000$ 円である。**収支均等の原則**から、

$$100,000 \times P \times (1 + 0.0275)^{0.5} = 100,000 \times 0.00064 \times 1,000 \quad (1)$$

$$P=0.63 \text{ (円)}$$

年払保険料は 0.63 円である。

この例の計算で、死亡高度障害保険金 100 万円に加入すると、 $1,000,000 \div 1,000 = 1,000$ 倍であるから、保険料は $0.63 \times 1,000 = 630$ 円となる。月額保険料に直すと 52.5 円である。インターネット保険会社が、生命保険、損害保険で、相対契約保険会社の商品より、月額保険料が安い。(1)式の右辺に、会社の費用が加わるが、インターネット保険会社の費用が低い。大数の法則で、契約者が多ければ多いほど、(1)式の右辺の死亡率の精度が高くなり、減少する。(1)式の左辺に、加入者の保険料収入が多くなる。年間予定利率は 0.0275 で、半年運用しているが、保険料の運用先を多様化でき、より高い収益率を得られる。保険会社が、短期金融商品より、長期債券、株式で、利息、配当を、都市において、不動産業を営み、〇〇生保貸しビルを所有して、顧客の大企業をテナントに長期入居させ、賃貸料を毎月徴集するのは、毎月の保険料支払いに充てる長期安定収入が稼げるからである。

(2) 損害保険

本テキストで想定する投資家は、給与所得者および退職者であるから、損害保険に加入する人は、自動車保険と住宅火災・地震等災害保険であり、短期 1 年、満期保険金はない。純保険料の決め方は、大数の法則、収支均等の原則および給付・反対給付均等の原則にしたがい、予定損害率 にもとづいて計算される。

2. 2 年金制度の概要

年金の保険料と支払い(給付)は、積立方式と賦課方式がある。賦課方式は、毎年の保険料収入を年金受給者に支払う方式である。

年金の財政方式

	積立方式	賦課方式
確定拠出型	確定拠出企業年金 個人型確定拠出年金 (iDeCo)	
確定給付型	厚生年金基金 確定給付企業年金	国民年金 厚生年金

公的年金制度である国民年金の制度の概要は次の通りである。これは、強制加入である。

国民年金(基礎年金)2024 年度 4 月から

受給資格	20 歳以上 60 歳	加入期間最低 25 年 (特例あり)
受給開始年齢	65 歳	(60 歳から繰上げ受給可能)
保険料	月額	16,980 円
年金額 (老齢基礎年金)	年額	816,000 円 2024 年度
障害基礎年金	1 級障害	1,020,000 円 (67 歳以下)
遺族基礎年金		816,000 円 (18 歳まで子供加算あり) (67 歳以下)

民間企業に雇用されている場合、国民年金に加えて、厚生年金制度に加入する。

厚生年金

受給資格	適用事業所に常時使用される 従業員で 65 歳未満
受給開始年齢	65 歳 (60 歳から繰上げ受給可能)
保険料	標準報酬月額 × 保険料率
年金額	定額部分 + 報酬比例分 + 加給年金

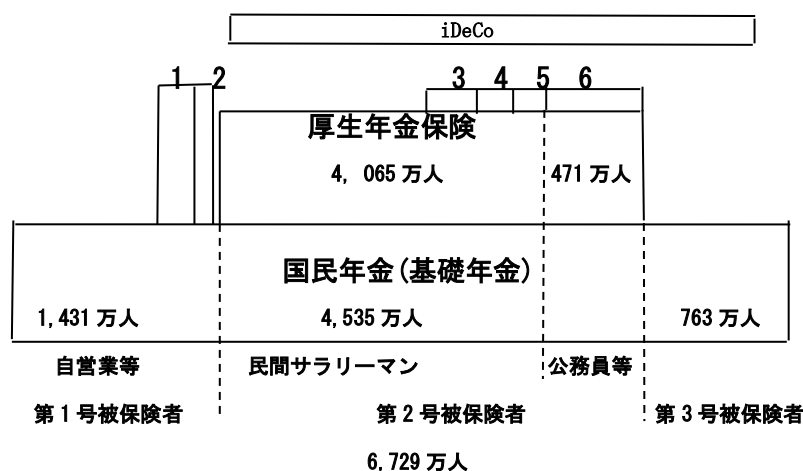
例 日本年金機構 HP より、平均的な収入（平均標準報酬（賞与含む月額換算）43.9 万円）で、40 年間就業の場合、
厚生年金給付分 2024 年度月額 94,483 円

（夫婦の老齢基礎年金 136,000 円 + 厚生年金給付分 94,483 円、月額 = 230,483 円、年額 2,765,796 円）である。

現在、日本の年金財政は資金余剰がある。しかし、各保険者の積立方式ではないので、受給者が増加すると財政が破綻しないように、保険料、受給額、受給開始年齢を財政均衡に合わせて改定しなければ、年金財政は維持できない。

年金制度の体系（数値は 2022 年 3 月末）厚生労働省 HP『厚生労働白書平成令和 5 年版資料編 p240』より

企業年金は、1. 国民年金基金 [34 万人] 2. iDeCo [239 万人] により、2 階部分および 3 階部分を構成し
3. 確定拠出年金 [782 万人] 4. 確定給付企業年金 [930 万人] 5. 厚生年金基金 [12 万人] 6. 年金払い退職給付 [471 万人] により、3 階部分を構成している。



5 年ごとの年金改革

- 1994 年の改革 支給年齢の 60 歳から 65 歳へ段階的引き上げ
- 1999 年の改革 基礎年金の国庫負担を 1/3 から 1/2 へ引上げる
- 2004 年の改革 保険料の段階的引き上げ、給付水準は現役の手取り年収の 50%~50%半ば
マクロ経済スライド改正
- 2009 年の改革 民主党に政権交代した
- 2011 年 10 月 社会保障制度と税制の一体改革案
- 2012 年 10 月 社会保障制度の財源確保のため、消費税を 2014 年 4 月 5%から 8%、2015 年 10 月 8%から 10%増税を可決した。
- 2012 年 11 月 自公民政権に交代

2013 年 4 月 物価スライド制を適用
2014 年 11 月 消費税を 2017 年 4 月 10%増税に変更した。
2015 年 4 月 消費税を 8%に増税，社会保障財源とした。
10 月 公務員共済，私学共済が厚生年金に統合された。
2016 年 5 月 消費税を 10%に増税を，2 年半延期する。
2019 年 10 月 消費税を 10%に増税した。

2. 3 確定拠出年金制度の概要

確定拠出年金制度を実施する企業に入社または転職した場合，掛金を企業が拠出する強制加入制度なので，従業員は企業が契約する運用管理機関の提示する商品から，運用指示をし，運用結果は，加入者の自己責任である。

制度の概要

企業型年金（平成 29 年 1 月 1 日からの内容）厚生労働省 HP より

企業型年金制度は、従業員の退職後、一時金または老齢給付金を 5 年以上、高齢で退職した従業員が受給する制度である。掛金を事業主が拠出、給付額が確定している確定給付企業年金が、従来からあったが、2000 年から、日本経済は、企業の再編が始まり、従業員負債は、企業収益が減収となっても、確定給付債務は、減額できない。また、中小企業には、企業年金制度を財政が不安定であるため、設立ができない。平成 13 年(2001 年)6 月、確定給付年金法および確定拠出年金法が成立した。確定拠出年金は、企業型と個人型確定拠出年金（iDeCo）に 2 分された。

確定給付企業年金

確定給付企業年金は、事業主体が受給者の高齢期に給付額を保障し、事業主が掛金を原則、拠出する企業年金制度である。規約により、加入者拠出もできる。

(1) 制度に加入できる者

実施主体 企業型年金基金又は事業主

加入できる者 実施企業の従業員

掛金の拠出 事業主が年 1 回以上、定期的に拠出する。（年金規約で加入者も可能）

(2) 運用

制度実施者(企業等)がまとめて運用管理する。

(3) 離転職の場合等の年金資産の移転はできない。

(4) 給付

5 年以上の有期または終身年金（規約により一時金の選択可能）

(5) 受給要件等

原則 60 歳到達した場合に受給できる。

(6) 税制

- 拠出時 非課税(加入者拠出は実質課税(生命保険控除は適用))
 運用時 特別法人税課税(平成31年度まで凍結)
 給付時 1. 年金として受給: 公的年金等控除(標準的な年金額まで非課税)
 2. 一時金として受給: 退職所得控除

確定拠出年金

確定拠出年金は、企業年金の1つである。自己積み立て方式で、拠出した掛金が個人ごとに明確に区別され、掛金とその運用収益との合計額をもとに年金給付が決定される。

(1) 制度に加入できる者および拠出限度額

- | | |
|--------|--|
| 実施主体 | 企業型年金規約の承認を受けた企業 |
| 加入できる者 | 実施企業の従業員(国民年金第2号被保険者) |
| 掛金の拠出 | 事業主が拠出(規約で加入者も可能) |
| 拠出限度額 | 1. 厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施していない場合
55,000円(月額)
※規約において個人型年金への加入を実施している場合
35,000円(月額)
2. 厚生年金基金等を実施している場合
27,500円(月額)
※規約において個人型年金への加入を実施している場合
15,500円(月額) |

(2) 運用

- 運用商品の中から、加入者等自身が運用指図を行う。
- 運用商品は、預貯金、投資信託、保険商品等である。
- 運用商品を選定・提示する者は、必ず3つ以上の商品を選択肢として提示する。

(3) 離転職の場合等の年金資産の移転

- 資産額等の記録が年1回以上通知される。
- 加入者等が転職した場合等には、転職先の企業型年金へ、退職して国民年金の加入者となった場合等には個人型年金へ、資産を移換することができる。

(4) 給付

5年以上の有期または終身年金(規約により一時金の選択可能)

(5) 受給要件等

原則60歳到達した場合に受給できる。

(6) 税制

- 拠出時 非課税
 運用時 特別法人税課税(平成31年度まで凍結)
 給付時 1. 年金として受給: 公的年金等控除(標準的な年金額まで非課税)
 2. 一時金として受給: 退職所得控除

個人型確定拠出年金（iDeCo）

確定拠出年金法に基づき実施されている、公的年金にプラスして給付を受けられる私的年金である。加入は任意で、加入方法は、「iDeCo 公式サイト」<https://www.ideco-koshiki.jp> 運営管理機関一覧から、運営管理機関を選び、加入手続きをする。

iDeCo の概要 （平成 29 年 1 月 1 日からの内容）厚生労働省 HP より

基本的に 20 歳以上 60 歳未満の全ての方が加入できる。加入者が拠出限度額の範囲内で任意に掛金を設定し、積み増すことが可能である。拠出した掛金の全額が、小規模企業共済等掛金控除の対象であり、国民年金基金連合会が実施主体である。個人ごとに明確に区別され、掛金とその運用収益との合計額をもとに年金給付が決定される。

(1) 制度に加入できる者および拠出限度額

実施主体 国民年金基金連合会

- 加入できる者
1. 自営業者等（農業者年金の被保険者の方、国民年金の保険料を免除されている方を除く）（国民年金第 1 号被保険者）
 2. 厚生年金保険の被保険者（公務員や私学共済制度の加入者を含む。企業型年金加入者においては、企業年金規約において個人型年金への加入が認められている方に限る。）（国民年金第 2 号被保険者）
 3. 専業主婦（夫）等（国民年金第 3 号被保険者）

掛金の拠出 加入者個人が拠出（企業は拠出できない）

- 拠出限度額
1. 自営業者等
68,000 円（月額）
※国民年金基金の限度額と枠を共有
 2. 厚生年金保険の被保険者のうち
〔1〕厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施している場合
12,000 円（月額）
〔2〕企業型年金のみを実施している場合
20,000 円（月額）
〔3〕企業型年金や厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施していない場合（下記〔4〕の方を除く）
23,000 円（月額）
〔4〕公務員、私学共済制度の加入者
12,000 円（月額）
 3. 専業主婦（夫）等
23,000 円（月額）

(2) 運用

1. 運用商品の中から、加入者等自身が運用指図を行う。
2. 運用商品は、預貯金、投資信託、保険商品等である。

3. 運用商品を選定・提示する者は、必ず3つ以上の商品を選択肢として提示する。
- (3) 離転職の場合等の年金資産の移転
 1. 資産額等の記録が年1回以上通知される。
 2. 加入者等が転職した場合等には、転職先の企業型年金へ、退職して国民年金の加入者となった場合等には個人型年金へ、資産を移換することができる。
- (4) 給付

5年以上の有期または終身年金（規約により一時金の選択可能）
- (5) 受給要件等

原則60歳到達した場合に受給できる。
- (6) 税制

拠出時 非課税（加入者が拠出した掛金額は、全額所得控除（小規模企業共済等掛金控除））

運用時 特別法人税課税（平成31年度まで凍結）

給付時 1. 年金として受給：公的年金等控除（標準的な年金額まで非課税）

2. 一時金として受給：退職所得控除

「iDeCo 公式サイト」<https://www.ideco-koshiki.jp>>iDeCo ってなに？>に、平成30年1月施行以降の制度改正が掲載されている。

2. 4 勤労者少額貯蓄制度

勤め先で財形貯蓄制度が導入されている場合、財形貯蓄制度には、一般財形貯蓄、財形年金貯蓄、財形住宅貯蓄の3種類があり、利子等に対する非課税措置や財形持家融資制度を利用できる。

(1) 一般財形貯蓄

- | | |
|--------|--|
| 実施主体 | 企業が財形貯蓄制度を導入していること |
| 利用者 | 勤労者であれば、契約時の年齢制限はない。 |
| 資金の使い方 | 使途自由な貯蓄 |
| 積立方法 | 金融機関等と契約を結んで、3年以上の期間にわたって、定期的に（毎月または夏季・年末のボーナス時期などに）賃金からの控除（天引き）による積立。複数の契約もできる。 |

利子等非課税はない。

(2) 財形年金貯蓄

- | | |
|--------|--|
| 利用者 | 満55才未満の勤労者 |
| 資金の使い方 | 60才以降の契約所定の時期から5年以上の期間にわたって年金として支払いを受取る。 |
| 積立方法 | 金融機関等と契約を結んで、5年以上の期間にわたって、定期的に（毎 |

月または夏季・年末のボーナス時期などに) 賃金からの控除(天引き)による積立.

利子等非課税 預貯金等 元本(預入額+元加利息) 550 万円まで利子等非課税

保険等 払込累計 385 万円まで利子等非課税

貯蓄商品 預貯金, 合同運用信託, 有価証券(国債などの公社債・証券投資信託の
受益証券・金融債・株式投資信託), 生命保険, 生命共済, 損害保険

(3) 財形住宅貯蓄

財形住宅貯蓄は, 住宅の建設, 購入, リフォーム等のために, 貯蓄する場合, 給与から一定額を天引きして行う, 積立貯蓄制度である. この貯蓄を, 財形住宅融資にもちいることができるので, 若年者にとっては, 住宅取得のための頭金を積み立てる場合, 利子等が非課税なので, 目標額に早く到達できる.

利用者 満 55 才未満の勤労者, 他に住宅財形契約をしていない者

資金の使い方 住宅建設

住宅購入(新築/中古と問わず, 一戸建て, マンションともに可)

積立方法 積立期間

利子等非課税 預貯金等 元本(預入額+元加利息) 550 万円まで利子等非課税

保険等 払込累計 550 万円まで利子等非課税

貯蓄商品 預貯金, 合同運用信託, 有価証券(国債などの公社債・証券投資信託の
受益証券・金融債・株式投資信託), 生命保険, 生命共済, 損害保険

ただし, 住宅の建設, 購入, リフォーム以外の払い出しは利子等に課税される. 財形住宅貯蓄と併用して, 一般財形貯蓄および財形年金貯蓄も利用可能である.

(4) 財形持家融資制度(厚生労働省所管)

財形持家融資制度は, 国と事業主が協力して, 勤労者の持家の取得またはリフォームを促進する融資制度である.

(1) 融資対象者

イ) 事業主 ロ) 事業主団体 ハ) 福利厚生会社

(2) 転貸を受けることができる勤労者

勤労者の 3 つの要件

イ) 継続する 1 年以上の期間にわたって, 財形貯蓄を行っていること

ロ) 借入申込日の 2 年前の日から借入申込日までの期間内に, 財形貯蓄契約に基づく
定期の積立てを行っていること

ハ) 借入申込日において, 50 万円以上の財形貯蓄を有していること

(3) 利率

5 年固定金利制

金利は, 毎年 1, 4, 7, 10 月に見直しされる.

(4) 返済期間

新築及び新築住宅の購入	35 年以内
中古住宅の購入	マンション 優良中古マンション 35 年以内
	一般マンション 25 年以内
一戸建て等	優良中古住宅 35 年以内
	一般中古住宅 25 年以内
住宅の改良	20 年以内

(5)負担軽減措置

事業主は、勤労者に対して 5 年以上、年間 3 万円以上を利子補給金として支給すること(住宅手当として月 2,500 円以上を支給する方法でもよい。)など、勤労者の返済負担を軽減することが必要である。

(6)融資額

財形貯蓄額残高の 10 倍相当額(最高 4,000 万円)で実際に要する費用の 90%相当額までである。

(7)他の公的融資との併用

独立行政法人住宅金融支援機構又は沖縄新興開発金融公庫の融資などと併せてこの融資を利用することができる。

(5) 住宅金融支援機構の住宅ローン 独立行政法人住宅金融支援機構(国土交通省所管)

住宅ローンは、住宅金融支援機構と民間金融機関等で、規格化されたローンの要件が定められている。タイプは、フラット 35、フラット 35S、フラット 50 などがある。各数字は、最長の返済期間である。

フラット 35 ローンの申込要件 (住宅金融支援機構の HP を参照)

年収に占める年間合計返済額の割合を総返済負担率という。

年収と総返済負担率

年収	400 万円未満	400 万円以上
総返済負担率	30%以下	35%以下

借入対象となる住宅

一戸建て住宅	70 m ² 以上
住宅の建設費または購入価額	1 億円以下の住宅

借入額 100 万円以上 8,000 万円以下で、建設費または購入価額以内

借入期間 15 年以上かつ、次の (1) または (2) のいずれか短い年数が上限

(1) 「80 歳」－「申込時の年齢」

(2) 35 年

借入金利 全期間固定金利

返済期間	15～20 年	21～35 年	(2018 年 5 月現在)
	1.3～1.9%	1.35～2.01%	

返済方法 元利均等毎月払い、または元金均等毎月払い(計算法は、金融数学 1 の等比

数列の和の公式 1 をもちいる)を選択

(ボーナス月払いもある)

担保 借入対象となる住宅およびその敷地に、住宅金融支援機構を抵当担保者とし、第 1 位の抵当権を設定する。

団体信用生命保険の加入義務

火災保険の加入義務

以上のフラット 35 ローンの申込要件から、住宅ローンを計画できる。

2. 5 新 NISA 制度

NISA は、イギリスの個人貯蓄口座 (ISA) をもとにした少額投資非課税制度であり、2013 年 12 月末で、証券優遇税制 (軽減税率 10%) 終了にともない導入された。Nippon Individual Savings Account の頭文字をとって、NISA とよんでいる。

NISA 制度は、2014 年 1 月から 10 年間で、制度が満了になり、政府は、「令和 5 年度税制改正の大綱」において、新 NISA 制度に、2024 年 1 月から、移行することを決定している。本教室では、第 5 章資産形成計画と運用管理において、新制度を取り上げる。

(1) NISA 制度の概要

開始時期 2014 年 1 月から 10 年間

対象者 満 20 歳以上の個人で、1 口座 (1 金融機関のみ) 開設できる。

対象商品 株式投資信託と上場株式等 (国債、公社債投資信託等は対象にならない。)

非課税投資枠 年 120 万円

非課税期間 最長 5 年間

制度の終了時 2027 年

NISA は、資産の選択肢が株式投資信託と上場株式等のリスクの高い資産に限定されるが、預貯金および国債、公社債投資信託等は特定口座で運用するようにすれば、リスク資産の非課税を利用できる。

(2) ジュニア NISA

開始時期 2016 年から 2023 年

対象者 0 歳～19 歳、1 口座開設できる。

非課税投資枠 年 80 万円が上限

非課税期間 最長 5 年間

運用管理者 口座開設者本人 (未成年) の二等親以内の親族 (両親・祖父母等)

払出し 18 歳までは払出し制限あり

(3) つみたて NISA

開始時期 2018 年 1 月から 2037 年

対象者 20 歳以上、1 口座開設できる。つみたて NISA と一般 NISA いずれか

	一方を選択
非課税投資枠	年 40 万円が上限（非課税枠は 20 年間で最大 800 万円）
非課税期間	最長 20 年間
対象商品	長期の積立・分散に適した一定の投資信託
払出し	一般 NISA の累積投資であるから、途中、売却はできるはずであるが、規定はない。

(4) 新 NISA 制度の概要

「令和 5 年度税制改正の大綱」において、NISA 制度は、新 NISA 制度に移行、2024 年度以降の NISA 制度は、抜本的拡充・恒久化の方針が示された。

開始時期	2024 年 1 月から		
対象者	18 歳以上、1 口座開設できる		
投資枠	つみたて投資枠	（併用化）	成長投資枠
年間投資枠	120 万円		240 万円
非課税保有期間	無期限		無期限
非課税保有限度額		1,800 万円（内	成長投資枠 1,200 万円）
口座開設期間	恒久化		恒久化
投資対象商品	積立・分散投資に適した		上場株式・投資信託等
	一定の投資信託		（毎月分配型投資信託等は除く）

2023 年末までの NISA 制度で投資した商品は、新 NISA 制度の外枠で、非課税制度を適用するが、定められた保有期間が過ぎると、その商品を新 NISA 制度の口座に繰り越し（ロールオーバー）できない。

3. 金融商品と金融市場の特徴

日本国内で取引できる金融商品は、それらの商品の金融市場で取引される。はじめに、金融商品の定義と特徴をのべ、金融市場を金融取引仲介業者によって、分類し、特徴をのべる。

3.1 金融商品の定義と特徴

(1) 金融商品の定義

日本国内において、小口投資家が取引できる金融商品を主に取り上げる。金融商品の特徴は、満期期間、最終利回り、取引単位(1 口)、制限条件および発行の方法で分けられる。最終利回りは、計算方法があり、主な金融商品を取り上げる際に、計算方法を示す。

金融商品	満期期間	最終利回り	取引単位(1口)	制限条件	購入法
預貯金					
普通預金	無し	年利子率	1円		預金口座開設
定期預金	3ヵ月 6ヵ月 1～3年			期間中引出不可 解約可 年齢制限がある	口座預入
定額貯金	10年	半年複利	千、5千円 1万、5万円	ゆうちょ銀行取扱 年齢制限無し	
消費者ローン					
	1ヵ月		10万、50万円		
	分割払いもある				
	上限年金利	10万円未満 20% 100万円未満 18% 100万円以上 20%		年齢制限, 収入,	カードと口座返済
クレジットカード				借入額は原則年収の3分の1 信用情報機関に全貸金業者加入義務がある。 銀行は貸金業ではないため、年収制限はない。 年齢制限 80歳まで、個人信用審査がある。 年収に応じて購入額に上限がある。 月間借入額に上限(20万円～30万円)がある。	
(キャッシュサービス)					
	1ヵ月	上限金利 18% 返済は分割払いがある。			
住宅ローン				住宅金融支援機構の審査がある。 土地建物以外、たとえば家具類、住宅設備等は 銀行ローン利用、4%以上、期間は交渉。	
	～35年	元利均等返済 元金均等返済			
債券					
	割引債	リーマン・ショック以前は、割引債が小口であり、個人は購入できた。 現在、発行されていない。			
	利付債券	個人向け国債と一部の企業の社債があるが少ない。一口の額が 1万円、100万円等。通常は1億円。			
株式					
	上場企業の株式は、通常は1000株が取引単位である。取引株数が 100株からの小口化を証券取引所が、個人投資家を呼び込み、長期 保有による安定株主化のため、上場企業に進めている。 例えば、任天堂は 36,070円(2018/6/26終値)取引単位 100株だが、 投資額は 3,607,000円となる。任天堂 7,649円(2024/4/26終値)				
投資信託					
	債券、株式は小口化できにくいので、投資信託委託会社が、テーマ別に、 投資家から小口資金を集め、信託財産を購入、信託会社に信託財産の 管理を委託する。投資信託委託会社は、テーマで設定された運用方針 にしたがい、信託会社に信託財産を運用指図する。投資家に対して、 定められた期日に信託報酬および監査報酬を差し引き、利息・配当等が あれば分配金を支払う。 上場されていない投資信託は、証券会社を通じて売買するので、 現物の市場とは、即時性がなく、数日遅れる。				
ETF(上場投資信託)					
	日経平均やTOPIXは、株価指数であり、ETFは、各株式の構成銘柄を その構成比率で保有し、投資信託証券として、基準化し、投資家に発行 する。ETFは、日経平均やTOPIXに連動した価格で変動し、証券市場で 売買できる。				
Jリート[日本版不動産投資信託]					
	投資法人(投資信託および投資法人に関する法律に 基づく法人)が発行する証券を、投資家が購入し、主に、不動産の 賃料を分配し、その際、法人税が免除されるので、投資家には、収益が 多くなる。Jリートは、証券取引所に上場されているので、投資家は 売却することもできる。				
以上の商品は、国内金融市場の金融商品であるが、銀行、証券会社を経由して、外国 金融市場の金融商品を売買できる。					

外貨		200万円まで、	証明書なし	銀行等
外貨預金	年利子率	1(ドル等)	本人確認	銀行預金口座開設
外国債券				証券会社
外国株式				証券会社
外国投資信託				証券会社

(2)金融先物・先渡し、金融派生（デリバティブ）商品の定義

金融先物・先渡し、金融派生(デリバティブ)取引は、以上の金融商品を原資産とし、将来時点でのにおける価格で、原資産を差金決済、あるいは現物を受け渡しする契約である。取引の定義を次にあげる。

先物(証券取引所取引)・先渡し(個別相対取引)

「将来のある時期に決められた価格で受渡しする条件で、特定の商品を売買する取引」

先物取引は、取引所を通じる取引で、満期の商品の受け渡しは、差金決済による。先渡し取引は、店頭で行ない、現物で決済する。

FRA (Forward Rate Agreement 金利先渡し取引) (個別相対取引)

「預金の金利を将来の特定時点に事前に定めた価格で引き渡すことを約定する取引」

FXA (Forward Exchange Agreement 為替先渡し取引) (個別相対取引)

「為替を将来の特定時点に事前に定めた価格で引き渡すことを約定する取引」

スワップ(個別相対取引)

「将来の一定期間に起こる経済価値が等価であると考えられる2つのキャッシュフローを相対する当事者間で合意した条件のもとで支払い・受取りを行う取引」

オプション(証券取引所取引・個別相対取引)

「特定の商品(原資産)を将来のある時期に(あるいは時期までに)、特定の価格で買う権利(コール・オプション)もしくは売る権利(プット・オプション)を売買する取引」

国内金融市場における金融派生(デリバティブ)商品は、次のようなものがある。

金融商品	満期期間	権利行使価格	価格(刻み)	取引単位(1口)	権利行使期間
債券先物	3, 6, 9, 12 月限の 近いうち 2 限月	中心価格と 上下 3 本ずつ計 7 本	1 円	額面 1 億円	取引最終日 までいつでも
債券オプション 店頭	(最長 1 年)	任意	任意	任意(額面 1 億円以上)	任意
日本円短期金利先物	3, 6, 9, 12 月限の 近いうち 3 限月	中心価格と 上下 4 本ずつ計 9 本	0.25 ポイント	元本 1 億円	取引最終日 までいつでも
株価指数オプション	直近連続 4 ヶ月	中心価格と 上下 2 本ずつ計 5 本	500 円(日経)	原資産の 1,000 倍	取引最終日 翌日 SQ による 自動権利行使のみ
J リート指数先物	3, 6, 9, 12 月限の 近いうち 3 限月		0.5 ポイント	指数の 1,000 倍円	取引最終日翌日 の SQ
J リート指数 オプション	最長 5 年(日単位)	小数点以下 2 桁		指数の 1,000 倍円	取引最終日翌日 の SQ

(3) 金融市場の分類と特徴

金融市場を分類する基準は、取引方法、取引期間、参加者の範囲、金融商品の種別、金融仲介者の違い、新規に発行されるか、すでに流通しているか、契約の種類で分けられる。小口投資家が参加できる市場を取り上げる。

金融市場 分類基準	取引方法	相対（あいたい）取引（店頭取引） 市場取引
	取引期間	短期（１年未満） 長期（１年以上）
	参加者の範囲	オープン市場
	金融商品の種別	現預金、債券、株式、先物・先渡、金融派生
	金融仲介者	（銀行） 現預金、貸付金、為替、 消費者ローン 住宅ローン （証券会社） 債券、株式、投資信託受託証券 （保険会社） 生命保険、養老保険、損害保険
	発行	発行市場 公社債、株式、IPO（新規株式発行） 流通市場
	契約	保険市場 先物・先渡市場 金融デリバティブ市場

金融市場の特徴

金融市場の特徴

金融市場	取引方法	取引期間	金融仲介者
預貯金	相対(あいたい)	１日～10年	銀行 (間接金融)
外貨預金	相対	１日～3年	銀行 (間接金融)
貸付金	相対	１日～35年	銀行 (間接金融)
債券	相対・取引所	3ヵ月～30年	銀行・証券会社 (直接金融)
株式	相対・取引所	無期限	証券会社 (直接金融)
投資信託	証券会社	～無期限	銀行・証券会社 (直接金融)
Jリート	取引所	～5年	銀行・証券会社 (直接金融)
デリバティブ	相対・取引所	～1年	証券会社 (直接金融)
先物	取引所	～1年	証券会社 (直接金融)
先渡し	相対	～1年	証券会社 (直接金融)
オプション	相対・取引所	～1年	証券会社 (直接金融)
スワップ	相対・取引所	～1年	証券会社 (直接金融)
保険	相対	無制限	保険会社 (直接金融)

相対（あいたい）取引は、顧客と金融仲介者が１対１で金融仲介者の窓口において金融商品を取引することをいう。取引所は、顧客が金融仲介者を通して金融商品を取引し、金融仲介者自身が自己資金で取引する。金融市場の内、預貯金、外貨預金、貸付金市場は、金融仲介者が銀行であり、銀行だけが預貯金を取り扱える。銀行は、預金を貸

付、預金金利と貸付金利との利ザヤを収益とする。

銀行が預金者と借入者とを資金で仲介することを**間接金融**という。債券および株式は、資金供給者と資金需要者が、直接、資金と金融請求権（債券および株式）を取引することを**直接金融**という。

デリバティブ商品の内、先物、先渡し商品は、投資家の予想を反映して、契約価格が決まる。オプションは、オプション価格が確率過程から導かれるため、同じ満期期間であっても、先物、先渡しとは、違う値動きをする。オプションは、顧客が取引所の設定するオプション価格帯から選択し、原資産の損失を前払いで確定できる、**保険的商品**である。投機的に、利用することもできるが、オプション商品は、証券業界では、保険的認識で運用している。

本教室対象の個人投資家は、保有する原資産額が小さく、それに対してリスク・ヘッジするほどでもないが、海外を投資対象にしている投資信託の中には、為替変動のリスクをデリバティブ商品で、価値の下落に対して、保険をかけている商品があるから、その方法を理解する必要がある。

第4章では、コール・オプションをとりあげて、先物市場とオプション価格付けの違いを考える。オプション価格付けでは、投資家が、取引所が指定する満期時点の権利行使価格を選ぶ。満期時点の商品価格は不確実性下にあり、取引所では正規分布を指定する。株式1単位の購入とそのコール δ 単位の売りというポートフォリオを考え、満期時で、いかなる価格が実現しても、損益が変わらない δ を決める。現時点のポートフォリオの価値を確定利子率で運用した収益は、満期時の収益と一致するように、裁定取引が働く。その方程式が解ければ、オプション価格付けが決まる。このようなヘッジを前提とした計算過程をみると、オプション価格付けは、取引所で決められる。投資家は、たとえば、ある株式を x 単位保有していれば、コール $x\delta$ 単位売りで、利子率で代金を運用しておけば、損失を少なくすることができる。

現在の金融市場とその先物市場との関係は、経済学の理論で、価格が決まると考えられる。しかし、経済学では、株式市場の価格理論およびその先物市場の価格理論は、教科書的な理論があるわけではない。したがって、経済学の価格理論とデリバティブ商品理論との関係は、経済学の価格理論によって決定される先決変数（現行株価、その価格分布、株価の時間的推移を表す確率過程）を所与として、取引所が提示する権利行使価格（経済学では満期時先物価格）の幅で、ヘッジ目的にしばられて、コール価格付けが提示され、コールの売買で、現金が受け渡しされる。経済学の先物市場では、先物契約で、証拠金の差出はあっても、オプション取引のように、現時点での現金の授受はない。

経済学へのデリバティブ商品理論の影響は、現物先物資産市場の価格決定と、資産予想価格分布および資産価格確率過程を研究する接近法として、役立っている。

金融商品の情報開示（『金融論 2018 年 56 頁～58 頁』宇空和研究所，2019 年）

情報は、個人情報と公的情報に分けられる。たとえば、氏名、年齢、現住所、電話番号、職業、勤務先等、年収は、金融取引において、相手側に、事前情報として、文書あるいはデータで要求される。これらは、公文書等に記載される情報であり、相手側に、本人確認の情報を取引前に、渡すことになる。これらの情報に公的な証明書がある場合、**公的情報**ということにする。公的情報以外の情報を**個人情報**とする。同様に、他の主体、企業にも、公的情報以外に、**企業内部情報**がある。企業の場合、内部情報は、無形資産、技術情報、将来見込み情報など経済的価値が公正に評価できる**内部公正評価情報**と、そのほかの経営執行部の行動規範等、経済評価が困難な**内部評価情報**がある。上場企業ならば、有価証券報告書は、企業が公正に作成したか、公認会計士が監査する。

個人情報の内、債務履歴、家族関係、勤務先の地位、勤続年数、年収、資産等の情報は、相手側に必須の情報ではない場合もある。

金融商品の取引において、取引事前情報が必要な金融商品がある。

間接金融市場	取引方法	取引相手	事前情報
預貯金	相対(あいたい)	銀行	口座開設要件
外貨預金	相対	銀行	口座開設要件
借入金	相対	銀行	個人情報の内、バランス・シート(ストック)、 年間銀行取引表(フロー) 企業の借り入れの場合、財務諸表、投資計画表、 投資に伴う3年間の損益計算書、資金繰り表 担保物件
直接金融市場	取引方法	取引相手	事前情報
債券	相対・取引所	銀行・証券会社	格付け、
株式	相対・取引所	証券会社	有価証券報告書
投資信託	証券会社	銀行・証券会社	目論見書
Jリート	取引所	銀行・証券会社	目論見書
デリバティブ	相対・取引所	証券会社	目論見書
先物債券			
先渡債券			
オプション			
スワップ			
保険	相対	保険会社	契約事前情報

間接金融市場における貸出利子率の均衡は、米国において、理論化された代表的モデルがある。直接金融市場では、債券、株式ともに、市場均衡を示す理論は、教科書レベルでは、初歩的であり間接金融市場ほどではない。以下、いろんな金融論の教科書で取り上げている理論を紹介する。

個人は、銀行の窓口において、預金口座を開設する場合、公的情報とそれらを証明する公文書のコピーを要求される。開設後、預金をする場合は、預金通帳かキャッシュカードがあれば、よいが、引き出す場合は、公的証明書による本人確認が求められる。

銀行が貸し出す場合、個人、法人では、さらに、詳細な情報が要求され、貸出額、与信期間が妥当か、審査され、貸出しが可能であれば、さらに、その銀行の貸出利子率の提示

幅が決まる。

しかし、個人や法人の経営者が、借りた後、与信期間内で、各期限に、返済してくれるかどうかは、彼らのモラル（道德）に依存し、申請書類では、わからない。モラルや倫理は、注意力、用心深さ、誠実、怠慢など、その主体の性格や経営規範に属し、それらを判定する情報は、人格に係わるので、確実に判断できる情報はない。返済履歴によって、判断するしかない場合もある。このような個別情報の範囲に入る情報を、情報保有者が情報需要者に提供しない場合、**情報の非対称性**があるという。

資金の借り手（契約者）に、個人情報または内部情報があり、資金の貸し手（保険会社）に情報開示していない場合、市場価格に従って、需要と供給が一致するところで取引が成立する。ところが、返済等の遅延、借換え習慣などの個人情報が開示されないとき、情報を審査されれば、より高い利子率を要求される取引者は、市場利子率で借り入れできる。そのような取引者が、契約後、滞納をする傾向があるので、貸し手は、利子率を高める。

逆選択（adverse selection）情報の非対称下、返済が滞る取引者が増加すれば、貸し手は、市場価格に対する供給量を減らすから、貸出利子率は上昇し、健全な取引者は市場から退出する。不健全な取引者が市場に残ることを自然淘汰（natural selection）に対して、**逆選択**（adverse selection）という。

モラルハザード（道德の欠如 moral hazard）とは、契約期間中、返済等の遅延、事故を発生させる、生活規律を乱す等の履行義務、注意義務を果たさないことをいう。

（1）逆選択理論

逆選択理論による、レモン（中古車）市場、保険市場、スティグリッツ＝ワイツ理論（信用割当）などがある。原論文の紹介文献としては、西村 理（おさむ）（『ミクロエコノミクス』昭和堂、1989年、第11章）がある。以下は、結論と改善策のみ、紹介する。

レモン市場（中古車市場）（G. A. Akerlof, “The Market for “Lemons,” : Quality Uncertainty and the Market Mechanism,” Q.J.E, Vol.84, 1970）中古車の売り手が、中古車の質（性能、事故歴、修理歴）を開示しなければ、質の良い車と質の悪い車が同じ価格で取引される。質の良い車を持つ売り手は、市場に出さなくなるので、質の悪い車だけが市場で取引される。逆選択が生じる。

改善策は、買い手が要求する質情報を開示する、性能保証、買い戻し条件を付けるなどがある。

消費者金融市場では、小口で、その審査の条件は最小限であるが、利子率は、滞納リスクを含んだ利率であり、18%で高い。健全な借り手は、銀行を利用する。逆選択が起こりやすい市場である。

保険市場（M. Spence, “Job Market Signaling,” Q.J.E, Vol.87, 1973）市場均衡が生じなければ、借り手（契約者）が個人情報の提供する（シグナリング）を行い、債務履歴（病歴、事故歴、交通違反歴等）を貸し手（保険会社）に告知すると、個別に契約条件を付け

ることができ、市場均衡が存在する。

スティグリッツ＝ワイズ理論（信用割当）（“Credit Rationing in Markets with Imperfect Information,” A.E.R., Vol.71, 1981）企業の資金需要は、運転資金と設備投資資金があり、前者は短期返済が原則であり、貸し手は、企業の資金需要に対する内部情報は手に入れやすい。ところが、設備投資の場合、貸し手の側にも、その企業が設備投資をし、成功し返済できるかほど収益を上げるどうか判断は困難な場合が多い。

貸し手が貸出利子率を上げるとき、企業は、貸出利子率を上回る内部収益率を実現するプロジェクトに資金を回す。そのようなプロジェクトがない企業は、資金を借りなくなり、返済不能リスクの高い借り手が市場に残る。貸し手が情報の非対称性でプロジェクトの評価ができない場合、貸し手が貸出利子率を上げると、企業の返済不能リスクが増加し、貸し手の期待利潤が減少する**逆選択効果（adverse selection effect）**が生じる。期待利潤の増加より逆選択効果の利潤減少が大きい場合、貸出利子率を上げず、信用割当をする方が、最適貸出になる。

企業に複数以上のプロジェクトがあり、貸し手に企業のプロジェクト選択が判断できない場合、貸出利子率を上げれば、企業はよりリスクの高いプロジェクト着手するので、貸し手の期待利潤が減少する、この効果を**誘因効果（incentive effect）**という。期待利潤の増加より誘因効果の利潤減少が大きい場合、貸出利子率を上げず、信用割当をする方が、最適貸出になる。

モラルハザード改善策 契約後生じるモラルハザードに対する改善策は、銀行が財政規律付けを契約条件（コベナンツ）にいれる、貸出後、銀行は、事業状況を監視（モニタリング）する。

（2）情報の非対称性の改善策

情報の非対称性を改善する方法として、より積極的に、顧客との関係を密接にする方法がある。アメリカの A. N. Berger・G. F. Udall (1998) のリレーションシップ・バンキング（長期的顧客関係）および日本のメインバンク制である。

リレーションシップ・バンキング（長期的顧客関係） アメリカの中小企業金融において、顧客の情報履歴の蓄積により、情報の非対称性が減少するという主張がある。ただし、顧客は、主要な取引銀行数が 1 行など少ない場合に、有効である。日本中小企業は、取引銀行数が多く、各銀行の情報履歴の蓄積が少ない。また、担当銀行員の顧客数も、アメリカの銀行員と比較して、アンケートによると 50 社以上が多く、アメリカの 10 社以下、と比べると 1 カ月事業状況を監視する、巡回活動は時間が取れないできないのが現状である。

日本のメインバンク制 日本の独占禁止法では、企業の株式保有には 5 %ルールがあり、銀行は大株主として、企業に財務担当者を送り込み、企業の資金調達方法によって、資金コストの高低があるが、情報の非対称性である内部情報である財務計画を知ることができ銀行融資に有利に進めることができた。

1970 年代、アメリカは、日本経済は先進国に入り、資本の自由化を要請した。国際金融は変動相場制に入り、日本企業は、資金調達を外債に切り替えた。銀行はメインバンク制を外され、1980 年代、優良な貸出先を失い、プラザ合意以降、国内不動産バブルに貸出し、2000 年に入り、間接優位の金融システムは再編された。現在、メインバンク制は、間接金融に依存する企業ではあるだろう。中小企業では、取引銀行数は多く、米国の 1 行のリレーションシップ・バンキングにはならない。情報の非対称性は中小企業と銀行ではある。

3. 2 代表的金融商品の特徴

(1) 預貯金

預金取扱金融機関で、個人が預けることができる預金は普通預金、定期預金がある。ゆうちょ銀行では、さらに、定額預金がある。満期期間、最終利回りの計算法、発行の方法、1 口の金額、取引単位で分けられる。

	満期期間	最終利回り	1 口（ロット）
普通預金	なし	単利	1 円から
定期預金	3 ヶ月, 6 ヶ月, 1 年	単利, 複利, 変動利率	1 円から
	2 年, 3 年		
定額預金（ゆうちょ銀行、預入限度額 2,600 万円まで）			
	6 ヶ月	半年複利	1,000 円から
	10 年	半年複利	1,000 円から

(2) 外貨、外貨預金

外貨 外国通貨を保有、売買して、為替差益・差損を生じるときがある。

外貨預金 外貨で預金することができる。預金利率は、国内利率ではない。

円から外貨に両替するとき、為替レートが手数料分高い。預金を下ろすとき両替するので、為替レートが手数料分低い。

外貨普通預金 満期期間 なし
預金利率は、その外貨の利率である。

外貨定期預金 満期期間 短期 3 ヶ月, 6 ヶ月, 1 年

(3) 制度住宅ローン

① 財形持家融資制度

国が、財形貯蓄を 1 年以上利用する勤労者に、事業主を通じて、住宅を建設、購入又は改良するための資金を、長期間、低利で、融資する制度である。新築住宅、マンションの購入では、返済期間は 35 年である。他の公的融資である、住宅金融支援機構の融資を併せて、利用できる。（第 2 章 2.4、(4)を参照。）

② 住宅金融支援機構融資

住宅ローンは、住宅金融支援機構と民間金融機関等で、規格化された住宅ローンの要件が定められている。タイプは、フラット 35, フラット 35S, フラット 50 などがある。各数字は、最長の返済期間である。返済方法は、元利均等毎月払い、または元金均等毎月払いがある。(第 2 章 2.4, (5)を参照。詳細は、住宅金融支援機構の HP を参照。)

(4) 債券

満期期間、最終利回りの計算法、発行の方法、1 口の金額、取引単位で分けられる。債券を特徴付ける項目は次の通りである。

満期利回り	R_n
債券市場価格	P
1 期間当りのクーポン	C
償還価値	F
残存期間	n

- 1) 単利の最終利回りを R_n とする。各期間のクーポンはその債券に再投資されない。

$$R_n = \frac{C + (F - P) / n}{P}$$

- 2) 複利の最終利回りを R_n とする。クーポン C は再投資される。ただし、日本では発行されることは少ない。

$$P(1 + R_n)^n = C(1 + R_n)^{n-1} + C(1 + R_n)^{n-2} + \dots + C(1 + R_n) + C + F$$

これを R_n について解く。

(5) 株式

株式の発行と流通市場

満期期間、最終利回りの計算法、発行の方法、1 口の金額、取引単位で分けられる。株式の発行は、公募市場と私募の 2 種類がある。前者は証券取引所で発行される株式と未公開株式市場で発行される株式がある。

すでに、設立された株式会社の中で、資金調達を株式の発行で行う場合、増資という。増資には、株主割当増資、公募増資、第三者割当増資の 3 種類がある。

株式会社は、社債を発行でき、社債の種類に、普通社債、転換社債、新株引受権付社債（ワラント債）および無担保社債があるが、転換社債は株式に転換できる。新株引受権付社債（ワラント債）は、社債部分を残したまま、新株を購入できる。

配当割引モデル

1 株あたり年配当 D を将来無限に受け取ることができるとする。収益率（安全資産利子 + 危険負担率）を r とし、現在の株式価格を A_0 とすると、公式 2(金融数学 1)を使って

$$A_0 = \frac{D}{1+r} + \frac{D}{(1+r)^2} + \frac{D}{(1+r)^3} + \dots = \frac{D}{r}$$

と表せ、**配当割引モデル**という。

BPS+配当割引モデル

株式価値には、解散価値＝純資産（資産－負債）(Book value)が含まれている。一株当たりの純資産(Book value Per Share)は、BPS と表され、配当割引モデルに、BPS を加える株価は、次のようになる。

$$A_0 = \text{BPS} + \frac{D}{r} .$$

(6) 投資信託

債券、株式は小口化できにくいので、投資信託委託会社が、テーマ別に、投資家から小口資金を集め、信託財産を購入、信託会社に信託財産の管理を委託する。投資信託委託会社は、テーマで設定された運用方針にしたがい、信託会社に信託財産を運用指図する。投資家に対して、定められた期日に信託報酬および監査報酬を差し引き、利息・配当等があれば分配金を支払う。

ETF（上場投資信託）

日経平均や TOPIX は、株価指数であり、ETF は、各株式の構成銘柄をその構成比率で保有し、投資信託証券として、基準化し、投資家に発行する。ETF は、日経平均や TOPIX に連動した価格で変動し、証券市場で売買できる。上場されていない投資信託は、証券会社を通じて売買するので、現物の市場とは、即時性がない。

(7) Jリート[日本版不動産投資信託]

投資法人（投資信託および投資法人に関する法律に基づく法人）が発行する証券を、投資家が購入し、主に、不動産の賃料を分配し、その際、法人税が免除されるので、投資家には、収益が多くなる。Jリートは、証券取引所に上場されているので、投資家は売却することができる。

3. 3 債券先物と債券オプション

債券先物と債券オプションの仕組みと取引例を、旧東京証券取引所の HP より、引用した。

1) 債券先物取引の仕組み

- ・標準物（架空の国債） クーポン・レート 6%（年 2 回利払い） 残存期間 10 年の国債
- ・限月(3, 6, 9, 12 月)（限月は満期月） 売買単位（額面 1 億円）
- ・決済方法 2 種類ある
 - 反対売買
 - 最終決済日現物受渡決済（変換係数による交換比率で現物授受）
- ・証拠金
- ・取引コスト 委託手数料 取引所税

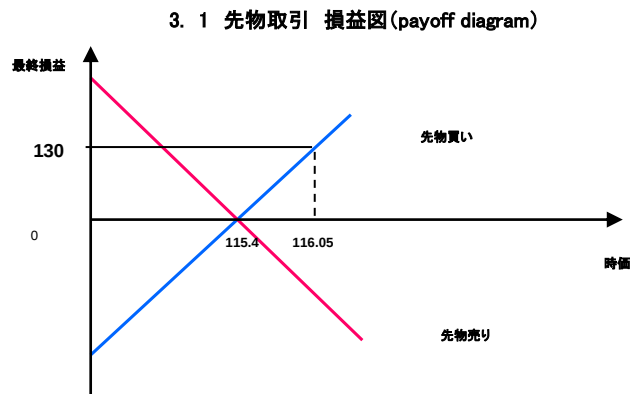
債券先物買の例（東証ホームページの例）

1. 長期国債先物を 115 円 40 銭（額面 100 円当たりの価格）で額面 2 億円買う。

証拠金を差し入れる。

2. その後、116 円 05 銭に値上がりしたので反対売買した。決済はその翌日にする。

$$\begin{aligned}\text{売買益} &= (\text{売値} - \text{買値}) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= (116.05 - 115.4) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= 130 \text{ 万円}\end{aligned}$$



2) 債券オプション取引の仕組み

- ・ ヨーロピアンとアメリカン
ヨーロピアンは満期日のみ、権利行使できるが、アメリカンは、満期日までならば、いつでもできる。
- ・ 原資産
- ・ 限月、枚数（限月は満期月、枚数は、取引単位）
- ・ プレミアム（権利の価格）
- ・ 権利放棄と権利行使
権利放棄は、権利を行使しない。権利行使は、オプション保有者が、買う権利または売る権利を行使し、原資産を買う、または売る。
- ・ 決済方法 反対売買（差金決済）最終決済日現物受渡決済
- ・ 証拠金 売り手のみ
- ・ 取引コスト 委託手数料 取引所税

債券コール・オプション買の例

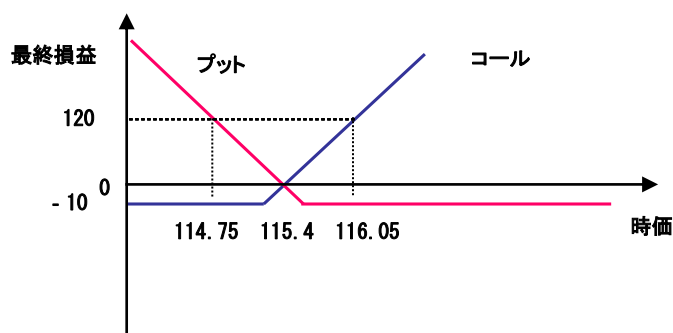
1. 長期国債コールを行使価格 115 円 40 銭（額面 100 円当たりの価格）で額面 2 億円買う。
プレミアム: $0.05 \text{ 万円} \times 2 \text{ 億} \div 100 = 10 \text{ 万円}$ を支払う。
2. その後、決済日に 116 円 05 銭に値上がりしたので権利行使した。決済はその翌日にする。

$$\begin{aligned}\text{売買益} &= (\text{売値} - \text{行使価格} - \text{プレミアム}) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= (116.05 - 115.40 - 0.05) \times 2 \text{ 億円} \div 100 = 120 \text{ 万円}\end{aligned}$$

債券プット・オプション買の例

1. 長期国債プットを行使価格 115 円 40 銭 (額面 100 円当たりの価格) で額面 2 億円買う。
プレミアム: $0.05 \text{ 万円} \times 2 \text{ 億} \div 100 = 10 \text{ 万円}$ を支払う。
2. その後、決済日に 114.75 円 05 銭に値下がりしたので権利行使した。決済はその翌日にする。

$$\begin{aligned} \text{売買益} &= (\text{行使価格} - \text{売値} - \text{プレミアム}) \times 2 \text{ 億円} \div 100 \\ &= (115.40 - 114.75 - 0.05) \times 2 \text{ 億円} \div 100 = 120 \text{ 万円} \end{aligned}$$



3.2 債券オプションの損益図

債券先物オプションの取引の実際

2008 年 1 月 10 日 (2 月物, 東証, 円・枚) リーマン・ショック前のデータ

コール

行使価格	終値	前日比	売買高	建玉(たてぎよく)
137.5	0.62	+0.18	851	2205
138.0	0.39	+0.16	2691	3969
138.5	0.21	+0.08	2170	2192
139.0	0.08	+0.05	2460	2882
139.5	0.04	+0.02	101	475

プット

行使価格	終値	前日比	売買高	建玉
135.5	0.03	-0.01	344	2262
136.0	0.05	-0.03	225	2621
136.5	0.10	-0.06	1163	3513
137.0	0.20	-0.11	3418	2933
137.5	0.38	-0.12	2486	2853

3. 4 金融資産・負債の評価

1) 間接金融市場 現在 0, 将来 1, 2 で表す.

現在価値 A_0 の将来価値 A_1 (1 年満期の預金の元利合計) $A_1 = (1+i) A_0$

将来価値 A_1 の割引現在価値 A_0 $A_0 = A_1 / (1+i)$

預金 2 年定期預金の元利合計 A_2 は, 元金 A_0 , 利子率 i と表すと

単利 $A_2 = (1+2i) A_0$

複利 $A_2 = (1+i)^2 A_0$

固定返済型ローン (消費者ローン・住宅ローン)

満期期間 n 年, 利子率 i , 借入金 L_0 , 固定返済額とする. 借入金 L_0 は, 各返済期日における固定返済額の割引現在価値の和になる.

$$L_0 = \frac{FR}{1+i} + \frac{FR}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{FR}{(1+i)^n}$$

と表せる. 固定返済額 FR (元利均等払) は, 公式 1 (金融数学 1) を使って

$$\begin{aligned} FR &= L_0 \div \left\{ \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} \right\} \\ &= L_0 \times i(1+i)^n / \{(1+i)^n - 1\} \end{aligned}$$

借入利子率は, 固定型と変動型がある. 上の式は, 固定利子率型の場合である.

変動利子率の場合, 期間 t における変動利子率を i_t とする.

元金均等払い型ローン (住宅ローン)

元金均等払いは, 毎回の元金返済を均等にする返済方式である. t 回目の返済額を R_t とする. 毎回元金均等分 L_0/n を残存年数間, 単利で運用する.

$$R_t = \frac{L_0}{n} \times \{1 + (n-t+1) \times i\}$$

総返済額 R は,

$$R = \sum_{t=1}^n \frac{L_0}{n} \times \{1 + (n-t+1) \times i\} = L_0 + \frac{L_0}{n} \times i \times \frac{n(n+1)}{2}$$

このように, 元金均等払いは, 元金と利払いが分離する.

元利均等払いと元金均等払いの違い

元利均等払いは, 払い額が先行し, 元本返済が後半に多くなる. 銀行では, 元利均等払いの方が, 元利計算により, 返済利息にも利息がとられるので利息収入が多い. たとえば, 貸付初期 5 年で借入者が返済不能になっても, 借入者には元本分がほとんどないので, 住宅債権は銀行側に落ちる. 銀行側優位の返済方法である.

元金均等払いは, 最初から L_0/n 円, 元本返済が進むので, 住宅債権は最初から借入者に移っていく. しかも, 利息は単利計算なので, 元利均等払いと比較しても, 支払利息は少ない. しかし, 最初から, L_0/n 円という返済額は, 負担が大きい. 住宅ローンは, 借入者の方が, 銀行より債務者として, 立場が弱いので, 銀行の言いなりになりやす

く、元利均等払いの返済契約が多いはずである。子供の教育イベントが済めば、退職まで早めに、繰り上げ返済することが望ましい。

賃貸住宅の帰属家賃の計算方法

山川家は、4人家族なので、山川氏が定年退職 60 歳まで、2 階建て賃貸 4LDK に住み、61 歳から、平屋 3DK に移る。前者が月 8 万円、共益費 5 千円、後者が月 6 万円、共益費 5 千円とする。家賃・共益費が一定であると、帰属家賃の総額は、

$$4\text{LDK}[(\text{家賃} + \text{共益費}) \times 12 \text{ か月} \times 25 \text{ 年} + \text{更新料} \times 13 \text{ 回}] + 3\text{DK} [\text{同計算}] \\ 85000 \times 12 \times 25 + 80000 \times 13 + 65000 \times 12 \times 25 + 60000 \times 13 = 25500000 + 1040000 + 19500000 + 780000 = 46820000$$

である。

新築購入のローン設定

例として、(2022 年賃貸住宅 HP から、物件を選択した.)、東京都あきる野市で、新築戸建て、土地 120 m²(37 坪)、4LDK95 m²、3000 万円を選ぶ。自己資金 500 万円、借入金 2500 万円で購入する。

借入金 2500 万円を、年 3%、元利均等払い 25 年間の住宅ローン支払総額は、元利均等払いの公式から、**143 万 6 千円 × 25 = 3590 万円**である。

追加ローン： 戸建の場合、住宅設備と家具は、自己負担であり、外部の構造物（ブロック塀）駐車場の日よけなどを作ると余分に係る。銀行の住宅ローンで、200 万円以内、年 4% 利率で、10 年以内に返済する。元利均等払いの公式から、

$$FR = L_0 \times i(1+i)^n / \{(1+i)^n - 1\} = 200 \times 0.04(1.04)^{10} / \{(1.04)^{10} - 1\} \\ = 200 \times 0.04 \times 1.48 \div 0.48 \div 24.7(\text{万円}).$$

賃貸か新築かの条件

帰属家賃の総額 4682 万円(住設・固定費込み) > ローン支払総額 3590 万円
戸建の固定資産税および建物の修繕費は含まれていない。

返済能力条件

消費生活の健全性を維持するために、年間所得の 30% 以内がローン返済である。賃貸の家賃も 30% 以内が望ましい。

2) 直接金融市場の金融商品

割引債 額面 A_1 、利率 i 、満期期間 1 年とし、市場価格は現在価値 A_0 であり、満期時に額面 A_1 が償還される。

$$A_0 = A_1 / (1+i)$$

国債 額面 A 、クーポン C 、満期期間 n 年、市場利率 i とし、発行時の市場価格 A_0 は、

$$A_0 = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{C+A}{(1+i)^n}$$

証券取引所では、10 年国債の場合、額面 100 円、クーポン 6 円、満期期間 10 年で標

準化される。

実際に発行されている国債は、クーポンは、市場利子率の実勢に応じて、発行されるから、10年国債は存在しない。現物を購入したい顧客は、10年国債を基準に、クーポン、残存期間に応じて、交換比率(conversion factor)が計算される。

株式 1株あたり年配当 D を将来無限に受け取ることができるとする。配当割引モデルにおいて、収益率(安全資産利子率+危険負担率)を r とし、市場株式価格を A_0 とすると、永久債と同様に

$$A_0 = \frac{D}{1+r} + \frac{D}{(1+r)^2} + \frac{D}{(1+r)^3} + \cdots = \frac{D}{r}$$

配当モデルでは、株価に、現在解散価値(純資産=資産-負債)(Book value)が含まれている。

株式価格に、一株当たり解散価値 BPS(Book value Per Share)を加えて表すと

$$A_0 = \text{BPS} + \frac{D}{r}$$

投資信託 投資信託受益証券は、投資信託会社が、投資方針で、投資家から資金を募集し、資産を購入、当初 10,000 口、10,000 円を当初の基準価格とする。総資産の各時点での評価額を投資口数で割って、時価の基準価格が新聞に公表される。

口数の計算法(10,000 円で、ある投資信託を購入する場合) 次の比例式から

10,000 (円) 投資額 対 基準価格 (円) = x (口数) 対 10,000 (口数)

$$x(\text{口数}) = \{10,000 (\text{円}) \text{ 投資額} \div \text{基準価格}\} \times 10,000 (\text{口数})$$

償還期間が無期限から、1年未満まである。購入時に買付手数料がかかり、商品保管のための信託報酬料がかかる。投資信託は、利息や配当が定期的に確定するが、それらは、口数に応じて分配され、追加投資されるか、税引き後、払い出される。

投資方針は、株式、債券、REIT、バランス等がある。それぞれ、国内資産と国際資産がある。国際地域別がある。商品は、目論見書の閲覧確認が義務化されているので、必ず、投資方針の確認はしなければならない。

格付け(レーティング) 各商品は、モーニングスター社等の格付け会社によって、格付け(レーティング)してある。

買付手数料がかかるが、手数料 0 円もある。

信託報酬料は、商品ごとで、違いがある。

練習問題

1. 1年満期の定期預金に、年利子率 0.25% で 10,000 円預金すると、1年後の元利合計は () 円である。
2. 利子率が、年 1% のとき、1年後の 1 万円を現在価値に割り引くと、() 円である。(分数で答えてよい。少数以下は切り捨てること)

3. 茨木太郎が自動車事故の示談金 10 万円を貸金業者から、満期期間 2 年、利子率 18%、固定返済型で借り入れるとき、1 年分の固定返済額は () 円となる。(少数以下は切り捨てること)
4. 1 年満期期間で、額面 100 円の割引債が、現在、98 円で販売されていれば、その利回りは、() %である。(少数以下は切り捨てること)

解答 1. (10,025) 2. (10,000/1.01 または 9,900) 3. (63,871) 4. (2)

解法 1. $10,000 \times (1 + 0.0025)$ 2. $10,000 / (1 + 0.01)$

$$3. \quad 100,000 = \frac{FR}{1 + 0.18} + \frac{FR}{(1 + 0.18)^2}$$

$$100,000 \times 1.18 \times 1.18 = (1.18 + 1) FR, \quad FR = 13924 \div 2.18 \div 63,871$$

$$4. \quad 98 = 100 / (1 + x), \quad x = 100 \div 98 - 1 = 0.0204$$

金融数学 1

1. 等比数列

数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ において、各項に一定の数 i をかけて次の項がえられるとき、この数列を**等比数列**という。数 i を**公比**という。このとき、

$$a_{n+1} = i a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つ。**初項** a 、公比 i の等比数列の各項は、

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= i a_1 = a i \\ a_3 &= i a_2 = a i^2 \\ &\dots\dots \end{aligned}$$

したがって、初項 a 、公比 i の等比数列の**一般項**は、

$$a_n = a i^{n-1}$$

初項 a 、公比 i の等比数列の初項から第 n 項までの**部分和** S_n は、

$$S_n = a + a i + a i^2 + \dots + a i^{n-2} + a i^{n-1}$$

と表せる。部分和 S_n は、次のように求められる。

$$\begin{aligned} i S_n &= a i + a i^2 + \dots + a i^{n-1} + a i^n \\ - S_n &= a + a i + a i^2 + \dots + a i^{n-2} + a i^{n-1} \\ \hline (1-i) S_n &= -a + a i^n \end{aligned}$$

$i \neq 1$ のとき両辺を $1-i$ で割る。次の公式が成り立つ。

$$\text{公式 1} \quad i \neq 1 \quad \text{のとき} \quad S_n = \frac{a(i^n - 1)}{i - 1}$$

$$i = 1 \quad \text{のとき} \quad S_n = n a$$

例 1 初項 $a = 100$ 、公比 $1 + 0.1$ の等比数列は $100, 100(1 + 0.1), 100(1 + 0.1)^2, \dots$,

一般項は、 $100 \times (1+0.1)^{n-1}$ である。第 n 項までの部分和 S_n は、公式 1 より

$$\begin{aligned} S_n &= 100 + 100(1+0.1) + 100(1+0.1)^2 + \cdots + 100 \times (1+0.1)^{n-1} \\ &= \frac{100 \times (1.1^n - 1)}{1.1 - 1} = 1000 \times (1.1^n - 1) \end{aligned}$$

2. 無限等比数列

項が限りなく続く数列

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

を**無限数列**といい、 $\{a_n\}$ と表す。

数列 $\{a \cdot i^{n-1}\}$ は、初項 a_1 、公比 i の**無限等比数列**という。

無限数列 $\{a_n\}$ の各項を順に加えていった和

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

を**無限級数**といい、記号 Σ を用いて、 $\Sigma_{n=1}^{\infty} a_n$ と書く。

第 n 部分和 S_n が $n \rightarrow \infty$ のとき、 $S_n \rightarrow S$ であれば、 S をこの**無限級数の和**という。 S が ∞ あるいは $-\infty$ となるとき、**発散**するという。

公式 2 S を初項 a_1 、公比 i の無限等比級数の和とする。

$$|i| < 1 \text{ のとき} \quad S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - i}$$

$i \leq -1$ または $i \geq 1$ のとき発散する。

例 2 永久債 初項 100 公比 $\frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0.1} = \frac{1}{1.1} \doteq 0.9$

$0.9 < 1$ より、公式 2 から

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{100}{1 - 1/1.1} = \frac{100}{0.1/1.1} = 1000 \times 1.1 = 1100$$

4. 資産市場における行動理論

一般的に、「人は、一生涯の消費・貯蓄計画を立てて生活をするものであり、生涯、消費生活の効用を維持するために、貯蓄を通じて、消費を各期にわたって平準化し、遺産はなく、生涯を終える」と考えるというのが、**ライフ・サイクル仮説**である。

異世代消費ローン・モデルは、「ライフ・サイクル仮説のもとで、現役世代と退職世代に分け、現役世代の中で、将来所得増が見込めるものは借入ができ、すでに貯蓄がある世代は、貸すことができる。消費ローン市場において、貸付利子率が決まる。」ことを示す。

資産市場において、異世代消費ローン・モデルをもちいて、現物資産と先物資産の均衡を求めることができる。資産選択論による最適な分散投資をする投資家が資産市場に参加する場合、資産市場均衡を求めることができる。

4.1 節において、価格が入らない異世代消費ローン・モデルを 2 期間モデルで示す。4.2 節で、価格が入る異世代消費ローン・モデルを 2 期間モデルで示す。この消費ローン・モデルでは、貯蓄は、貨幣が貯蓄手段である。4.3 節では、貨幣、永久債、株式の 3 資産を、2 期間、期間 1 では、現物資産を売買、期間 2 では、不確実性下で、資産先物を契約する。

4.4 節では、不確実性下、先物価格が、離散的二項確率過程で推移するとき、オプション取引で、満期時の価格変動をヘッジする理論を示す。4.5 節では、連続的確率過程で推移するとき、オプション価格を決定する。

4. 1 実質消費・実質貯蓄理論

ライフ・サイクル仮説を、壮年世代の消費・貯蓄の決定を 2 期間モデルで考える。このモデルは、大卒の公務員試験等で出題される典型的な問題である。ラグランジュ未定乗数法で解くのが決まりであるが、より簡単に、中学校数学の完全平方に変形して、解く。

壮年世代は、第 1 期に貯蓄できるが、第 2 期に、貯蓄と所得をすべて使い切り、遺産を残さない。各期間の実質消費を c_0 , c_1 , 各期間の実質所得を y_0 , y_1 とする。壮年世代の効用関数を $u = c_0 c_1$ とする。初期資産を a_0 とする。貯蓄できるから、貯蓄を s_0 とし、金融市場において、実質利子率 i で資産運用できるとする。

第 1 期の予算制約式は、

$$c_0 + s_0 = a_0 + y_0 \quad 4. 1$$

である。第 2 期の予算制約式は遺産がないから、

$$c_1 = s_0 (1+i) + y_1, \quad 4. 2$$

ここで、貯蓄は $s_0 = a_0 + y_0 - c_0$ である。これを 4. 2 式に代入し、 $1+i$ で両辺を割ると 2 期間を通算した予算制約式 4. 3 がえられる。

$$c_0 + c_1/(1+i) = a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \quad 4. 3$$

壮年世代の消費・貯蓄の決定問題は次のようになる。

問題 4. 1 2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = a_0 + y_0 + y_1/(1+i)$ のもとで、壮年世代の効用関数を $u = c_0 c_1$ を最大にする各期間の実質消費 c_0 , c_1 を求めよ。

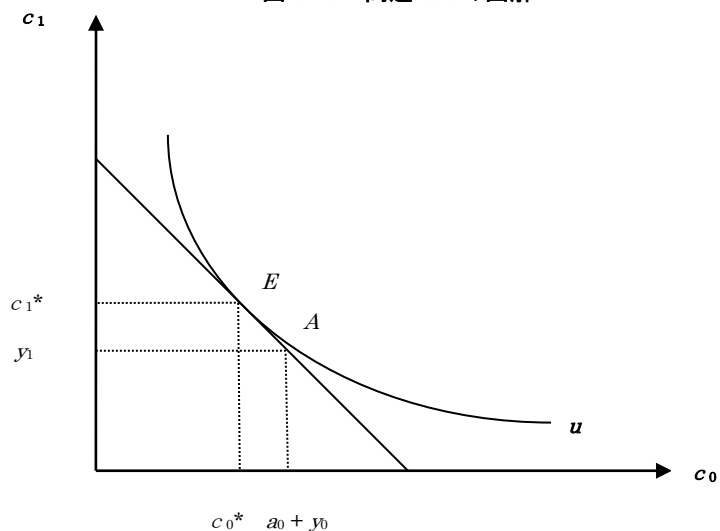
解 異時間効用関数 $u = c_0 c_1$ に予算制約式 4. 2 から、 $c_1 = s_0 (1+i) + y_1 = (a_0 + y_0 - c_0)(1+i) + y_1$ を代入し、完全平方式に変形する。

$$\begin{aligned} u = c_0 c_1 &= c_0 \{ (a_0 + y_0 - c_0)(1+i) + y_1 \} = -(1+i)[c_0^2 + \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \} c_0] \\ &= -(1+i) \{ c_0 - \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \} / 2 \}^2 + (1+i) \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \}^2 / 4. \end{aligned}$$

完全平方の $c_0 - \{ a_0 + y_0 + y_1/(1+i) \} / 2 = 0$ のとき、効用は最大となる。

$$c_0^* = \frac{a_0 + y_0 + y_1/(1+i)}{2}, \quad c_1^* = (1+i) \left\{ \frac{a_0 + y_0 + y_1/(1+i)}{2} \right\}, \quad s_0^* = \frac{a_0 + y_0 - y_1/(1+i)}{2} \quad \square$$

図 4. 1 問題 4.1 の図解



貯蓄曲線と所得変化によるシフト

問題 4.1 から，貯蓄関数は，

$$s_0^* = \frac{a_0 + y_0 - y_1/(1+i)}{2} = \frac{a_0 + y_0}{2} - \frac{y_1}{1+i}$$

貯蓄 s_0^* と利子率 i は反比例の関係がある．第 1 期の所得が y_0' に増加すると，図 4.2 のように貯蓄曲線は，右へシフトする．

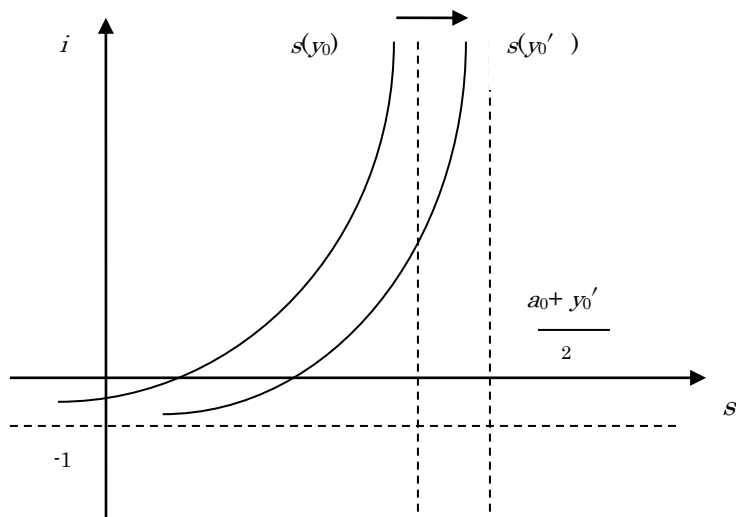


図 4. 2 貯蓄曲線のシフト

消費ローン・モデル

若年世代の場合，初期資産 a_0 は持たない．次期の所得の方が多いから， $y_0 < y_1$ である．

借り入れが可能であるから、利子率 i で借入を $b_0 = c_0 - y_0 > 0$ とする。借入額 b_0 を消費するので、第 1 期の予算制約式は、 $c_0 = b_0 + y_0$ 、第 2 期の予算制約式は、返済するので、 $c_1 + b_0(1+i) = y_1$ である。第 2 期の予算制約式を $b_0 = y_1/(1+i) - c_1/(1+i)$ に変形し、2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = y_0 + y_1/(1+i)$ を作る。

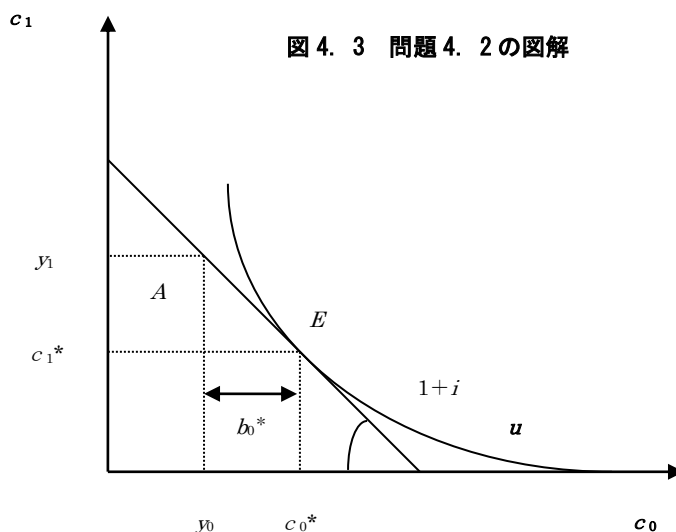
問題 4.2 2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = y_0 + y_1/(1+i)$ のもとで、若年世代の効用関数を $u = c_0 c_1$ を最大にする各期間の実質消費 c_0 、 c_1 を求めよ。

解 完全平方に変形して解く。

$$\begin{aligned} u = c_0 c_1 &= c_0 \{ (y_0 - c_0)(1+i) + y_1 \} = -(1+i) \{ c_0^2 - \{ y_0 + y_1/(1+i) \} c_0 \} \\ &= -(1+i) \{ c_0 - \{ y_0 + y_1/(1+i) \} / 2 \}^2 + (1+i) \{ y_0 + y_1/(1+i) \}^2 / 4. \end{aligned}$$

完全平方の $c_0 - \{ y_0 + y_1/(1+i) \} / 2 = 0$ のとき、効用は最大となる。

$$c_0^* = \frac{y_0 + y_1/(1+i)}{2}, \quad c_1^* = (1+i) \left\{ \frac{y_0 + y_1/(1+i)}{2} \right\}, \quad b_0^* = c_0^* - y_0 = \frac{y_1 - y_0(1+i)}{2(1+i)} \quad \square$$



借入曲線と所得変化によるシフト

問題 4.2 から、借入関数は、

$$b_0^* = \frac{y_1 - y_0(1+i)}{2(1+i)}$$

借入 b_0^* と利子率 i は反比例の関係がある。図 4.4 において、市場の集計した貯蓄曲線 s_0 とし、市場の集計した借入曲線 b_0 とした場合、交点 E において、均衡利子率と借入額＝貯蓄額になる。第 1 期の所得が y_0' に増加すると、図 4.4 のように、借入曲線は、左へシフトする。交点 E' は、左へシフトし、均衡利子率は低下、借入額＝貯蓄額は減少する。

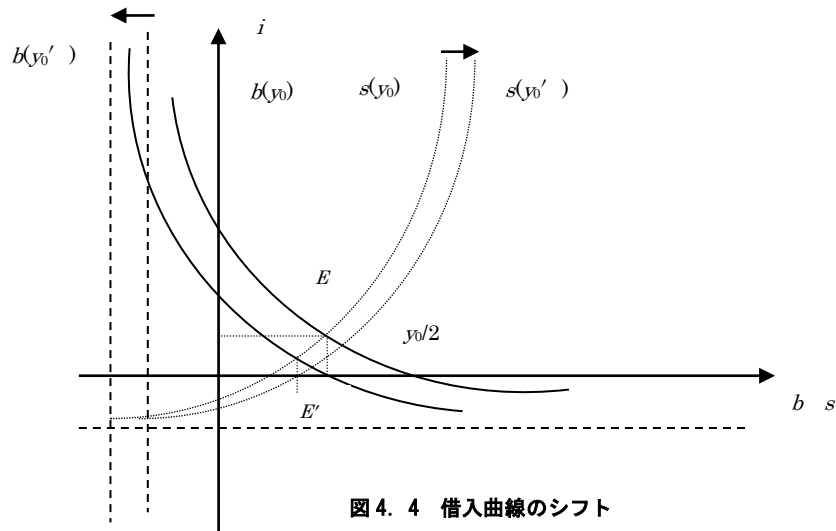


図 4. 4 借入曲線のシフト

問題 4. 1 も問題 4. 2 も，最適消費額は，ともに，2 期間の現在価値所得の平均 $\{y_0 + y_1 / (1 + \bar{d})\} / 2$ が共通になっている．したがって，このタイプの効用関数では，ライフ・サイクル計画を立てる場合，全所得の現在価値合計の平均値に，各期の複利 $(1 + \bar{d})^{n-1}$ をかければよい．

4. 2 貨幣一時的一般均衡理論(フローの枠組み)

2 期間貨幣一時的一般均衡モデルによって，財市場を考え，財価格と貨幣残高を決定する．確実性下の予算制約式に，貨幣残高が入り，消費者は期間 2 の財価格に対して，主観的予想をする．消費者は 2 期間の最適化をし，所与の市場価格に対して，市場均衡条件をみたす市場均衡で，財と貨幣を交換する．

例として，消費者の効用関数を期間で分離可能とし，最適解を求めることを示す．

ライフ・サイクル仮説を，消費者の消費・貯蓄の決定を 2 期間モデルで考える．消費者は，第 1 期に貨幣で貯蓄できるが，第 2 期に，貯蓄と所得をすべて使い切り，遺産を，残さない．各期間の 1 消費財があり， c_1, c_2 が消費量，各期間の所得を同じ財でもらうとして， e_1, e_2 とする．期間 1 の消費財価格を p_1 ，期間 2 の主観的予想価格を p_2 とする．

2 期間の効用関数を $u = c_1 c_2$ とする．初期貨幣残高を m_0 とする．期間 2 の貨幣残高を m_1 とする (円表示である)．

第 1 期の予算制約式は，

$$p_1 c_1 + m_1 = p_1 e_1 + m_0 \quad 4. 4$$

である．第 2 期の予算制約式は遺産がないから，

$$p_2 c_2 = p_2 e_2 + m_1, \quad 4. 5$$

ここで，貯蓄は $m_1 = p_1 e_1 + m_0 - p_1 c_1$ である．これを 4. 5 式に代入し，2 期間を通算した予

算制約式 4.6 がえられる.

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0 \quad 4.6$$

2 期間の消費・貯蓄の決定問題は次のようになる.

問題 4.3 期間 1 の消費財価格 p_1 , 期間 2 の主観的予想価格 p_2 , 期間 1, 期間 2 の所得 e_1 , e_2 , 貨幣残高 m_0 を所与とし, 2 期間の予算制約式 $p_1 c_1 + p_2 c_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0$ のもとで, 効用関数を $u = c_1 c_2$ を最大にする各期間の消費量 c_1 , c_2 および貨幣残高 m_1 を求めよ.

解 異時間効用関数 $u = c_1 c_2$ に予算制約式 4.6 から, $c_2 = (-p_1 c_1 + p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / p_2$ を代入し, 完全平方式に変形する.

$$\begin{aligned} u = c_1 c_2 &= c_1 \{(-p_1 c_1 + p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / p_2\} = -\{p_1 c_1^2 + (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) c_1 / p_2\} \\ &= -(p_1 / p_2) \{c_1 - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2 p_1\}^2 + (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0)^2 / 4 p_1 p_2. \end{aligned}$$

完全平方の $c_1 - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2 p_1 = 0$ のとき, 効用は最大となる.

$$m_1 = p_1 e_1 + m_0 - p_1 c_1 = p_1 e_1 + m_0 - (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2 = (p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0) / 2$$

$$c_1^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0}{2 p_1}, \quad c_2^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0}{2 p_2}, \quad m_1^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 + m_0}{2}.$$

□

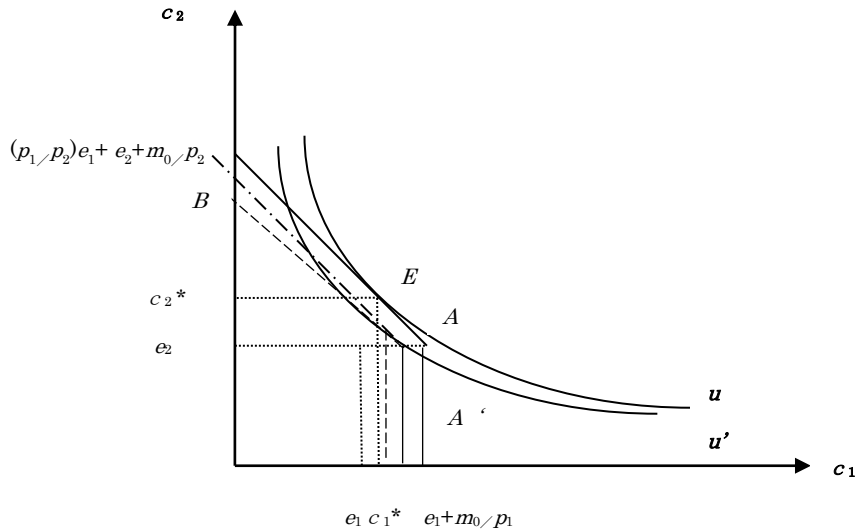
図 4.5 に, 最適解の点 E を示している. 貨幣残高 m_0 があるため, 消費は期間 1 では, $e_1 + m_0 / p_1$ まで可能である.

問題は, 予想価格 p_2 である. 現在価格 p_1 と同じ p_2 を予想している場合, p_1 が十分低い水準から, 上昇させるならば, 予算線 EA の傾きは変化せず, 左側に平行移動し, 新均衡点では, 消費財の需要は減少する. これは, 実質貨幣残高が減少するためで, **実質残高効果** という.

ところが, 消費者が, p_1 に比例以上に, インフレーション $p_1 < p_2$ を予想していると, 予算線の傾きは EA より, BA' のように傾斜が緩やかになる. 需要は, いったん, 左へ移動する実質残高効果で減少するが, 次に, 効用線 u' 上を右に移動する**異時間代替効果**が働き, 需要が増加する場合がある. デフレーションの場合は, 傾きは急になる. 均衡点は, 右に移動する.

すべての消費者は, インフレーション $p_1 < p_2$ を予想し, 初期の貨幣残高 m_0 を保有しているとする. 財市場において, p_1 が十分低いとき, 競り価格 p_1 を上げると, 個別超過需要 $c_1 - e_1$ は, 正である. 財市場の総超過需要がゼロにならないので, 市場は均衡しない. しかし, 少なくとも一人の消費者が予想価格 p_2 を固定していると, その人の縦軸切片 $(p_1 / p_2) e_1 + e_2 + m_0 / p_2$ は, 横軸切片 $e_1 + m_0 / p_1$ とともに平行移動するから, 個別超過需要は 0 になって行き, 市場は均衡する. 貨幣をもつ一般均衡理論では, 予想条件で, 市場均衡しない場合がある.

図 4. 5 問題 4. 3 の図解



消費ローン・モデル

若年世代の場合, $p_1 e_1 < p_2 e_2$ であるから, 初期貨幣残高 m_0 は持たない. 従って, 借り入れが可能である. 利子率 i で借入金を $b_1 = p_1 c_1 - p_1 e_1 > 0$ とする. 第 1 期の予算制約式は, 借入金 b_1 をし,

$$p_1 c_1 = p_1 e_1 + b_1 \quad 4.7$$

である. 第 2 期の予算制約式は, 返済 $b_1 (1+i)$ をし

$$p_2 c_2 + b_1 (1+i) = p_2 e_2, \quad 4.8$$

$b_1 = p_1 c_1 - p_1 e_1$ であるから, 4.8 式に代入し, 2 期間を通算した予算制約式 4.9 がえられる.

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 / (1+i) = p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i) \quad 4.9$$

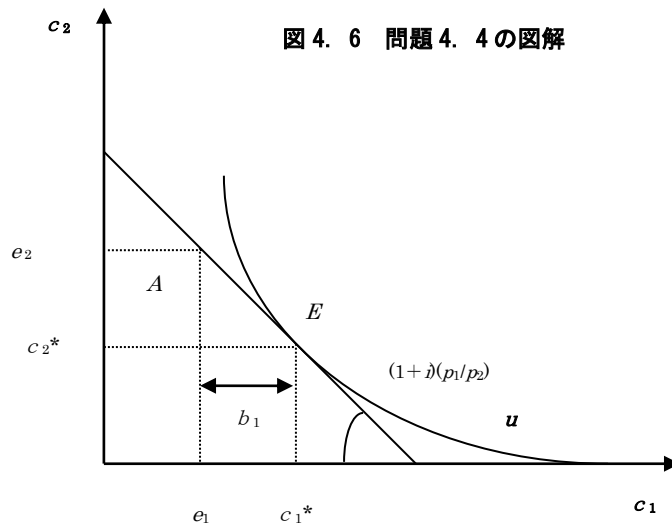
借入をする若年世代は問題 4.4 を解く.

問題 4.4 2 期間の予算制約式 $p_1 c_1 + p_2 c_2 / (1+i) = p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i)$ のもとで, 若年世代の効用関数を $u = c_1 c_2$ を最大にする各期間の消費 c_1 , c_2 を求めよ.

解 完全平方に変形して解く.

$$\begin{aligned} u = c_1 c_2 &= c_1 \{ (1+i) / p_2 \} \{ p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i) - p_1 c_1 \} \\ &= - (p_1 / p_2) (1+i) c_1^2 + \{ (1+i) / p_2 \} \{ p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i) \} c_1 \\ &= - (p_1 / p_2) (1+i) \left\{ c_1 - \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i)}{2 p_1} \right\}^2 + \frac{(1+i)}{4 p_1 p_2} \{ p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i) \}^2 \\ c_1^* &= \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i)}{2 p_1} \quad c_2^* = (1+i) \frac{\{ p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i) \}}{2 p_2} \\ b_1^* &= p_1 c_1^* - p_1 e_1 = \frac{p_2 e_2 - p_1 e_1 (1+i)}{2(1+i) p_1} \end{aligned}$$

□



問題 4. 4 の結果を実質モデル問題 4. 2 と比較する．価格変動率を $pr = (p_2 - p_1) / p_1$ と定義する．異時間の価格比は， $p_2 / p_1 = \{ (p_2 - p_1) + p_1 \} / p_1 = 1 + pr$ と表せる．異時間予算制約式 4.9 の傾きは， $(1+i) p_1 / p_2$ であるから， $(1+i) / (p_2 / p_1) = (1+i) / (1+pr)$ と表せ，利率が価格変動率で実質化された形になる．名目利率を nr とし，実質利率を rr とする．実質利率の定義は，関係式

$$1 + rr = (1+i) / (1+pr) = (1+nr) / (1+pr)$$

で定義する．問題 4. 4 の場合，名目利率 $nr = i$ である．関係式を変形し，

$$1 + nr = (1+pr)(1+rr) = 1 + pr + rr + pr \cdot rr \doteq 1 + pr + rr$$

から，近似的に， $1 + nr = 1 + pr + rr$ ，すなわち，関係式 $nr = pr + rr$ が導かれる．経済学の教科書において，**名目利率は，物価変動率＋実質利率である**といわれる．

問題 4. 4 の場合， c_1^* を変形し，

$$c_1^* = \frac{p_1 e_1 + p_2 e_2 / (1+i)}{2p_1} = e_1 / 2 + e_2 (1+pr) / 2 (1+i) = e_1 / 2 + e_2 / 2 (1+rr)$$

のように，実質利率で表せる．**消費者は，実質利率で，主観的最適消費と借入金を決定している**ことを表している．最適借入金 b_1^* は，実質利率で，決定している．

$$b_1^* = \frac{p_2 e_2 - p_1 e_1 (1+i)}{2(1+i) p_1} = e_2 (1+pr) / 2 (1+i) - e_1 / 2 = e_2 / 2 (1+rr) - e_1 / 2$$

物価変動率が 0 であれば，名目利率と実質利率は等しく，実質モデルの問題 4.2 と同値の結果になる．

借入をしない世代の場合 初期貨幣残高 m_0 を持つ．第 1 期の予算制約式は，貯蓄 m_1 をし，

$$p_1 c_1 + m_1 = p_1 e_1 + m_0$$

である．貯蓄は，銀行に利率 i で預金する．第 2 期の予算制約式は，元利合計 $m_1 (1+i)$

を得て,

$$p_2 c_2 = p_2 e_2 + m_1 (1+i).$$

$m_1 = p_1 e_1 + m_0 - p_1 c_1$ であるから, 2 期間を通算した予算制約式がえられる.

$$p_1 c_1 + p_2 c_2 / (1+i) = p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i).$$

借入をしない世代は, 問題 4.5 を解く.

問題 4.5 2 期間の予算制約式 $p_1 c_1 + p_2 c_2 / (1+i) = p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i)$ のもとで, 若年世代の効用関数を $u = c_1 c_2$ を最大にする各期間の消費 c_1 , c_2 を求めよ.

解 完全平方に変形して解く.

$$\begin{aligned} u &= c_1 c_2 = c_1 \{ (1+i) / p_2 \} \{ p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i) - p_1 c_1 \} \\ &= - (p_1 / p_2) (1+i) c_1^2 + \{ (1+i) / p_2 \} \{ p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i) \} c_1 \\ &= - (p_1 / p_2) (1+i) \left\{ c_1 - \frac{p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i)}{2 p_1} \right\}^2 + \frac{(1+i)}{4 p_1 p_2} \{ p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i) \}^2 \\ c_1^* &= \frac{p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i)}{2 p_1} \quad c_2^* = (1+i) \frac{p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i)}{2 p_2} \end{aligned}$$

$$m_1^* = p_1 e_1 + m_0 - p_1 c_1^* = \frac{p_1 e_1 + m_0}{2} - \frac{p_2 e_2}{2(1+i) p_1}$$

□

最適消費は, 借入者と同様に,

$$\begin{aligned} c_1^* &= \frac{p_1 e_1 + m_0 + p_2 e_2 / (1+i)}{2 p_1} = e_1 / 2 + m_0 / 2 p_1 + e_2 (1+i) / 2 (1+i) \\ &= e_1 / 2 + m_0 / 2 p_1 + e_2 / 2 (1+i) \end{aligned}$$

のように, 実質利子率で表せる. **消費者は, 実質利子率で, 最適消費と預金を決定する.**

消費者ローン・モデルでは, 消費者は, 予想物価変動率および予想名目利子率を, 主観的価格予想形成および利子率予想形成から, 決めることになる. 利子率予想形成は, 中央銀行の公定歩合の主観的予想になる.

4.3 3 資産現物・先物一時的一般均衡理論(ストックの枠組み)

4.2 節において, 消費者は, 貨幣を異時間の購買計画を滑らかにする異時間繰越し手段として, 使用していることを示した. 消費者が, 消費ローンを借りる場合は, 将来所得を平準化する. 銀行が, 貨幣を預かり, ローン希望者に貸し付ける. 消費者が貨幣を貯蓄する場合は, 銀行に預金する.

本節では, 貨幣以外に, 債券および株式が資産としてある場合, 余力のある預金者は, 銀行以外に, 資産市場で, 資産を売買し, 資産運用することを考える. オプション市場も考えるので, 資産市場において, 不確実性があり, 現物市場と先物市場があるとする.

不確実性下 2 期間貨幣一時的一般均衡モデルによって、3 資産(預金, 債券, 株式)市場を考え、預金, 債券, 株式の現物価格, 預金, 債券, 株式の先物価格を決定する。(一般化した多期間貨幣一時的一般均衡モデルは、西村和志『多期間一般均衡モデルの確率的動学』晃洋書房, 2018 年, 第 10 章および第 11 章に証明がある。)ここでは、3 資産がある現物・先物市場において、消費者は、価格不確実性に対して、主観的確率分布をもち、予算制約式のもと、2 期間の最適化をし、所与の価格に対して、市場均衡条件をみたす、均衡解で、資産を交換する。効用関数をコブ・ダグラス型と仮定すれば、最適解が求められる。

資産市場における消費者の行動と計画

消費者は、貨幣 $m_0 \in R_+$, 永久債の賦存量 $b_0 \in R_+$ をもつ。計画時の期首に、消費者は負債をもっていないとする。また、消費者は、市場が開かれる前、株式 $k_0 \geq 0$ をもつ。

仮定 4. 1 $m_0 > 0$, $b_0 \gg 0$ とする。

また、消費者は、市場が開かれる前、株式 $k_0 \geq 0$ をもつ。

仮定 4. 2 $k_0 \geq 0$ とする。

行動と計画

2 期間の預金の流れを $d = (d_1, d_2) \in R_+^2$, 2 期間の債券の流れを, $b = (b_1, b_2) \in R_+^2$, 株式の流れを, $k = (k_1, k_2) \in R_+^2$ とする。今期の先物市場における債券先物契約を c_{b2} とする。消費者は, $c_{b2} > 0$ であれば, 期間 2 の期首に債券を受け取る。 $c_{b2} < 0$ であれば, その逆である。同様に, 今期の先物市場における株式先物契約を c_{k2} とする。消費者は, $c_{k2} > 0$ であれば, 期間 2 の期首に株式を受け取る。 $c_{k2} < 0$ であれば, その逆である。

消費者は、期間 1 において、現物資産市場において、預金, 将来債券および株式保有計画を決定する。その後、資産先物市場において、債券および株式先物契約を結ぶ。期間 1 において、消費者が現物市場と先物市場での取引を決定することを行動 (action) と呼び、 $a_1 = (d_1, b_1, k_1, c_{b2}, c_{k2}) \in R_+^3 \times R^3$ で表す。次に、期間 2 の現物市場において、消費者が取引を決定することを計画 (plans) と呼ぶ。期間 2 の計画を $a_2 = (d_2, b_2, k_2) \in R_+^3$ で表す。

期間 1 において、市場価格ベクトルは, $p^1 = (p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}, q_{b1}, q_{k1}) \in R_+^5 / \{0\}$ であり、ここで、1 は、貨幣の価格であり、 p^1 は、預金・債券・株式の現物価格であり、 q は債券・株式の先物価格である。期間 2 の市場価格ベクトルは, $p^2 = (p_{d2}, p_{b2}, p_{k2}) \in R_+^3$ である。

効用関数

消費者が、資産流れ $(d_1, d_2, b_1, b_2, k_1, k_2)$ を選択する際に、期間 1 の資産選択行動の成果 (d_1, b_1, k_1) は、確実性下であり、期間 2 の資産選択行動の成果 (d_2, b_2, k_2) は、不

確実性下にあるとする. 消費者の資産流列に対する選好は, von Neumann-Morgenstern の期待効用最大化の仮説をみたとす.

$$\text{仮定 4. 3} \quad v = u_1 + \int_{R_+^3} u_2 d\mu. \quad 4. 10$$

予想形成

期間 2 の現物価格の予想は, 先物市場価格 q に対して, 各期間の現物価格の確率分布 $\phi(q)$ を対応させる. これを将来価格の予想形成という.

$$\text{仮定 4. 4} \quad \phi(q) : R_+^2 / \{0\} \rightarrow \mathcal{M}(R_+).$$

- (1) 予想形成 $\phi(q)$ は, $\mathcal{M}(R_+)$ が確率測度の弱収束の位相をもつとき連続である.
- (2) すべての $q \in R_+^2 / \{0\}$ に対して, $\text{int co supp } \phi(q) \neq \emptyset$.
- (3) すべての $q \in R_+^2 / \{0\}$ に対して, $\phi(q)(\text{int } R_+^2) = 1$.

(1) は, 確率分布 $\phi(q)$ の連続性を仮定すると, $\int_{R_+^2} u_2 d\mu$ は連続関数になる. (2) は, 予想価格分布 $\phi(q)$ の定義域が空集合ではない. 消費者の主観的均衡のための必要十分条件を表す. (3) は, 1 点予想を排除する仮定である.

4.7 式に, 最適債券量を価格の関数で求め, von Neumann-Morgenstern 効用関数 u に代入し, 資産量の予想分布 μ を変数変換して, 次の予想価格分布 $\phi(q)$ による期待効用 v を求める.

$$\text{仮定 4. 5} \quad v = u_1 + \int_{R_+^2} u_2(d_2^*(p^1), b_2^*(p^1), k_2^*(p^1)) d\phi(q). \quad 4. 11$$

現物市場に対する予算制約式

消費者は, 現在においても将来においても, プライス・テーカーであるから, 期間 1 において, 価格ベクトル p^1 を所与として, $p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 \leq m_0 + p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0$ に制約された行動 (d_1, b_1, k_1) を選択しなければならない. 次に, 期間 2 で不確実性下にあるため, 消費者は, 期間 2 で実現する現物価格 p^2 を所与として, 計画 (d_2, b_2, k_2) を立てる. 期間 2 の予算制約集合は, $p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 \leq p_{d2} \cdot d_1 + p_{b2} \cdot b_1 + p_{k2} \cdot k_1$ と表す.

選好ルール

期待効用関数 v は, 市場価格 p^1 を所与として, 任意の行動 a_1, a_1' に対して, 成果の空間で定義された選好関係 $\succeq^c$ と次の関係があるとする.

p^1 を所与とし, 任意の行動 $a_1, a_1' \in \beta_1(p^1)$ に対して, $v(p^1, a_1) \geq v(p^1, a_1')$ であるならば, そのときにかぎり, $a_1 \succeq_{p^1}^c a_1'$ とする.

現物・先物市場における消費者の最適化

消費者の最適化問題は、次のように設定される。価格ベクトル p^1 と賦存量 (m_0, b_0, k_0) を所与として、予算制約式のもとで、期待効用関数 v を最大にする行動 (d_1, b_1, k_1) および計画 (d_2, b_2, k_2) を決定する。

この最適化問題は、ダイナミック・プログラミングによって解く。ステップ 1 では、次の問題を解いて、行動 (d_1, b_1, k_1) を決定する。

現物市場における消費者の最適化

消費者の最適化問題は、次のように設定される。価格ベクトル p^1 と賦存量 (m_0, b_0, k_0) を所与として、仮定 4. 3, 4. 4, 4. 5, 集合 β_1, β_2 のもとで、期待効用関数 v を最大にする行動 (d_1, b_1, k_1) および計画 (d_2, b_2, k_2) を決定する。

この最適化問題は、ダイナミック・プログラミングによって解く。2段階で解が求められる。第1段階は、期間 2 の価格 p^2 を所与とし、期間 2 の予算制約式の下で、効用関数 u を最大化することにより、期間 2 の計画 (d_2, b_2, k_2) を決定する。そして、第1問題の解 d_2^*, b_2^*, k_2^* を期待効用関数 v に代入し、第2段階の問題に進む。ステップ 1 では、次の問題を解く。

問題 4. 5 $(p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}), (m_0, b_0, k_0)$ を所与として、

$$\begin{aligned} \max \quad & u_1(d_1, b_1, k_1), \text{ subject to } p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 = m_0 + p_{b1} \cdot b_0 \\ & \{b_1, k_1\} \quad \quad \quad + p_{k1} \cdot k_0. \end{aligned}$$

解 ラグレンジュ関数 L は、次のように書かれる。

$L = u_1(d_1, b_1, k_1) - \lambda (p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 - m_0 - p_{b1} \cdot b_0 - p_{k1} \cdot k_0)$. 必要条件は、

$$\frac{\partial u_1}{\partial d_1} = \lambda p_{d1}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial b_1} = \lambda p_{b1}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial k_1} = \lambda p_{k1},$$

$$p_{d1} \cdot d_1 + p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 - m_0 - p_{b1} \cdot b_0 - p_{k1} \cdot k_0 = 0.$$

u_1 は、凹関数であるから、これらの条件は、解の必要十分条件となる。解の存在は明らかであるから、解を $d_1^*, b_1^*, k_1^*, \lambda^*$ とする。□

先物市場に対する予算制約式

現物市場の最適化問題 4. 5 から、最適預金量 d_1^* , 最適債券量 b_1^* , 最適株式量 k_1^* が求められた。先物市場では、自己清算取引戦略 $(q_{b2}, q_{k2}) \cdot (c_{b2}, c_{k2}) = 0$ が予算制約式となる。これにより、自己清算取引戦略であれば、いかなる契約価格 $q = (q_{b2}, q_{k2})$ であっても、富 $W_2 = p_{d2} \cdot (d_1^*) + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})$ はヘッジされる。

仮定 4. 6 $(q_{b2}, q_{k2}) \cdot (c_{b2}, c_{k2}) = 0$.

先物市場における消費者の予算制約式は,

$$\beta_2^c(p^2) = \{(d_2, b_2, k_2) \in A_2 \mid p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 \leq p_{d2} \cdot d_1^* + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})\} \text{ と表す.}$$

期間 2 の期首における支払い可能条件を次のように仮定する.

仮定 4. 7 任意の $(p_{d2}, p_{b2}, p_{k2}) \in \text{supp } \phi(q)$ に対して, $p_{d2} \cdot d_1^* + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) \geq 0$.

先物市場における消費者の最適化

2 期間の効用関数から第 2 期の最適消費量を決定し, それを第 2 期の効用関数に代入し, 予想価格の分布で期待効用を取り, 期待効用を最大にする先物契約量 c を求める.

問題 4. 6 $p^2 \gg 0$, b_1^* , $k_1^* \geq 0$ を所与として

$$\max_{\{d_2, b_2, k_2\}} u_2(d_2, b_2, k_2), \text{ subject to } p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 = p_{d2} \cdot d_1^* + p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}).$$

解 $L = u_2(d_2, b_2, k_2) - \lambda \{ p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 - p_{d2} \cdot d_1^* - p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) - p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) \}$ とおく.

$$\frac{\partial u_2}{\partial d_2} = \lambda p_{d2}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial b_2} = \lambda p_{b2}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial k_2} = \lambda p_{k2},$$

$$p_{d2} \cdot d_2 + p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 - p_{d2} \cdot d_1^* - p_{b2} \cdot (b_1^* + c_{b2}) - p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) = 0.$$

u_2 は凹関数であるから, これらの条件は, 解の必要十分条件となる. 解を $d_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $b_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $k_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, λ^* とする. $\square$

式 4. 11 に, $d_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $b_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $k_2^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$ を代入し, $v(a_1, p^1) = u_1(d_1, b_1, k_1) + \int u_2^*(d_2^*, b_2^*, k_2^*) d\phi(q)$ をえる.

問題 4. 6 $q \gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}} \int u_2^*(d_2^*, b_2^*, k_2^*) d\phi(q), \text{ subject to } q \cdot c = 0.$$

解 $L = \int u_2^*(d_2^*, b_2^*, k_2^*) d\phi(q) - \lambda q \cdot c$ とおく.

$$\frac{\partial \int u_2^* d\phi(q)}{\partial c_{b2}} = \lambda q_{b2}, \quad \frac{\partial \int u_2^* d\phi(q)}{\partial c_{k2}} = \lambda q_{k2}, \quad q \cdot c = 0.$$

u_2 は凹関数であるから, これらの条件は, 解の必要十分条件となる. 解を c_{b2}^* , c_{k2}^* , λ^* とおく. $\square$

上述の消費者均衡は, 予想分布の仮定が数学的で, 4. 2 節の確実性下の理論と比べて, 確率分布の知識が必要なので, 分かりにくい. 例として, 預金がない, 債券および株式の 2

資産市場において、消費者の効用関数をコブ・ダグラス型として、最適解を求める。最適解は、債券先物価格を 1 に基準化すると、他の確率分布の期待値で表せる。その確率分布は、例えば、『金融論 2021 年, p.119, 例題 8.4』の一様分布、オプション理論における対数正規分布を仮定すると、先物解も求められる。

例題 4. 1 $(p_{b1}, p_{k1}), (b_0, k_0)$ を所与として,

$$\max_{\{b_1, k_1\}} u_1 = b_1 \cdot k_1, \text{ subject to } p_{b1} \cdot b_1 + p_{k1} \cdot k_1 = p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0.$$

$$\begin{aligned} \text{解 } u_1 &= b_1 \cdot k_1 = b_1 (p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0 - p_{b1} \cdot b_1) / p_{k1} \\ &= -\frac{p_{b1}}{p_{k1}} (b_{b1} - p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0})^2 + \frac{(p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0})^2}{4 p_{b1} p_{k1}} \end{aligned}$$

効用関数が最大になる b_1, k_1 は,

$$b_1^* = \frac{p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0}}{2 p_{b1}}, \quad k_1^* = \frac{p_{b1} \cdot b_{b0} + p_{k1} \cdot b_{k0}}{2 p_{k1}}.$$

□

ステップ 1 では、2 段階で解が求められる。第 1 段階は、例題 4. 2 のように、期間 2 の価格 p^2 , b_1^*, k_1^* を所与とし、期間 2 の予算制約式の下で、効用関数 u_2 を最大化することにより、期間 2 の計画 (b_2, k_2) を決定する。そして、例題 4. 2 の解 b_2^*, k_2^* を期待効用関数 v に代入し、第 2 段階の例題 4. 3 に進む。

例題 4. 2 $p^2 \gg 0, b_1^*, k_1^* \geq 0$ を所与として,

$$\max_{\{b_2, k_2\}} u_2 = b_2 \cdot k_2, \text{ subject to } p_{b2} \cdot b_2 + p_{k2} \cdot k_2 = p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}).$$

$$\begin{aligned} \text{解 } u_2 &= b_2 \cdot k_2 = b_2 \{ p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}) - p_{b2} \cdot b_2 \} / p_{k2} \\ &= -\frac{p_{b2}}{p_{k2}} \{ b_2 - \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{b2}} \}^2 \\ &\quad + \frac{(p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2}))^2}{4 p_{b2} p_{k2}} \end{aligned}$$

$$b_2^* = \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{b2}}, \quad k_2^* = \frac{p_{b2} (b_1^* + c_{b2}) + p_{k2} \cdot (k_1^* + c_{k2})}{2 p_{k2}}.$$

□

ステップ 2 では、次の問題を解いて、最適債券・株式の最適契約 (c_{b2}^*, c_{k2}^*) を求める。 p^2 を基準化すると、解が陽表化できる。

例題 4. 3 債券・株式先物価格 q を基準化して、 $q = (1, q_{k2}) \gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}} \int b_2^* \cdot k_2^* d\phi(q), \text{ subject to } q \cdot c \leq 0.$$

$$\text{解 } L = \int b_2^* \cdot k_2^* d\phi(q) - \lambda q \cdot c$$

$$= \int \left\{ \frac{(p_{b2}(b_1^* + c_{b2}) + p_{k2}(k_1^* + c_{k2}))^2}{4 p_{b2} p_{k2}} d\phi(q) - \lambda q \cdot c \right\} \text{とおく.}$$

$$\int \frac{(p_{b2}(b_1^* + c_{b2}) + p_{k2}(k_1^* + c_{k2}))}{2 p_{k2}} d\phi(q) = \lambda,$$

$$\int \frac{(p_{b2}(b_1^* + c_{b2}) + p_{k2}(k_1^* + c_{k2}))}{2 p_{b2}} d\phi(q) = \lambda q_{k2}, \quad q \cdot c = 0.$$

□

さらに、債券・株式予想価格 p^2 を基準化して、 $p^2 = (1, p_{k2}) \gg 0$ とする。

例題 4.4 債券・株式予想価格 p^2 を基準化して、 $p^2 = (1, p_{k2}) \gg 0$ とし、債券・株式先物価格 q を基準化して、 $q = (1, q_{k2}) \gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}} \int b_2^* \cdot k_2^* d\phi(q), \text{ subject to } q \cdot c = 0.$$

$$\text{解 } \frac{(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2})}{2} = \lambda, \quad \frac{(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2}) E[p_{k2}]}{2} = \lambda q_{k2},$$

λ を消去して、

$$(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2}) E[p_{k2}] = q_{k2} \{(b_1^* + c_{b2}) + (k_1^* + c_{k2})\}.$$

$(c_{b2}, c_{k2}) \cdot (1, q_{k2}) = 0$ は、 $c_{b2} = q_{k2} c_{k2}$ であるから、上式に代入して、

$$(b_1^* + q_{k2} c_{k2}) + (k_1^* + c_{k2}) E[p_{k2}] = q_{k2} \{(b_1^* + q_{k2} c_{k2}) + (k_1^* + c_{k2})\}.$$

$$\{q_{k2} + E[p_{k2}] - q_{k2}^2\} c_{k2} = q_{k2} (b_1^* + k_1^*) - (b_1^* + k_1^* E[p_{k2}]).$$

ゆえに、最適先物解は、

$$c_{k2}^* = \{q_{k2} (b_1^* + k_1^*) - (b_1^* + k_1^* E[p_{k2}])\} / \{q_{k2} + E[p_{k2}] - q_{k2}^2\}.$$

$$c_{b2}^* = q_{k2} c_{k2}^*.$$

□

3 資産現物市場の一般均衡条件

預金・債券・株式現物市場における価格システムを $S_{p1} = \{p^1 = (p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}) \mid p^1 \in \Delta^3\}$ と表す。現物市場においては、予算対応 $\beta_1(p^1, w)$ は、次のように定義される。

$\beta_1(p^1, w) = \{(d_1, b_1, k_1) \in R_+^3 \mid (p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}) \cdot (d_1, b_1, k_1) \leq m_0 + p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0\}$ 。ここで、 $w = m_0 + p_{b1} \cdot b_0 + p_{k1} \cdot k_0$ とおく。

個別需要対応 $\xi_1(p^1)$ は、次のように定義する。任意の $(p_{d1}, p_{b1}, p_{k1}) \in \Delta^3$ に対して、

$$\xi_1(p^1) = \{(d_1, b_1, k_1) \in \beta_1(p^1, w) \mid \forall (d_1', b_1', k_1', p^1) \text{ for all } (d_1', b_1', k_1') \in \beta_1(p^1, w)\}.$$

第 i 消費者の個別超過需要対応 ${}^i\zeta_1(p^1)$ は、 ${}^i\zeta_1(p^1) = {}^i\xi_1(p^1) - ({}^i m_0, {}^i b_0, {}^i k_0)$ と定義する。市場には、すべての消費者が、 I 人いる ($i = 1, \dots, I$) とする。総超過需要対応を $\zeta_1: S_{p1} \rightarrow R^3$ と表し、 $\zeta_1(p^1) = \sum_{i=1}^I {}^i\zeta_1(p^1)$ と定義する。

預金・債券・株式現物市場の均衡は、すべての i に対して、 $({}^i d_1^*, {}^i b_1^*, {}^i k_1^*) \in {}^i\xi_1(p^1)$

かつ $\sum_{i=1}^I ({}^i d_1^*, {}^i b_1^*, {}^i k_1^*) - \sum_{i=1}^I ({}^i m_0, {}^i b_0, {}^i k_0) = 0$ となる $(p^1, {}^1 d_1^*, {}^1 b_1^*, {}^1 k_1^*, \dots, {}^I b_1^*, {}^I k_1^*) \in \Delta^3 \times R^{3I}$ である。

2 資産先物市場の一般均衡条件

債券・株式先物市場における価格システムを $S_{qb, qk} = \{(q_b, q_k) \in \Delta^2 \mid (q_b, q_k) \gg 0, (q_b, q_k) \in \text{int co supp } \phi(q_b) \times \phi(q_k)\}$ と表す。先物価格は、予想分布の定義域の凸集合内部にあり、正值である。各期の予算集合を、次のように定義する。

$B(q_b, q_k) = \{(c_b, c_k) \in R^2 \mid p_d \cdot b_1 + p_b \cdot (b_1 + c_b) + p_k \cdot (k_1 + c_k) \geq 0, \text{ for all } (p_d, p_b, p_k) \in \text{supp } \phi(q)\}$. すなわち、すべての予想価格に対して、 $p_d \cdot b_1 + p_b \cdot (b_1 + c_b) + p_k \cdot (k_1 + c_k)$ は非負である。

$H(q_b, q_k) = \{(c_b, c_k) \in R^2 \mid (q_b, q_k) \cdot (c_b, c_k) = 0\}$. 先物契約は自己精算条件をみたす。この2つの条件を同時にみたす先物需要対応 $\beta_2(q_b, q_k)$ を、 $\beta_2(q_b, q_k) = \{(c_b, c_k) \in \Delta^2 \mid (c_b, c_k) \in B(q_b, q_k) \cap H(q_b, q_k)\}$ と定義する。

個別需要対応 $\xi_2(q_b, q_k)$ は、次のように定義する。任意の $(q_b, q_k) \in \Delta^2$ に対して、 $\xi_2(q_b, q_k) = \{c \in \beta_2(q_b, q_k) \mid v(c, q_b, q_k) \geq v(c', q_b, q_k) \text{ for all } c' \in \beta_2(q_b, q_k)\}$. ただし、 $v(c, q_b, q_k) = \int u d\phi(q)$ である。先物市場の消費者は I 人いると仮定する。総超過需要対応 $\zeta_2: P_q \rightarrow R^2$ は、 $\zeta_2(q_b, q_k) = \sum_{i=1}^I {}^i \xi_2(q_b, q_k)$ である。

先物市場の均衡存在のための必要十分条件は、次の共通予想条件である。

仮定 4.8 共通価格予想の仮定 (i) Π は、 Δ^2 において、非空の内部をもち、(ii) すべての $p \in \Delta^2$ およびすべての消費者 $i=1, \dots, I$ に対して、 $\Pi \subseteq \text{int co supp } {}^i \phi(q)$ である集合 Π がある。

資産先物市場における均衡は、すべての $i \in I$ に対して、 $({}^i c_b^*, {}^i c_k^*) \in {}^i \xi_2(q_b^*, q_k^*)$ かつ $\sum_{i=1}^I ({}^i c_b^*, {}^i c_k^*) = 0$ となる $(q^*, ({}^1 c_b^*, {}^1 c_k^*), \dots, ({}^I c_b^*, {}^I c_k^*)) \in \Delta^2 \times R^{2I}$ である。

4.4 債券期間構造の理論

ライフ・サイクル理論にもとづくならば、各年齢の消費者は、残りの生存期間に得る所得を平均化して、一定の消費額を決め、残りを貯蓄する。さらに、資産選択理論にもとづき、消費者は、貯蓄を安全資産と危険資産に分けて、資産運用を計画する。ただし、資産選択理論は、安全資産と危険資産の配分を決めるが、消費者が、その比率で、安全資産と危険資産を、それぞれの市場でどのようにして獲得できるかは示していない。本教室では、4.8で、各資産市場均衡を理論的に考察しているので、資産選択理論を資産市場の一般均衡とつなぐ。現実には、利用可能な需要関数を求める。

経済理論では、異時間資産の交換比率として、利子率がもちいられる。現実の資産市場では、債券と株式の金融商品が取引され、市場均衡債券価格および株式価格が決まる。債券価格と株式価格は、実際に受け払われる単位価格である。債券利子率および株式収益率と債券価格および株式価格との対応関係を定義する。すなわち、貨幣で取引される現実の資産市場を、経済理論市場で均衡を考察するために、変数を変換する。

危険資産のうち、債券と株式の特性を経済理論で分かっている特性と、個別企業の株式価格および経営成績・財政状態の報告書から導く特性を説明する。

4.4.1 債券利回りと債券市場価格の関係

3章2節(4)において、単利の最終利回り R_n は

$$R_n = \frac{C + (F - P) / n}{P}$$

複利の最終利回り R_n

$$P(1+R_n)^n = \alpha(1+R_n)^{n-1} + \alpha(1+R_n)^{n-2} + \dots + \alpha(1+R_n) + C + F$$

によって、定義した。各期間の短期利子率は、通常異なるから、残存期間 n 、第 i 期間の予想利子率を r_i 、長期利子率を R_n とする。

金融理論において長期利子率 R_n と各期間の短期利子率 r_i とは、関係があるとする立場と関係はないとする立場がある。前者は、Lutz および Hicks が主張した利子率の期間構造論であり、後者は Culbertson の主張したヘッジ（掛け繋ぎ）理論といわれる。

Lutz 理論は、市場関係者の完全予想を仮定し、 R_n は r_i の平均であり、期間構造は利回り曲線によって決定される。

Hicks 理論は、Lutz 理論を引継ぎ、不確実性下、予想短期利子率を先物短期利子率に置き換えて、Lutz 理論が成立すると主張した。期間構造理論は、「満期の異なる諸貸付けに代替性があり、異なる満期を裁定し、収益ないし費用の有利なものを選択できる」。

ヘッジ理論は、自己の負債 B の満期時点が来るとき、その満期時点に資産 A を合わせて、 $B=A$ とすれば、途中の短期利子率の変動しても、返済不能にならない。

現代の期間構造理論は、Hicks の流動性プレミアム理論にしがっている。

Lutz 理論の要点

1) 満期利回りと市場均衡利子率との間に関係があるとする理論

① 純粋予想理論 Lutz

伝統理論といわれる予想にもとづく期間構成を説明する。Lutz にしがって、貸付市場の仮定をのべ、短期利子率と長期利子率の5つの命題を示す。

- ・ 完全予想
- ・ 貸し手と借り手の両方とも取引費用がない。
- ・ 満期の異なる諸貸付けに代替性があり、異なる満期を裁定し、収益ないし費用の有

利なものを選択する。
 以上を仮定する。

5つの命題

(1) 長期利率は将来の予想利率の平均である。

予想短期利率 r_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) とする。長期利率を R_n とする。単利の場合、元利合計は

$$1 + nR_n = 1 + R_1 + r_1 + \dots + r_{n-1}$$

$$R_n = \frac{R_1 + r_1 + \dots + r_{n-1}}{n}$$

となるから、長期利率が将来の予想利率の平均になっている。複利の場合、元利合計は

$$(1 + R_n)^n = (1 + R_1)(1 + r_1) \dots (1 + r_{n-1})$$

$$1 + R_n = \{(1 + R_1)(1 + r_1) \dots (1 + r_{n-1})\}^{1/n}$$

となり、長期利率が将来の予想利率の平均になっている。

(2) 長期利率の変動の大きさは短期利率より小さい。

完全予想を仮定しているから、期間 $n-1$ までは、変動はないが、期間 n の短期利率が加わると、(1) の計算式から、変動は、長期利率の方が小さい。

(3) 長・短期利率は一般的に同方向に動くが一時的に逆もある。

期間 n の短期利率の変動が大きければ、次期の長期利率は変動が小さいため、短期利率の変動と逆になる場合がある。

(4) ある時点の期間構造は短期利率の将来の予想経路(イールド・カーブ(利回り曲線))によって決定される。

期間構造の定義である。

(5) 一定期間の投資の収益は、長期投資でも短期投資でも同じである。

完全予想を仮定しているから、期間 $n-1$ までは、変動はない。さらに、取引費用がなく、満期の異なる諸貸付けに代替性があり、異なる満期を裁定し、収益ないし費用の有利なものを選択すると仮定しているから、投資収益に違いはない。

② 流動性プレミアム理論 Hicks

Hicks は Lutz の予想理論を受け継ぎ、以下を仮定する。

- ・ 将来の債券価格は不確実であり、評価損を先物で回避する。
- ・ 長期貸付は期間 1 の直物貸付けと残りの期間の先物貸付からなる。

予想短期利率は、先物短期利率に代えられ、次のように定義される。

$$\text{先物短期利率 } f_i = r_i + L_i \quad (i = 2, \dots, n)$$

$$\text{予想短期利率 } r_i$$

$$\text{流動性プレミアム } L_i \quad (L_2 < L_3 < \dots < L_n)$$

単利の場合、長期利率は

$$R_n = R_1 + \frac{(r_2 + L_2) + \dots + (r_n + L_n)}{n} = \frac{1}{n} \sum (R_1 + r_i) + \frac{1}{n} \sum L_i \quad (1)$$

Lutz との違いは、流動性プレミアムの平均が加わることである。

(1) 式の左辺は、長期利子率であり、右辺は、長期利子率を先物短期利子率で表した平均利子率である。長期債券市場と各期の先物債券市場は、期間 1 の直物貸付けと残りの期間の先物貸付で構成された平均長期利子率とで裁定取引が行われ、市場均衡では、(1) 式の裁定取引式が成立すると説明される。

Lutz の 5 つの命題は成立する。イールド・カーブ（利回り曲線）は、予想短期利子率の右上がり「正常な関係」としているため、流動性プレミアムのカーブが逆であっても、全体のカーブは正常な関係になるとしている。

2) 満期利回りと市場均衡利子率との間に関係ないとする理論

掛け繫ぎ理論 Culbertson

借り手と貸し手に選好期間があり、自己の負債の満期に資産の満期を一致させることにより、リスクを削減する行動をとる。

ヘッジ理論は、自己の負債 B の満期時点が来るとき、その満期時点に資産 A を合わせて、 $B=A$ とすれば、途中の短期利子率の変動しても、返済不能にならない。

本教室では、先物債券市場は、ヘッジ理論に従っている資産市場均衡論を説明している。

① 期間構造をいれた多期間モデルで、資産市場の一般均衡論の立場から、期間構造が決まる理論がある。さらに、オプション理論は、デルタ・ヘッジ戦略にしたがった裁定取引式が成立する。

② 短期債券市場と長期債券市場において、市場均衡すれば、期間構造論の主張する (1) 式の裁定取引式が成立するのかを理論的に示す試みはある。

③ 現実市場のデータから、期間構造論のイールド・カーブを推定する試みもある。

④ 期間構造論は離散期間であるが、オプション理論では、ブラック・ショールズ連続モデルが基本であり、瞬間的利子率をもちいる期間構造モデルがある。資産市場の一般均衡論の立場から、連続一般均衡モデルに拡張して、期間構造を示すことはできる。

①の離散時間で、一時的一般均衡理論から、現物・先物資産市場均衡を示すことは、私のモデルで、提案している。②については、オプションの連続モデルで、金利については、平均回帰する確率微分方程式をもちいて、期間構造を示すことは、各モデルがある。③は、それらのモデルに従い、イールド・カーブを推定している。④については、連続的一般均衡理論になるが、確率微分方程式による動学一般均衡理論は、開発中である。

4.4.2 債券投資リスクの測定

イールド・カーブ (yield curve) の形状

期間構造理論では、利回り曲線は、債券市場の予想形成によって、イールド・カーブ (yield

curve) の形状は、縦軸に利子率 R 、横軸に満期期間(残存期間)year をとると、4 種類 (図 4. 5) ある。実際、債券の種類は、満期期間(残存期間)、クーポン、公社債の発行主体、発行方法によって、多種多様であり、イールド・カーブが専門誌で日々公表されるほど、期間構造が分析上、重視されているとはいえない。Hicks の理論で、国債先物短期利子率を代入して、イールド・カーブを図示すると、市場では、先行き何年で、利子率が上昇すると予想しているか、すなわち、水平から順イールドに転じるかが推測できる。

期間構造理論では、利回り曲線は、債券市場の予想形成によって、イールド・カーブ (yield curve) の形状は、縦軸に利子率 R 、横軸に満期期間(残存期間)year をとると、4 種類 (図 4. 7) ある。実際、債券の種類は、満期期間(残存期間)、クーポン、公社債の発行主体、発行方法によって、多種多様であり、イールド・カーブが専門誌で日々公表されるほど、期間構造が分析上、重視されているとはいえない。Hicks の理論で、国債先物短期利子率を代入して、イールド・カーブを図示すると、市場では、先行き何年で、利子率が上昇すると予想しているか、すなわち、水平から順イールドに転じるかが推測できる。

1) イールド・カーブ (yield curve) 純粋予想理論

① 順イールド

利子率上昇予想のとき, $R_5 < R_{10} < R_{15}$

② 逆イールド

利子率下降予想のとき, $R_5 > R_{10} > R_{15}$

③ 水平

利子率変化なしのとき, $R_5 = R_{10} = R_{15}$

④ こぶ状

利子率上昇し下降予想のとき, $R_5 < R_{10}$, $R_{10} > R_{15}$

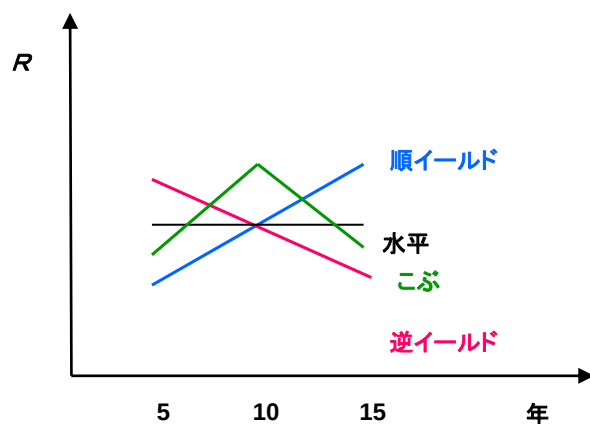


図 4. 7 イールド・カーブの例

2) 債券投資のリスクの測定

単利の最終利回り R は、次のように表せたが、債券価格 P と利回り R とは次の 3 つの金利変動による関係が見出せる。

$$R = \frac{C + (F - P) / n}{P} \quad \text{または} \quad P = \frac{nC + F}{nR + 1}$$

- ・ 利回り R と債券価格 P とは反比例する。
- ・ 債券価格 P の変動は、残存期間 n が長いほど、大きい。
- ・ クーポン・レート C の違う債券では、クーポン・レートが高い債券ほど、債券価格変動が小さい。

市場リスクの測定

デュレーション

市場利子率が変化すると、債券価格の変化がどの程度かを測る指標は、デュレーションである。

デュレーションは、図 4. 8、点 (10, 100) において、市場価格と利回りの曲線における接線の傾きであり、利回り変化に対する価格変化をこの傾きで、近似している。経済学的には、デュレーション D は、**債券価格の弾力性の絶対値** である。 D の意義は平均回収期間を表す。

残存期間 10 年、クーポン・レート 10% の市場価格と利回り R の関係を図 4. 8 に表す。

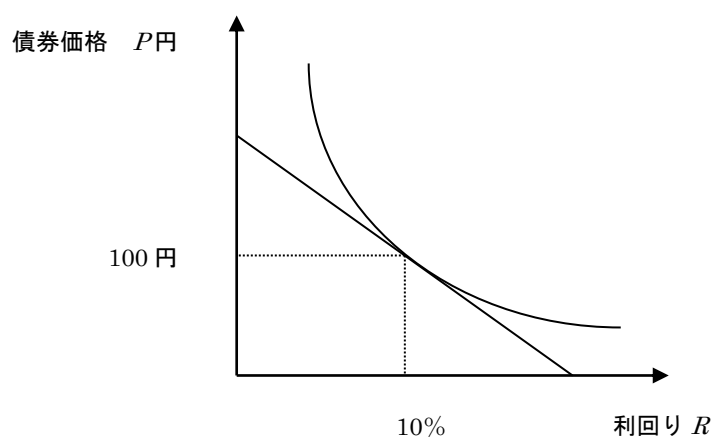


図 4. 8 市場価格と利回りの関係

デュレーション D は、 $(1+R)$ がパーセント変化したときの債券価格 P のパーセント変化として、 P のパーセント変化 / $(1+R)$ のパーセント変化を計算する。分母の市場利子率が増加すると、分子の債券価格の変化はどの程度かを測る指標がデュレーションである。

この比 D を**債券価格の $(1+R)$ 弾力性**と定義する。(読み方が、分子の分母弾力性となることに注意)

$$D = - \frac{dP}{P} / \frac{d(1+R)}{(1+R)} \quad . \quad \text{変形して,} \quad \frac{dP}{d(1+R)} = - \frac{D P}{1+R} \quad (1)$$

デュレーションの値が大きくなると、弾力性が大きい。利子率の変化に対して債券価格の変化が大きいことを意味する。

最終利回りの計算式 $P(1+R)^n = C(1+R)^{n-1} + C(1+R)^{n-2} + \dots + C(1+R) + C + F$ を市場利子率 R で置き換える。

$$P = \frac{C}{1+R} + \frac{C}{(1+R)^2} + \dots + \frac{C}{(1+R)^{n-1}} + \frac{C+F}{(1+R)^n} \quad (2)$$

取引する債券のクーポン C 、満期期間 n 、額面 F は、決まっているから、投資家の評価する利子率 R が、債券市場で決まる。(2)式を $1+R$ で微分すると

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d(1+R)} &= - \left\{ \frac{C}{(1+R)^2} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^n} + \frac{n(C+F)}{(1+R)^{n+1}} \right\} \\ &= \frac{-1}{1+R} \left\{ \frac{C}{1+R} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^{n-1}} + \frac{n(C+F)}{(1+R)^n} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

(1) 式と(3)式を比較して

$$D = \left\{ \frac{C}{(1+R)P} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^{n-1}P} + \frac{n(C+F)}{(1+R)^nP} \right\} \quad (4)$$

デュレーション D は、満期までの年数の加重平均であり、債券の**平均回収期間**を表している。デュレーションの特性は、(4)式から、

デュレーションの値

残存期間 n	長い	項数が増えるから、大きい。
クーポン C	大きい	分子の債券価格 P が大きくなるから、小さい。
利子率 R	大きい	分母の各項の $1+R$ が大きくなるから、小さい。

債券投資戦略にデュレーションは応用することができる。

コンベクシティ (Convexity)

さらに、近似精度を上げるために、価格変化に対してテーラー展開式を用いるコンベクシティ (Convexity) がある。

(2)式の債券価格関数を、現在利回り $1+R_0$ のまわりで、テーラー展開すると、

$$\Delta P = \frac{dP}{1!d(1+R)} \Delta(1+R) + \frac{d^2P}{2!d(1+R)^2} \Delta(1+R)^2 + \dots + \frac{d^{n-1}P}{(n-1)!d(1+R)^{n-1}} \Delta(1+R)^{n-1} + R_n \quad (5)$$

R_n は剰余である。

(3)式を微分して、

$$\frac{d^2P}{d(1+R)^2} = \frac{1 \cdot 2 C}{(1+R)^3} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^n} + \frac{n(n+1)(C+F)}{(1+R)^{n+2}}$$

$(d^2P/d(1+R)^2) / P$ を Cv : **コンベクシティ (Convexity)** と定義する。(5)式から、

$$Cv = \frac{d^2P}{d(1+R)^2} \cdot \frac{1}{P} = \left[\frac{1 \cdot 2C}{(1+R)^3} + \dots + \frac{(n-1)C}{(1+R)^n} + \frac{n(n+1)(C+F)}{(1+R)^{n+2}} \right] \cdot \frac{1}{P}$$

テーラー展開式(5)を P で割り、第二項まで取ると、

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{P} &\approx \frac{dP}{1!d(1+R)} \cdot \frac{\Delta(1+R)}{P} + \frac{d^2P}{2!d(1+R)^2} \cdot \frac{\Delta(1+R)^2}{P} \\ &= -\frac{D}{1+R} \Delta(1+R) + \frac{Cv}{2} \Delta(1+R)^2 \end{aligned}$$

これは、債券価格の変化率は、デュレーションとコンベクシティで近似できることを表している。

第2項は、正であり、利子率の変化が大きければ、価格変化率は正に大きくなる。コンベクシティが大きい債券ほど、価格上昇の効果が大きいと期待できる。

市場リスク Value at Risk (VaR)

(2)式に定義したように、債券価格 P は、債券の満期期間までの利息と償還元本の現在価値 P である。満期時点 T で、債券の価格変動 ΔP は、ある水準 $-x$ を下回るという確率事象が確率 α で生じるとき、債券の水準 $100(1-\alpha)\%$ の期間 T の VaR と定義する。

$$\Pr[\Delta P \leq -x] = \alpha$$

満期時点 t に依存して、割引利子率 R_t は、市場で決まる。イールド・カーブは、満期期間を横軸に、割引利子率 R を縦軸にとって、描いた曲線である。実際は、満期期間は、離散的に決められるから、連続的なイールド・カーブは市場データからえられない。有限個の市場利子率データから、イールド・カーブを推測し、その変動モデルを作成する理論がある。

イールド・カーブ変動モデルから、デュレーション・コンベクシティを計算することができる。また、デュレーション・コンベクシティから、VaR を求めることができる。

信用リスク (債務不履行リスク)

債券は、信用リスク (債務不履行リスク) があり、格付機関が、債券を格付けしている。銀行では、各貸付金に対して、利払い、返済が正常である貸付金から、その貸付金が債務不履行におちいった場合まで、損失を5段階に評価し、貸倒引当金を準備する。その貸付金評価モデルといえる。

信用リスクを計量するには、統計学の知識をもちい、倒産確率を推定する。倒産確率をもったまま、倒産確率過程のモデルを作成する。

債券の信用リスクは、無リスク資産である国債と事業債の利回り格差 (イールド・スプレッド) が、信用リスクの期待収益率を表しているとみる。イールド・スプレッドを推計するモデルが考えられている。

4. 5 株式の収益率と株式市場価格

各種の株式収益率を定義する。これらは、株式評価の指標として、株式の売買の投資判断に使われる。

株式の投資尺度

財務諸表から計算される指標に ROA と ROE がある。分母は貸借対照表、分子は損益計算書である。

1) 総資本事業利益率 (ROA) Return On Asset

$$\text{ROA} = \frac{\text{事業利益}}{\text{総資産}}$$

企業の総合的収益率を表す。

2) 自己資本利益率 (ROE) Return On Equity

$$\text{ROE} = \frac{\text{当期利益}}{(\text{期首自己資本} + \text{期末自己資本}) / 2}$$

自己資本の収益率を表す。

財務諸表と株価から計算される指標に、配当利回り、EPS, PER, PBR がある。

1) 配当利回り

$$\text{配当利回り (\%)} = \frac{1 \text{ 株当たり配当} \times 100}{\text{株価}}$$

投資家の期待収益率の一部を表す。

2) 一株あたり利益 (EPS) Earning Per Stock

$$\text{EPS} = \frac{\text{税引き後利益}}{\text{発行済み株式数}}$$

株価は、EPS の定数倍 m (利益定数) で決まると考える。

$$\text{理論株価} = \text{EPS} \times m$$

3) 株価収益率 (PER) Price Earning Ratio

$$\text{PER} = \frac{P}{\text{EPS}}$$

$$P = \text{EPS} \times \text{PER} = \text{EPS} \times m$$

したがって、 $\text{PER} = m$ となる。

一般に、PER の低い銘柄ほど相対的に割安であり、逆に PER が高い銘柄ほど割高と判断される。

4) 株価純資産倍率 (PBR) Price Book value Ratio

$$\text{PBR} = \frac{P}{1 \text{ 株当たり純資産 (BPS)}}$$

1 株当たりの解散価値と株価を比較した指標である。PBR が 1 を超える企業は事業投

資により増益が期待されていることを表す。

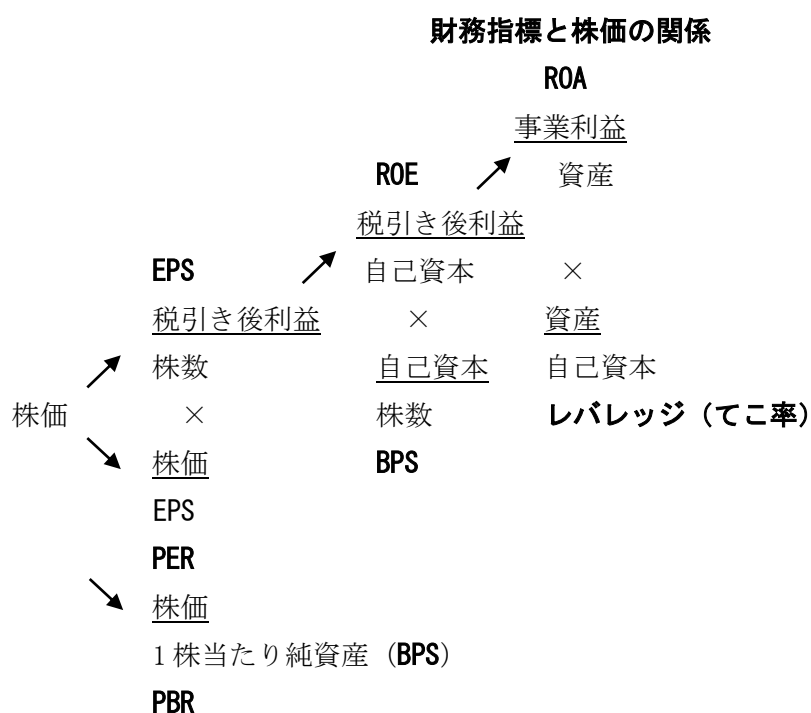
これらの指標は、各企業を選別する際、さらに、株式以外の資産と、収益率等を比較する場合にも使われる。

財務諸表指標と株価の関係

企業の経営成績は損益計算書、企業の財政状態は貸借対照表で情報開示される。投資家は、これら財務諸表から、総資本事業利益率（ROA: Return On Asset）および自己資本利益率（ROE: Return On Equity）投資判断の指標を導いている。ただし、会計期間が1年であり、四半期で仮計算される企業もある。国民経済計算と同様に、速報と確報がある。

ROE および ROA は、損益計算書と貸借対照表のデータによる比率である。株価収益率（PER: Price-Earning Ratio）と株価純資産倍率（PBR: Price-to-Book Value Ratio）はともに株価が分子であり、分母は1株当たり税引き後利益、1株当たり純資産をそれぞれあてる。株価は取引日ごとにデータが得られるが、分母は前期の損益計算書と貸借対照表のデータである。相場の変動により、営業日で変化するのはPERとPBRであり、これらは、株価の市場評価を表す比率として株式投資の参考指標に使われる。投資家は自己資本あるいは資産を期間内有効に使って、利益を上げる比率として、ROE および ROA を意識するから、経営者が株主総会でそれらを経営目標として意識しているならば、決算でその結果を示す。

米国では、経営者は、利益至上主義であるから、ROE および ROA は、株主に答える目標である。日本の経営者で、それらの比率を経営目標として、意識する人はあまりいない。



表において、上下の比率をかける（×）とその前の比率になる。株価＝EPS×PER。

ROE および ROA は、財務諸表の損益計算書と貸借対照表のデータによる比率である。PER と PBR はともに株価が分子であり、分母は 1 株当たり税引き後利益、1 株当たり純資産をそれぞれあてる。株価は取引日ごとにデータが得られるが、分母は前期の損益計算書と貸借対照表のデータである。相場の変動により、営業日で変化するのは PER と PBR であり、これらは、株価の市場評価を表す比率として株式投資の参考指標に使われる。投資家は自己資本あるいは資産を期間内有効に使って、利益を上げる比率として、ROE および ROA を意識するから、経営者が株主総会でそれらを経営目標として意識しているならば、決算でその結果を示す。

米国では、経営者は、利益至上主義であるから、ROE および ROA は、株主に答える経営目標である。日本の経営者で利益至上主義は、前ゴーン日産社長やソフトバンク社長であるが、少数である。ゴーン氏はレバノン生まれ、孫氏は在日韓国人である。日本の企業も国際化し、外国人経営者も増えているが多くはない。ROE および ROA の比率を経営目標として、意識する人はあまりいない。業界横並び的配当政策と、その控えめな配当に、見合った経営報酬を得ることで満足し、会社やっていますという社長は多い。

株式市場における投資理論は、株価と 1 株当たり税引き後利益または 1 株当たり純資産の比率を参考指標にするように、株価は、配当率 EPS または純資産比率 BPS に依存して決まると考える。株式市場の株価形成の決定的理論は、ほとんどないが、企業の投資理論は、今期以降の配当系列と実物資産の将来最適資本量を計算することによって、今期以降の投資計画が決まることを示す。株式市場の投資家は、次期以降の利益と投資計画を株価に織り込むことで、日々、株式市場において、株式を売買し、株式保有の最適資産選択を構成している。

債券オプションには、債券市場価格形成の一般均衡理論を織り込む理論があるが、株式市場価格形成の一般均衡理論は、理論化されていない。株価形成を説明する、主要な 2 つの要素、利益予想と純資産の最適量の評価が株価形成に影響する株価決定論がないためである。

4. 6 株式オプション価格の二項過程モデル

Black-Scholes[1973, J.P.E.81, 石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書, 部分訳第 11 章 190 -199 頁]の評価公式は、株式市場およびオプション市場に対して、次の 7 条件を仮定している。

- a) 短期利利率は既知であり、時間を通じて一定である。
- b) 株式価格は、株式価格の平方根に比例する分散率をもつ、連続時間ランダムウォークにしたがう。任意の有限区間の終端で可能な株式価格の分布は対数正規分布である。株式収益の分散率は一定である。
- c) 株式は配当または他の配分を支払わない。

- d) オプションはヨーロピアンであり、すなわち、満期時のみ行使される。
- e) 株式またはオプションを売買する際に、取引費用はない。
- f) 証券を買うまたは保有するために、短期利子率で証券の価格の任意の部分を借り入れることは可能である。
- g) 空売りにペナルティはない。証券を保有しない売り手は、買い手から証券価格を受け入れるだけであり、ある将来の日に証券価格に等しい額を買い手に支払うことにより、買い手と決済することに同意する。

これらの金融市場の条件は、『金融論 2021 年, p. 50, 3 章 3.4.2』において、 $M=M$ 理論の金融市場の仮定 1~仮定 5 を前提としている。金融市場は効率的な完全競争市場である。しかし、オプション理論は、4. 3 節の資産先物市場と違って、経済学でいう市場機構が設定されない。オプション理論は、テキストでも「金融工学」の理論であるということが強調される。したがって、貸付市場および債券・株式市場の市場均衡価格は、オプション理論では、所与とされる。

$M=M$ 理論の命題 I において、同じリスククラスにいる 2 つの企業の将来収益が同じであれば、市場で異なる株価が成立すると、**裁定取引**によって、株式市場で 2 つの企業の株価が変動し、企業価値が同じになるように、調整される。裁定取引の仕組みを、オプション価格の決定に応用する。

二項過程の 1 期間モデル

株式を原資産とし、1 期間後、株価 S 円が上昇するか、下落する二項分布にしたがうとする。コールは、コールの満期に、権利放棄するか、権利行使価格で株式を購入するかの二者択一できる資産である。そのコール価格は、満期の時価と権利行使価格との差額の現在価値に相当する。満期価格が権利行使価格を下回れば、権利放棄し、オプション価値を失う。上回れば、権利を行使し、株式を権利行使価格で購入し、売却すれば、売却益 = 満期価格 - 権利行使価格 - オプション価格になる。

投資家は、オプション市場と株式市場で、資産の組合せ(オプションと株式)：ポートフォリオを作成する。ヘッジド・ポートフォリオとデルタ・ヘッジを定義する。

ヘッジド (hedged) ・ポートフォリオ：「コール 1 単位の売りと株式 x 単位の買いを組み合わせ」でポートフォリオを生成する。

デルタ・ヘッジ：満期時点で、どんな株価およびコール価格に対しても、ヘッジド・ポートフォリオの価値を同じにする。

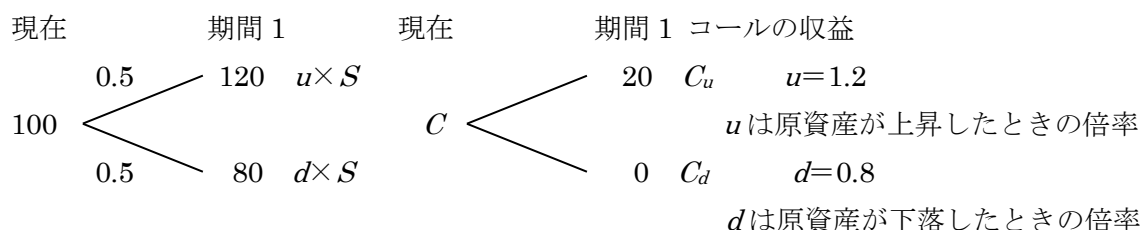
今、投資家がコール 1 単位売って、現在の株式 δ 単位を保有する資産の組み合わせをヘッジド・ポートフォリオでもつとする。さらに、ヘッジド・ポートフォリオで、満期時点、株式価格がどうであろうと、ヘッジド・ポートフォリオの価値合計は同じになるように株

式 δ 単位を保有する。これを**デルタ・ヘッジ**という。

俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社、1993年、pp. 94-98にある、コールの1期間モデルを数値例で紹介する。

コールの数値例

原資産の価格を S 円、コールの価格を C 円とする。現在価格と権利行使価格はともに 100 円とする。2 項分布の確率は、0.5 とする。期間 1 の期待株価は、 $0.5 \times 80 + 0.5 \times 120 = 100$ である。（この例では、権利行使価格をなぜ 100 にしたかは、問題にされない。数学的期待値とするのが、数理モデルでは、仮定した情報を十分に使っているの、より良い。）確率分布の 2 項分布は、オプション価値計算に、無関係であることが以下で分かる。



コール 1 単位を売ると、 C 円を得るから、投資額は $-C$ 円である。一方、株式 x 単位買い、 $100x$ 円を投資する。合計で $100x - C$ 円投資する。満期に、株価が 120 円になれば、権利行使価格 100 円で渡すから、20 円損失が出る。株式を売却すれば $120x$ 円得るから、価値合計は $120x - 20$ 円である。80 円の場合、権利行使価格 100 円より、安いので権利放棄し、コールの価値は 0 円、株式は売却すると $80x$ 円となる。価値合計は $80x$ 円である。

	現在株価 100	満期の株価 120	満期の株価 80
コール 1 単位の売り	$-C$	-20	0
株式 x 単位の買い	$100x$	$120x$	$80x$
合計	$100x - C$	$120x - 20$	$80x$
	投資額	価値	価値

上述の例で、 x を決定する。満期では、デルタ・ヘッジするから、いかなる株価でもヘッジド・ポートフォリオの価値は同じである。

$$120x - 20 = 80x$$

$$x = 20 \div 40 = 0.5$$

x は 0.5 である。満期の価値は $120 \times 0.5 - 20 = 80 \times 0.5 = 40$ である。 $x = 0.5$ を投資額 $100x - C$ に代入すると、現在の投資額は $100x - C = 100 \times 0.5 - C = 50 - C$ である。

コール・プレミアム(価格)の決定

投資額 $50 - C$ を預金あるいは債券に、非危険利子率 0.05 で運用すると、満期には、 $(50 - C)(1 + 0.05)$ となる。ヘッジド・ポートフォリオの満期価値 40 と等しくすれば、コール価格 C^* が求められる。

非危険利子率で運用・元利合計 = ヘッジド・ポートフォリオの満期価値

$$(50 - C) \times 1.05 = 40$$

$$C^* = 11.9$$

ゆえに、コール・オプション価格は 11.9 である。

もし、コール市場で、コール価格 C が C^* より低ければ、投資家は、満期では同じ価値 40 を得る。投資額を非危険資産で運用するより、ヘッジド・ポートフォリオに投資すれば、安く、同じ満期価値を得る。ヘッジド・ポートフォリオに買い手が増え、コール価格が上がる裁定取引が働き、コール価格 C^* となる。

プットの数値例は、次の表になる。

	現在株価	満期の株価	
	100	120	80
プット 1 単位の買い	P	0	20
株式 x 単位の買い	$100x$	$120x$	$80x$
合計	$100x + P$	$120x$	$80x + 20$
	投資額	価値	価値

デルタ・ヘッジをすると、 $120x = 80x + 20$ ，ゆえに、 $x = 0.5$ である。投資額 $50 + P$ を非危険資産で運用すると、 $(50 + P) \times 1.05 = 60$ より、 $P = 60 \div 1.05 - 50 = 7.1$ である。

(俊野・大村『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社，1993 年)

二項過程の 1 期間モデルの公式

離散確率過程をもつオプション価格決定は、①ヘッジド・ポートフォリオにオプション価格の公式を求める場合、②および③コピー・ポートフォリオの場合の 3 種類が、提案された。①は、俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社，1993 年，pp. 94-98 および J. C. Hull『フィナンシャルエンジニアリング (第 3 版)』きんざい，1998 年，pp. 273-277 にある。②は，Sharp, W.F., Investment, 1978(岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社，1989 年，pp. 122-124) にある。③は，Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., “Option Pricing: A Simplified Approach,” J.F.E7 (1979)229-263 にある。

① ヘッジド・ポートフォリオにオプション価格の公式を求める場合

現時点の株式価格 S 円，コール・オプション価格 C 円，権利行使価格 K 円，満期時点での株式増加額 $u \times S$ 円，株式減少額 $d \times S$ 円，それぞれのコールの収益 C_u 円， C_d 円，**株式を x 単位購入する**。満期時点のコールの価値は， $C_u = \text{Max}[0, u \times S - K]$ ， $C_d = \text{Max}[0, d \times S - K]$ と表す。二項分布の確率は，株価が上昇する確率を q とする。

デルタ・ヘッジ戦略：満期時点 T の株価を S_T ，コール・オプション価格を C_T とする。任意の (S_T, C_T) に対して，ヘッジド・ポートフォリオ $(x, -1)$ の価値を同じにする。

デルタ・ヘッジ戦略をとるならば，現時点の投資額は， $(S, C) \cdot (x, -1)$ であり，確定

利子率 r で運用すると、満期時点では、ヘッジド・ポートフォリオ $(x, -1)$ の収益 $(S_T, C_T) \cdot (x, -1)$ に等しい.

$$(S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = (S_T, C_T) \cdot (x, -1).$$

$S_T = u \times S, C_T = C_u$ のとき, $(S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = (uS, C_u) \cdot (x, -1).$

$S_T = d \times S, C_T = C_d$ のとき, $(S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = (dS, C_d) \cdot (x, -1).$

これら連立方程式を解くと

$$x = \frac{C_u - C_d}{(u - d) S}, \quad C = \frac{\{(1+r) - d\} C_u + \{u - (1+r)\} C_d}{(1+r) (u - d)}$$

$p = \frac{1+r-d}{u-d}$ と置けば, 次のコール価格の公式がえられる.

$$\text{コール価格: } C = \frac{p C_u + (1-p) C_d}{1+r}$$

上の数値例では, 120 円のとき, $C_u = \text{Max}[0, u \times S - K] = \text{Max}[0, 1.2 \times 100 - 100] = 20$,
80 円のとき, $C_d = \text{Max}[0, d \times S - K] = \text{Max}[0, 0.8 \times 100 - 100] = 0$.

$r=0.05$ であるから,

$$p = (1+r-d)/(u-d) = (1+0.05-0.8)/(1.2-0.8) = 0.25/0.4 = 0.625.$$

コール・オプション価格の公式から, $C = \{0.625 \times 20 + (1-0.625) \times 0\} / 1.05 = 11.9$ である.

リスク中立化法

仮定により, 二項分布の確率 q は, C_u が起こる確率であり, $1-q$ は, C_d が起こる確率であるから, コール価格の公式には, 二項分布の確率は内包されている. すなわち, 内積 $(S_T, C_T) \cdot (x, -1)$ の期待値を取るならば,

$$\begin{aligned} E[(S_T, C_T) \cdot (x, -1)] &= (E[S_T], E[C_T]) \cdot (x, -1) \\ &= q (uS, C_u) \cdot (x, -1) + (1-q) (dS, C_d) \cdot (x, -1) \\ &= (\{qu + (1-q)d\} S, q C_u + (1-q) C_d) \cdot (x, -1). \end{aligned}$$

$$\text{ゆえに, } E[S_T] = quS + (1-q)dS, \quad E[C_T] = q C_u + (1-q) C_d. \quad (1)$$

マーチンゲール: 現在および将来も, 平均的には, 期待値が同じである確率過程を**マーチンゲール**という.

二項過程に, マーチンゲールの仮定を加えると,

$$S = E[S_T], \text{ すなわち, } S = \{pu + (1-p)d\} S. \quad p = (1-d)/(u-d) \quad (2)$$

ところが, 投資家がデルタ・ヘッジ戦略をとるとすれば, 次式が成立する.

$$(S, C) \cdot (x, -1) (1+r) = E[(S_T, C_T) \cdot (x, -1)]$$

これは,

$$(S, C) \cdot (x, -1) = E[(S_T, C_T) \cdot (x, -1)] / (1+r) \\ = (\{pu+(1-p)d\} S / (1+r), \{pCu+(1-p)Cd\} / (1+r)) \cdot (x, -1).$$

ゆえに、将来価値の割引価値 $S / (1+r)$ の平均値 $E[S_T / (1+r)]$ が、現在価値 S に等しい、マーチンゲールを表している。すなわち、

$$S = E[S_T / (1+r)].$$

この分布は、二項分布であるが、マーチンゲールの性質を満たすから、(1)の二項分布の確率 q とは違う。デルタ・ヘッジ戦略を仮定すれば、(2)式から、

$$S = \{pu+(1-p)d\} S / (1+r) \\ 1 = \{pu+(1-p)d\} / (1+r), \quad p = (1+r-d)/(u-d). \quad (3)$$

投資家が、デルタ・ヘッジ戦略をとれば、マーチンゲールの性質を仮定していることになる。

$pCu+(1-p)Cd$ は、 C_T の平均値となり、 $1+r$ で割り引いたコール割引現在価格は、

$$E\left[\frac{C_T}{1+r}\right] = \frac{pCu+(1-p)Cd}{1+r} = C$$

となり、現在価格 C と期待割引現在価値 $E[C_T / (1+r)]$ が等しくなる。確率 p は**マーチンゲール確率**という。この仕組みを**リスク中立化法**という。

債券オプション理論では、利子率が平均回帰する傾向があるため、確率過程をマーチンゲールと仮定し、オプション価格を決定する。株式オプションでは、株価が平均回帰する固有の傾向があるとは言えない。確率過程は、離散過程ではなく、連続過程である。

プット・オプション価格 P の公式

次に、プット・オプション価格 P の公式を同様にして求める。株式価格 S 円、プット・オプション価格 P 円、権利行使価格 K 円、満期時点での株式増加額 $u \times S$ 円、株式減少額 $d \times S$ 円、それぞれのプットの収益 P_u 円、 P_d 円、株式を x 単位購入する。満期のプットの価値は、 $P_u = \text{Max}[0, K - u \times S]$ 、 $P_d = \text{Max}[0, K - d \times S]$ である。

デルタ・ヘッジ：満期時点において、任意の任意の (S_T, P_T) に対して、プット（売る権利）1 単位の買いに、株式 x 単位の買いのヘッジド・ポートフォリオ $(x, 1)$ の価値を同じにする。

投資額は、 $(S, P) \cdot (x, 1)$ であり、確定利子率 r で運用すると、満期では、ヘッジド・ポートフォリオ $(x, 1)$ の収益 $(S_T, P_T) \cdot (x, 1)$ に等しい。

$$(S, P) \cdot (x, 1) (1+r) = (S_T, P_T) \cdot (x, 1).$$

$$S_T = u \times S, P_T = P_u \text{ のとき, } (S, P) \cdot (x, 1) (1+r) = (u \times S, P_u) \cdot (x, 1).$$

$$S_T = d \times S, P_T = P_d \text{ のとき, } (S, P) \cdot (x, 1) (1+r) = (d \times S, P_d) \cdot (x, 1).$$

これら連立方程式を解くと

$$x = \frac{P_d - P_u}{(u - d) S}, \quad P = \frac{\{(1+r) - d\} P_u + \{u - (1+r)\} P_d}{(1+r)(u - d)}$$

$p = \frac{1+r-d}{u-d}$ と置けば、次のプットの公式がえられる。

$$\text{プット} \quad P = \frac{pP_u + (1-p) P_d}{1+r}$$

②および③コピー・ポートフォリオの場合

コピー (replicate) ・ポートフォリオを定義する。

コピー (replicate) ・ポートフォリオ: コールの収益と、資産市場にある他の商品とを組み合わせたポートフォリオの収益が一致するポートフォリオが生成できれば、コールの収益のコピー (replicate) ・ポートフォリオという。

コピー・ポートフォリオによるオプション価格の公式

コピー・ポートフォリオは、一通りではない。その例は、日本のテキストで取り上げられているが、それらは、原論文の著者によっている。その関係は、それぞれ、原論文を読まない限り、説明されないので、混乱のもとである。コピー・ポートフォリオは、②および③の 2 種類あるが、いずれの方法でも、コール価格の公式は同値である。さらに、①デルタ・ヘッジド・ポートフォリオと、変形すれば、同値である。

オプション市場において、コール 1 単位の購入と、同じ収益となる、資産市場において調達できる、②「株式 x 単位買う、利子率 r で y 円貯蓄」コピー・ポートフォリオ (Sharp, W.F., Investment, 1978), および③「株式 x 単位買う、借入利子率 r で y 円借入れ」コピー・ポートフォリオ (Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., "Option Pricing: A Simplified Approach," J.F.E7 (1979) 229-2631) とは、同値である。

②「株式 x 単位買う、利子率 r で y 円貯蓄」コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」を対応させる。それぞれ、満期のコールの収益 C_u および C_d と一致させ、連立方程式で x と y を求める。

コピー・ポートフォリオとコール 1 単位の購入」との連立方程式は、

$$xu \times S + (1+r)y = C_u$$

$$xd \times S + (1+r)y = C_d$$

$$x = \frac{C_u - C_d}{(u - d) S}, \quad y = \frac{u C_d - d C_u}{(u - d)(1+r)}.$$

コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」は、満期の収益が同じであるから、資産市場において、裁定が働き、投資額はそれぞれ同じになる。すなわち、 $C = x \times S + y$. (岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社、1989 年、pp. 122-124).

③「株式 x 単位買う，借入利率 r で y 円借入れ」コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」を対応させる連立方程式は，

$$xu \times S - (1+r)y = C_u$$

$$xd \times S - (1+r)y = C_d$$

$$x = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}, \quad y = \frac{dC_u - uC_d}{(u-d)(1+r)}.$$

$$C = x \times S - y.$$

(榊原茂樹，青山護，浅野幸弘『証券投資論第 3 版』日本経済新聞社，1991 年，pp. 383-384).

先にのべた，二項過程のデルタ・ヘッジ①「コール 1 単位の売り，株式 x 単位買う」は，

$$(xS - C)(1+r) = xuS - C_u.$$

$$(xS - C)(1+r) = xdS - C_d.$$

から，まず，左辺は，同じ収益 $(xS - C)(1+r)$ であるから，②および③の x と同じ値が求められる．その x を右辺に代入すると，どちらの式でも，投資額 $xS - C = (xuS - C_u) / (1+r)$ が決まり， C について解く．①と，②および③との違いは，投資額と y との違いである．

(俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社，1993 年，pp. 94-98)．または，(J. C. Hull『フィナンシャルエンジニアリング〈第 3 版〉』きんざい，1998 年，pp. 273-277) を参照せよ．

次節で述べる連続モデルである，Black-Scholes モデルは，ヘッジド・ポートフォリオ「コール 1 / w_1 単位売り」と**株式 1 単位の買い**であり，①のタイプである．

以上のように，二項過程モデルを設定する論者によって，ポートフォリオが異なるが，デルタ・ヘッジ戦略をとっているので，コール・オプション価格の公式は同じである．

オプション価格の公式から，コール価格 C ，プット価格 P が，決定要因で増減する方向を，上昇ならば↑で表すと以下ようになる．

二項過程モデルの特徴（要因の上昇の場合）

満期期間および配当金は省略する．

決定要因	コール C	プット P
原資産価格 S	↑	↓
権利行使価格 K	↓	↑
原資産の価格変動性 u, d	↑	↑
非危険利率 r	↑	↓

4. 7 Black-Scholes オプション価格の決定論

Black-Scholes[1973, J.P.E.81, 石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書, 部分訳第 11 章 190 -199 頁]は, 資産のオプション価格を決定する公式を示したことで, 有名である. 本節では, 評価公式 (The Valuation Formula) を要約する.

期間は連続である. 原資産を株式とし, 時点 t における株価を $x(t)$ とする. オプションの値を $w(x, t)$ とする. オプションは, 株式の買い建て 1 株とそのオプションの売り建てを同時に行うヘッジ・ポジションをとる. すなわち, 時点 t において, $x(t) \times 1 - w(x, t) \times \text{オプション数} = 0$ となるように, オプション数 C を決めれば, 任意の価格 ($x(t)$, $w(x, t)$) で相殺される. このヘッジ式 $x(t) - w(x, t) \times C = 0$ を微分すると,

$$\frac{dx}{dt} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} \times C = 0$$

であるから, オプションの数 C は $1/w_1$ となる. w_1 は, 変数 x に関する $w(x, t)$ の偏導関数を表す.

$$1/w_1 \quad (1)$$

ヘッジ・ポジションの収益は

$$x - w/w_1 \quad (2)$$

である.

微小時間 Δt における収益の微小変化を次式で表す.

$$\Delta x - \Delta w/w_1 \quad (3)$$

$\Delta w = w(x + \Delta x, t + \Delta t) - w(x, t)$ は, **伊藤の公式** より

$$\Delta w = w_1 \Delta x + 1/2 w_{11} v^2 x^2 \Delta t + w_2 \Delta t \quad (4)$$

(4) 式を (3) 式に代入する.

$$- \left(\frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 + w_2 \right) \frac{\Delta t}{w_1} \quad (5)$$

(5) 式は Δx を含まないから確定する. したがって, Δt における収益の微小変化 (3) は, 当初の収益 $x - w/w_1$ を Δt 時間, 確定利子率 r で運用した収益と一致する.

$$- \left(\frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 + w_2 \right) \frac{\Delta t}{w_1} = (x - w/w_1) r \Delta t \quad (6)$$

(6) 式を整理すると

$$w_2 = r w - r x w_1 - \frac{1}{2} v^2 x^2 w_{11} \quad (7)$$

t^* をオプションの満期とし, c を権利行使価格とする. 境界条件は次式である.

$$\begin{aligned} w(x, t^*) &= x - c \quad \cdots \quad x \geq c \\ &= 0 \quad \cdots \quad x < c \end{aligned} \quad (8)$$

境界条件(8)のもとで、偏微分方程式(7)を解くと、一意解 $w(x, t)$ があり、次のオプション価格がえられる。 $N(d)$ は正規分布関数である。

$$w(x, t) = xN(d_1) - ce^{r(t-t^*)}N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\log_e \frac{x}{c} + (r + \frac{1}{2}v^2)(t^* - t)}{\frac{c}{v\sqrt{t^* - t}}}$$

$$d_2 = \frac{\log_e \frac{x}{c} + (r - \frac{1}{2}v^2)(t^* - t)}{\frac{c}{v\sqrt{t^* - t}}}$$
(13)

一般の読者で、Black-Scholes オプション価格決定理論で、数学的理解が困難なのは、

- ①伊藤の公式(4) $\Delta w = w_1 \Delta x + \frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 \Delta t + w_2 \Delta t$ を理解すること、
- ②境界条件(8)のもとで、偏微分方程式(7)を解くと、一意解 $w(x, t)$ があることである。

伊藤の公式(4)は、関数 $w(x, t)$ の Taylor 展開である。

偏微分方程式(7)は、変数変換すると、物理学の熱伝導方程式と同じ形、

$$y_2 = y_1,$$

となり、解法がある。石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書を参照のこと。

練習問題

1. ある個人が第 1 期において得た 100 万円の所得を 2 期間にわたって全部支出する。個人の効用関数は、

$$u = C_1 C_2 \quad [u: \text{効用水準}, C_i: \text{第 } i \text{ 期の支出額 } (i=1, 2)]$$

で示され、個人の第 1 期における貯蓄には 5% の利子がつくものとする。

個人は効用最大化を図るものとする。個人の第 1 期の貯蓄額はいくらか。ただし、個人の第 1 期の所得と第 2 期の利子収入には 10% の所得税が賦課されるものとする。

地方上級試験平成 7 年度復元問題

- 1 40 万円
- 2 45 万円
- 3 50 万円
- 4 55 万円
- 5 60 万円

2. (ERE02. 3. 3 出題) ライフ・サイクル仮説にしたがって消費・貯蓄計画を立てている人がいるとする。今年 31 歳のこの人は、60 歳で引退するまで毎年 300 万円の一定の所得があり、引退後の 61 歳からは所得がゼロとなるが、80 歳まで寿命があると考えている。また、現在の貯蓄残高は、500 万円である。

この人が、生涯にわたって毎年の消費額を一定にするように計画しているとする、今年の貯蓄額は次のうちいくらになるか。ただし、利子はなく、死後には資産も借金も遺さないものとする。

- (1) 110 万円 (3) 150 万円
(2) 130 万円 (4) 貯蓄しない

金融数学 2 確率と統計

確率の知識

その結果が偶然に支配されている実験や観測を**試行**という。試行の結果、起こることがらを**事象**という。

起こる事象が全部で n 通りあり、そのどれが起こることも、同様に確からしいとする。そのうち、事象 A の起こる場合が a 通りであるとき、事象 A の起こる**確率**を

$$p = \frac{a}{n} \quad \text{とする。}$$

a の値の範囲は、 $0 \leq a \leq n$ である。事象 A の起こる確率 $p = \frac{a}{n}$ は次の範囲にある。

$$0 \leq p \leq 1$$

特に、必ず起こる事象の確率 p は 1 である。また、決して起こらない事象の確率 p は 0 である。

試行の結果、その値が定まる変数を**確率変数**といい、大文字 X, Y で表す。確率変数のとる値とその値を取る確率を対応させたものを**確率分布**という。

二項分布

ある試行において、事象 A の起こる確率を p とし、その余事象(事象 A の起こらない)の確率を $1-p$ とする。この試行を n 回繰り返すとき、事象 A の起きる確率変数を X とすれば、 X の確率分布は

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, \dots, n).$$

この確率分布を**二項分布**という。二項分布の平均は、 $E[X] = np$ 、分散は、 $V[X] = np \times (1-p)$ である。

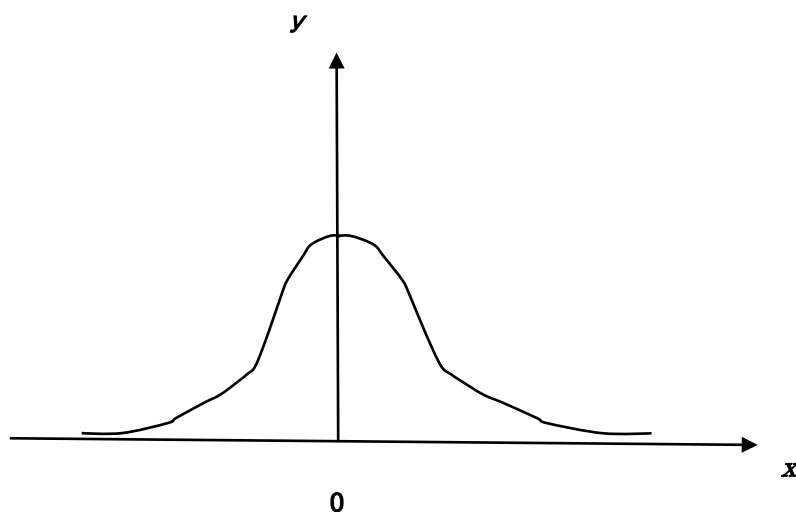
標準正規分布

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

で表される曲線を**標準正規曲線**という。標準正規曲線の性質は、すべての x に対して、 $y \geq 0$ であり、標準正規曲線と x 軸とで囲まれる面積は 1 である。 $x=0$ に対して、対称であり、釣鐘状である。

連続に変化する確率変数 Z が、区間 $[a, b]$ でとる値の確率を $P(a \leq Z \leq b)$ とする。確率

$P(a \leq Z \leq b)$ が標準正規曲線と x 軸, $x=a$, $x=b$ で囲まれる面積で与えられるとき, Z の分布を**標準正規分布**という. 標準正規分布の平均は 0, 分散は 1 である.



標準正規曲線

以上の確率の知識を資産選択理論に応用する. 収益率の確率変数を R , 確率変数 R の実現値を r , その確率を p とする. 収益率 R の確率分布を次の通りとする.

収益率 R の実現値	r	-0.05	0.05	0.1	0.2
確率	p	0.2	0.2	0.4	0.2

平均 $\mu = E[R] = r_1 \times p_1 + \dots + r_n \times p_n$

$$= -0.05 \times 0.2 + 0.05 \times 0.2 + 0.1 \times 0.4 + 0.2 \times 0.2 = 0.08$$

分散 $\sigma^2 = E[R - \mu]^2 = (r_1 - \mu)^2 \times p_1 + \dots + (r_n - \mu)^2 \times p_n$

$$= (-0.05 - 0.08)^2 \times 0.2 + (0.05 - 0.08)^2 \times 0.2 + (0.1 - 0.08)^2 \times 0.4 + (0.2 - 0.08)^2 \times 0.2 = 0.0066$$

標準偏差 $\sigma = \sqrt{0.0066} = 0.0812$

2 つの確率変数 R , S の平均をそれぞれ μ_R , μ_S とし, 確率変数 R , S の分散をそれぞれ σ_R^2 , σ_S^2 とする. 確率変数 R , S の共分散を, σ_{RS} と表せば,

共分散 $\sigma_{RS} = E[(R - \mu_R)(S - \mu_S)]$

$$= (r_1 - \mu_R)(s_1 - \mu_S) \times p_1 + \dots + (r_n - \mu_R)(s_n - \mu_S) \times p_n$$

このとき, $\sigma_{RS} / \sigma_R \sigma_S$ を相関係数といい, ρ_{RS} と表わす.

相関係数 $\rho_{RS} = \sigma_{RS} / \sigma_R \sigma_S$

相関係数の性質は, $-1 \leq \rho_{RS} \leq 1$ である.

$-1 < \rho_{RS} < 1$ のとき, 確率変数 R , S は, **不完全相関** するといい,

$\rho_{RS} = 1$ のとき, **完全正相関**, $\rho_{RS} = -1$ のとき, **完全負相関** するといい,

$\rho_{RS} = 0$ のとき, 確率変数 R , S は, 互いに独立である.

離散確率過程

ある試行において、成功の事象 A の起こる確率を p とし、その余事象(事象 A の起こらない)の確率を $1-p$ とする。この試行を独立して、つぎつぎに行なう**系列**を考える。

上述の二項分布の定義から、

n 回繰り返すとき、第 n 回までの成功回数を X とすれば、 X の確率分布は

$$P(X=x) = {}_nC_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=0, \dots, n)$$

の二項分布にしたがう。

試行の系列にともなう確率変数列 $\{X_0, \dots, X_n, \dots\}$ を**確率過程**とよぶ。

5. 最適資産選択理論

現役世代は、退職まで、月給とボーナス等の臨時所得がある。毎月の貯蓄額は、金融商品の選択により、蓄積される。資産蓄積方法には、**資産選択理論**がある。これは、多様な金融商品は、予定された収益を確実に得られるわけではない。商品の平均収益率とその実現値の散らばり具合(分散)を考慮して、商品を分散投資した方が、1つの商品に集中投資するより、希望する収益率を実現しやすい。資産選択理論は、投資家の最適な分散投資の方法を決定する。

5. 1 最適資産選択理論

消費者が、ライフ・サイクル理論で決めた貯蓄額を他の資産に投資する際、将来価値変動しない特性のある貨幣と、確率的に価格変動する債券または株式の分け方(割分)を決定する。これを資産選択理論という。資産選択理論は、「期待収益率に対して、ポートフォリオの分散を最小化する有効フロンティアのもとで、期待効用関数を最大にする最適な投資割分を選択する」。最適化の手順は、次の通りである。

- ・各資産を収益率で比較し、ポートフォリオ(資産の一覧表)を作成する。
- ・各期待収益率に対し、リスク(分散)を最小にするポートフォリオ(有効フロンティア)を作成する。
- ・投資家は資産の収益率の確率分布を選び、収益率の実現値に対して効用をもつ。
- ・投資家は、有効フロンティア上で、期待効用を最大にするポートフォリオを選択する。

資産選択理論あるいは平均・分散分析を、もっとも簡単な貨幣・債券の2種類の資産がある場合、債券・株式の2危険資産、および貨幣・債券・株式の3資産の場合を、資産選択理論によって、資産の最適投資割合を求める。

最後に、資産選択理論にもとづいて、資産市場で実践する方法を示す。すなわち、資産の最適投資割合を保って、投資資金を資産に配分する方法である。

資産の収益率と性質

投資家が選択する 3 資産を貨幣、債券、株式とする。それぞれの収益率を定義する。収益率は、現在ある資産に投資したとき、ある期間（たとえば 1 年）たった、その資産を売却したときえられる収益を投資額で割った比率である。1 年後の利息は確定しているが、1 年後の配当、1 年後の利付債単位価格および 1 年後の株式 1 株価格は予想値である。

$$\text{貨幣の投資収益率 } m = \frac{\text{1 年後の現金 1 円} - \text{現在の 1 円}}{\text{現在の 1 円}} = 0$$

$$\text{利付債投資収益率 } b = \frac{\text{1 年後の利息} + (\text{1 年後の利付債単位価格} - \text{現在の利付債単位価格})}{\text{現在の利付債単位価格}}$$

$$\text{株式の投資収益率 } s = \frac{\text{1 年後の 1 株当りの配当} + (\text{1 年後の株式価格} - \text{現在の株式価格})}{\text{現在の株式価格}}$$

投資家の収益指標を期待収益率とし、投資家のリスク指標を期待収益率の分散または標準偏差とする。

1) 1 安全資産と 1 危険資産(貨幣・債券)モデル

投資家は、貨幣と債券の 2 種類のポートフォリオ（資産の一覧表）を選択する。以下は、ポートフォリオの収益率 R を定義し、その期待値(平均値) μ_R と分散 σ_R^2 (標準偏差 σ_R) を求める。

貨幣の収益率は 0 であり、利付債の利息(クーポン)率を $r = \text{利息} / \text{現在の債券価格}$ 、capital gain or loss 率 $G = (\text{1 年後の利付債単位価格} - \text{現在の利付債単位価格}) / \text{現在の利付債単位価格}$ とする。貨幣と債券の 2 種類のポートフォリオの場合、予想値があるのは債券価格のみであり、債券価格に含まれる値上がりまたは値下がり率 G は、確率変数とする。確率変数 G の性質は、期待値(平均値) μ_g および分散 σ_g^2 (標準偏差 σ_g) で表される。 $\mu_g = 0$ および σ_g は一定を仮定する。

貨幣と債券のポートフォリオの収益率を R とする。2 資産に投資した割合を、それぞれ、 $A_1, A_2 \geq 0$ とする。 $A_1 + A_2 = 1$ である。ポートフォリオ収益率 $R = A_1 \times 0 + A_2 \times (r + G) = A_2 \times (r + G)$ の期待値と分散を計算する。

$$\begin{aligned} \text{期待値 } \mu_R = E[R] &= E[A_2 \times (r + G)] = A_2 E[r + G] = A_2 \{E[r] + E[G]\} \\ &= A_2 \{r + 0\} = A_2 r \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{分散 } \sigma_R^2 &= E[R - E[R]]^2 = E[A_2 \times (r + G) - A_2 r]^2 = E[A_2 G]^2 \\ &= A_2^2 E[G]^2 = A_2^2 \sigma_g^2 \end{aligned} \quad (2)$$

以上の計算は期待値 E の公式を使っている。

$$\begin{aligned} \text{定数 } r \text{ のとき, } E[r] &= r, \quad E[r + G] = E[r] + E[G], \\ E[A_2 \times (r + G)] &= A_2 E[r + G]. \end{aligned}$$

有効フロンティアの作成

各期待収益率 μ_R に対し、リスク(分散 σ_R^2)を最小にする債券の割合 A_2 を求める。分散 σ_R^2 を最小にする債券の割合 A_2 が描く軌跡を**有効フロンティア**という。

(2) 式 $\sigma_R^2 = A_2^2 \sigma_g^2$ から, $A_2 = \sigma_R / \sigma_g$. $A_1 = 1 - \sigma_R / \sigma_g$.
 $A_2 = \sigma_R / \sigma_g$ を (1) 式 $\mu_R = A_2 r$ に代入すると, **投資機会線または有効フロンティア**がえられる.

$$\mu_R = (r / \sigma_g) \sigma_R \quad (3)$$

図 5.1 において, 期待収益率と標準偏差の平面上に描くと, 直線 $\mu_R = (r / \sigma_g) \sigma_R$ となる. この直線の右側では, 各期待収益率 μ_R に対する標準偏差 σ_R がより大きいことが見て取れる. この直線がリスク (分散 σ_R^2) を最小にする債券の割合 A_2 が描く直線であり, 有効フロンティアである.

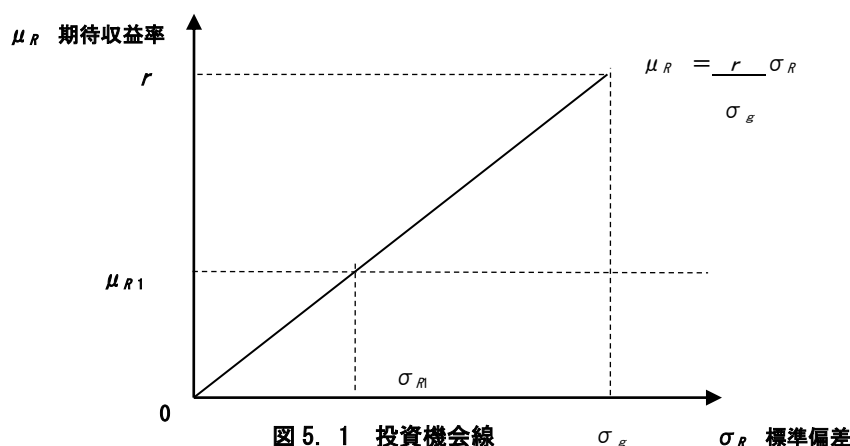


図 5.1 投資機会線

図 5.1 において, 有効フロンティア (3) 線上で, 原点は, $A_1=1$ であり, 貨幣に, 投資資金をすべて投資することを意味する. 点 (r, σ_g) で, $A_2=1$ となり, 債券にすべて投資する.

(3) 線上の原点 0 と点 (r, σ_g) との線分を内分する点で, 保有割合が決まる. 外分点は, 点 (r, σ_g) の右上方向で信用買いと原点 0 の左下方向で空売りを決める.

期待収益率を μ_{R1} で固定すると, 点 (μ_{R1}, σ_{R1}) で, 保有割合が決まる. 直線 $\mu_R = \mu_{R1}$ の右へ, 標準偏差すなわちリスクは大きくなり, 投資機会線上の期待収益率は上昇する.

投資家の行動基準

投資家の期待効用

投資家が有効フロンティアのどの期待収益率を選ぶかは, von Neumann-Morgenstern の「期待効用最大化の仮説」にしたがう.

期待効用最大化の仮説

「各投資家は, 期待収益率の実現値 $R=r$ に対して, 効用関数 $U(R)$ をもち, 効用関数の期待値 $E[U(R)]$ が最大となる確率分布を選ぶ.」

投資家の分類

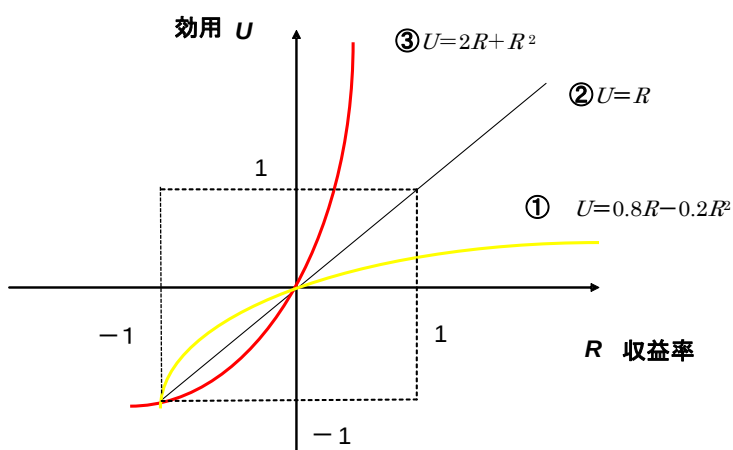
投資家は, 効用関数 $U(R)$ によって, 主に, 3 つのタイプに分類される. すなわち, 危険回避者, 危険中立者, 危険愛好者である. 危険中立者はリスクに無関心であるので, 効用

関数の期待値を取るとリスクの指標である分散が入らない。他の2者は、分散が入る。

それぞれの期待収益率 R に対する効用関数を Tobin にしたがって、つぎのように仮定する (J. Tobin, "The Theory of Portfolio Selection," in F. H. Hahn and F. P. R. Brechling, eds., The Theory of Interest Rates, Macmillan, 1965, Ch.1, p.16)。

- | | |
|-------------|---------------------------------|
| ①危険回避者の効用関数 | $U=0.8R-0.2R^2=-0.2(R-2)^2-0.8$ |
| ②危険中立者 " | $U=R$ |
| ③危険愛好者 " | $U=2R+R^2=(R+1)^2-1$ |

図 5.2 投資家の効用関数



3つのタイプの期待効用関数は次のように計算される。

危険回避者の期待効用関数

$$\begin{aligned} E[U(R)] &= E[0.8R-0.2R^2] = 0.8\mu_R - 0.2(\mu_R^2 + \sigma_R^2) \\ &= -0.2\{\sigma_R^2 + (\mu_R - 2)^2 - 4\} \end{aligned} \quad (4)$$

危険中立者の期待効用関数

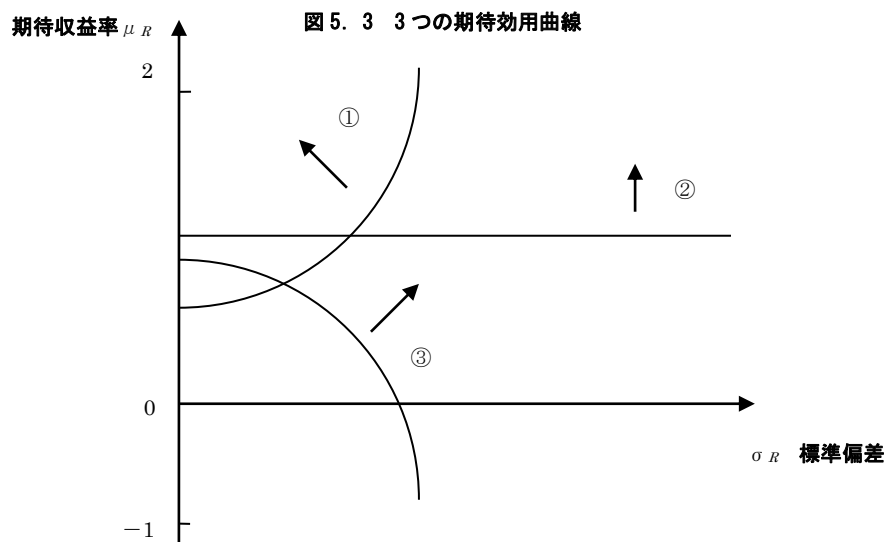
$$E[U(R)] = \mu_R$$

危険愛好者の期待効用関数

$$E[U(R)] = E[2R+R^2] = 2\mu_R + \mu_R^2 + \sigma_R^2 = \sigma_R^2 + (\mu_R + 1)^2 - 1$$

図 5. 2 において，危険回避者，危険愛好者はともに円の方程式であり，危険回避者は北西方向に同心円が行くにつれて，期待効用が高くなる．危険愛好者は北東方向である．危険中立者は，水平線となり，上に行くほど期待効用が高い．

経済学では，危険回避者を想定することが多い．危険愛好者は，投機者である．分散または標準偏差を経済行動の最適化にもちいるのが，資産選択理論である．



3つの効用曲線を図 5. 3 に表す．各矢印の方向に，各効用は高くなる．

最適ポートフォリオの求め方

危険回避者では，期待効用関数の接線の傾きは

$$\frac{d \mu_R}{d \sigma_R} = - \frac{\sigma_R}{\mu_R - 2} \quad (5)$$

投資機会曲線の傾きは(3)式から

$$r / \sigma_g \quad (6)$$

期待効用が最大となるのは，2つの傾きが等しいときであるから

$$- \frac{\sigma_R}{\mu_R - 2} = \frac{r}{\sigma_g} \quad (7)$$

$\mu_R = A_2 r$, $\sigma_R = A_2 \sigma_g$ を(7)式に代入

$$A_2 = \frac{2r}{r^2 + \sigma_g^2}$$

これが**債券の最適保有率**である．接点(μ_R^* , σ_R^*)は，

$$\mu_R^* = \frac{2r^2}{r^2 + \sigma_g^2}, \quad \sigma_R^* = \frac{2r^2 \sigma_g}{r^2 + \sigma_g^2} \quad \text{である.}$$

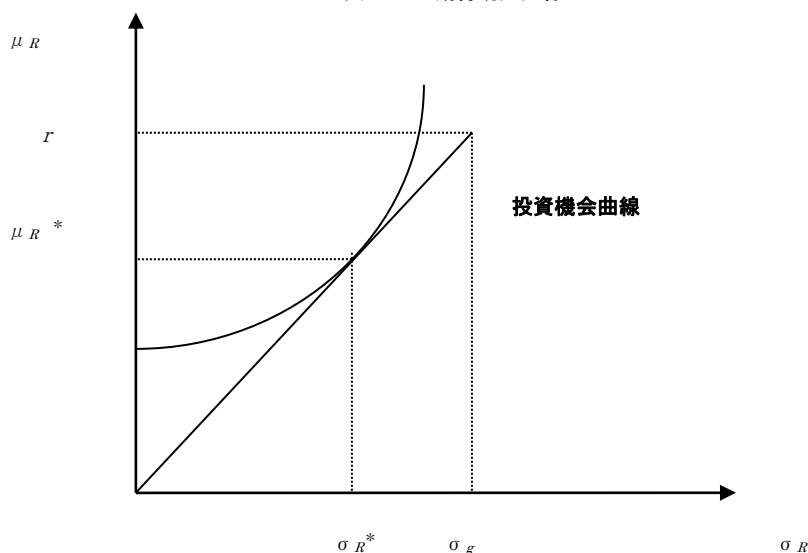
分析 $\sigma_g > r$ とする. クーポン率 r が上昇するならば, 債券保有率 A_2 は増加する.

$$\frac{dA_2}{dr} = \frac{2(r^2 + \sigma_g^2) - 4r^2}{(r^2 + \sigma_g^2)^2} = \frac{(\sigma_g - r)(\sigma_g + r)}{(r^2 + \sigma_g^2)^2} > 0.$$

最適ポートフォリオを求める図解

横軸にリスクを表す, 標準偏差 σ_R をとり, 縦軸に期待収益率 μ_R をとる. 投資機会線 (3) は, 原点を通る傾き r / σ_g の直線である. 危険回避者の期待効用曲線は, (4) 式より, 中心 $(0, 2)$ の同心円である. 図 5.4 において, 投資機会線と期待効用の無差別曲線は, 点 (μ_R^*, σ_R^*) において, 接する. この点が, 最適なポートフォリオである.

図 5.4 期待効用曲線



2) 2 危険資産モデル

- ・ 2 危険資産の有効フロンティアを求める.
- ・ 有効フロンティア上で, 期待効用を最大にするポートフォリオを求める.

2 危険資産を仮定し, 株式の収益率を S , 債券の収益率を B とする. 収益率 $R = A_1 S + (1 - A_1) B$ と定義する. 収益率の分散 σ_R^2 は,

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= E[R - E[R]]^2 = (\sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)A_1^2 + \\ &\quad 2(\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B - \sigma_B^2)A_1 + \sigma_B^2 \\ &= (\sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B) \{A_1 + (\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B - \sigma_B^2) / \Delta\}^2 \\ &\quad + \sigma_B^2 - (\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B - \sigma_B^2)^2 / \Delta \end{aligned} \quad (8)$$

と表わされる. ここで, $\Delta = \sigma_S^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B$ である. この分散は, A_1 の値を変化させることにより, 最小値 σ_R^{*2} が求まる. ρ_{SB} は相関係数であり, 確率変数 S と B は, 統計的に独立を仮定しない. 統計的独立であれば, $\rho_{SB} = 0$ である. 数値例では, 独立の場合を計算している.

$$\sigma_R^{2*} = \frac{\sigma_S^2 \sigma_B^2 (1 - \rho_{SB}^2)}{\Delta}$$

また、そのときの A_1 の値は、 $A_1^* = (\sigma_B^2 - \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B) / \Delta$ である。最小値 σ_R^{2*} のときの平均値 μ_R^* は、 $\mu_R^* = \mu_B + A_1^* (\mu_S - \mu_B)$ で表されるから、(8)式は、双曲線の方程式に変形する。

$$\sigma_R^2 = \Delta \{A_1 - A_1^*\}^2 + \sigma_R^{2*} = \Delta (\mu_R - \mu_R^*)^2 / (\mu_S - \mu_B)^2 + \sigma_R^{2*}. \quad (9)$$

となる。双曲線の形(金融数学 2)に、(9) 式を変形すると、次の式になる。

$$\frac{\sigma_R^2}{\sigma_R^{2*}} - \frac{(\mu_R - \mu_R^*)^2}{\sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2 / \Delta} = 1.$$

最適ポートフォリオを求める図解

横軸にリスクを表す、標準偏差 σ_R をとり、縦軸に期待収益率 μ_R をとる。図 5.5 のように、有効フロンティア (9) は、双曲線である。危険回避者の期待効用曲線は、(4) 式より、中心 (0, 2) の同心円である。有効フロンティアと期待効用の無差別曲線は、点 (σ_R^*, μ_R^*) において、接する。この点が、最適なポートフォリオである。接点の求め方は、(9) 式を全微分して、双曲線上の接線の傾きを求め、(7) 式の傾きと一致させて、 σ_R を消去する。

解答 (9) 式を全微分する。

$$2 (\mu_R - \mu_R^*) \frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = \frac{2 \sigma_R (\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta} \frac{d\sigma_R}{d\sigma_R}$$

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = \frac{\sigma_R (\mu_S - \mu_B)^2}{(\mu_R - \mu_R^*) \Delta}.$$

(7)式の傾きは、

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = - \frac{\sigma_R}{\mu_R - 2}.$$

$$\text{ゆえに、} \frac{\sigma_R (\mu_S - \mu_B)^2}{(\mu_R - \mu_R^*) \Delta} = - \frac{\sigma_R}{\mu_R - 2}.$$

$$(\mu_R - 2) (\mu_S - \mu_B)^2 = - (\mu_R - \mu_R^*) \Delta$$

$$\{(\mu_S - \mu_B)^2 + \Delta\} \mu_R = 2 (\mu_S - \mu_B)^2 + \mu_R^* \Delta$$

$$\mu_R^{**} = \{2 (\mu_S - \mu_B)^2 + \mu_R^* \Delta\} / \{(\mu_S - \mu_B)^2 + \Delta\}.$$

(9) 式に μ_R^{**} を代入する。

$$(\mu_R^{**} - \mu_R^*)^2 = \frac{(\sigma_R^2 - \sigma_R^{2*}) (\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta}$$

$$\sigma_R^2 = (\mu_R^{**} - \mu_R^*)^2 \Delta + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2$$

$$\sigma_R^{**} = \sqrt{\{(\mu_R^{**} - \mu_R^*)^2 \Delta + \sigma_R^{2*} (\mu_S - \mu_B)^2\}}.$$

収益率 $R = A_1 S + (1 - A_1) B$ であるから、 $\mu_R^{**} = A_1 \mu_S + (1 - A_1) \mu_B$ より、

$A_1^{**} = (\mu_R^{**} - \mu_B) / (\mu_S - \mu_B)$ が最適ポートフォリオである。

数値例 2 危険資産は、統計的独立を仮定する。したがって、相関係数 $\rho_{SB} = 0$ 。(9) 式をグラフで表わす。統計的独立である確率変数 S と B の確率分布を次の通りとする。

収益率 S の実現値	s	-0.05	0.05	0.1	0.2
確率	p	0.2	0.2	0.4	0.2
収益率 B の実現値	b	0.01	0.03	0.05	
	p	0.25	0.5	0.25	
平均値	$\mu_S = 0.08$	$\mu_B = 0.03$			
分散	$\sigma_S^2 = 0.0066$	$\sigma_B^2 = 0.002$			

下の図において、 S 点は $(\mu_S, \sigma_S) = (0.08, 0.0812)$ B 点は $(\mu_B, \sigma_B) = (0.03, 0.0447)$ である。 B 点と S 点を結んだ双曲線を**有効フロンティア**という。

確率変数 S と B の分布から

$$\Delta = \sigma_S^2 + \sigma_B^2 = 0.0066 + 0.002 = 0.0086$$

$$A_1^* = \sigma_B^2 / \Delta = 0.002 / 0.0086 = 0.2326$$

$$\mu_R^* = \mu_B + A_1^* (\mu_S - \mu_B) = 0.03 + 0.2326 (0.08 - 0.03) = 0.042$$

$$\sigma_R^{2*} = \sigma_S^2 \sigma_B^2 / \Delta = 0.0066 \times 0.002 / 0.0086 = 0.0015$$

であるから、4. 15 式は、

$$(\mu_R - 0.042)^2 = (\sigma_R^2 - 0.0015) \times 0.2907 \quad (10)$$

$$\sigma_R^2 - \frac{(\mu_R - 0.042)^2}{0.2907} = 0.0015$$

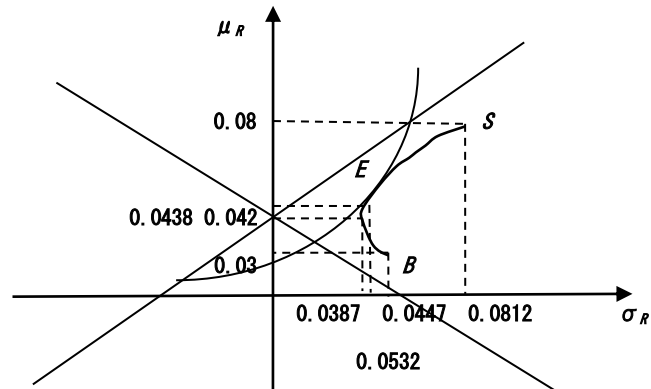
これは、 μ_R 軸方向、上に 0.042 平行移動した双曲線であり、有効フロンティアは BS である。

危険回避者の期待効用関数は、 $E[U(R)] = -0.2 \{ \sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 - 0.01 \}$ に半径を 2 から 0.1 に調整した。すなわち、 $\sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 = 0.01 - 5 E[U(R)]$ の円である。これと (10) 式 of 双曲線との接点が、最適な収益率と標準偏差である。 σ_R^2 を消去して、判別式を計算する。

$$-(\mu_R - 0.1)^2 + 0.01 - 5 E[U(R)] - \frac{(\mu_R - 0.042)^2}{0.2907} = 0.0015$$

判別式 $D = 0$ となる μ_R は、 $\mu_R^{**} \div 0.0532$ である。(10) 式にこれを代入すると、 $\sigma_R^{**} \div 0.0438$ である。最適点 E は、 $(0.0438, 0.0532)$ となる。

図 5. 5 2 危険資産の有効フロンティア



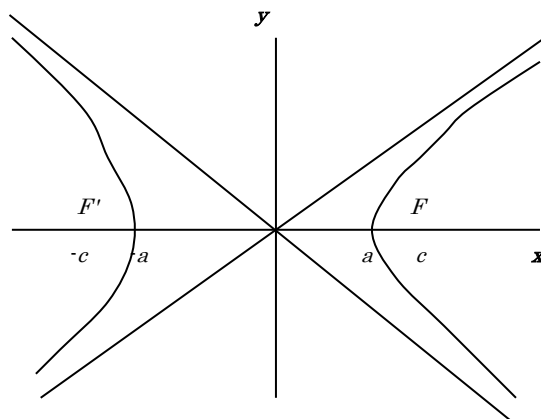
(参考) 双曲線の方程式

2 危険資産の有効フロンティアは，双曲線の方程式で表わせる． $c > a > 0$,
 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ とする． 2 つの焦点 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ からの距離の差が $2a$ である双
 曲線の方程式は，

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

漸近線は 2 直線

$$y = \frac{b}{a}x, \quad y = -\frac{b}{a}x$$



x 軸方向に h , y 軸方向に k だけ平行移動した曲線の方程式は， $f(x-h, y-k) = 0$ で
 ある． 上の双曲線では

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

漸近線は 2 直線

$$y-k = \frac{b(x-h)}{a}, \quad y-k = -\frac{b(x-h)}{a}$$

となる．

3) 1 安全資産・2 危険資産モデル

安全資産を貨幣とする。危険資産を債券と株式とする。債券はクーポン率を r とする。キャピタルゲインまたはロス（債券の予想価格—債券の現在価格）の収益率を G とする。 G は確率変数であり、平均 $\mu_g = 0$ 、分散 σ_g^2 とする。株式の収益率を S とし、平均 $\mu_s = 0$ 、分散 σ_s^2 とする。

ポートフォリオの収益率 R は、貨幣、債券および株式に割合 A_1 、 A_2 および A_3 で投資したときの収益率とする。

$$A_1 + A_2 + A_3 = 1, \quad A_1, A_2, A_3 \geq 0$$

収益率 R は、 $R = A_1 \times 0 + A_2 (r + G) + A_3 S = A_2 (r + G) + A_3 S$ である。

仮定によって、収益率 R の平均 μ_R と分散 σ_R^2 が計算できる。

$$\mu_R = E[R] = A_2 r + A_3 \mu_S$$

$$\sigma_R^2 = E[R - E[R]]^2 = E[A_2 G + A_3 (S - \mu_S)]^2$$

$\alpha = A_2 / (A_2 + A_3)$ とおけば、 $1 - \alpha = A_3 / (A_2 + A_3)$ と表せ、2 危険資産の収益率を R^* とすると、

$$R^* = \frac{A_2}{A_2 + A_3} (r + G) + \frac{A_3}{A_2 + A_3} S = \alpha (r + G) + (1 - \alpha) S$$

と表せ、3 資産の資産選択は、貨幣と 2 危険資産の資産選択となる。

収益率 R は、 $R = (1 - A_1) R^*$ と表せる。 $\mu_{R^*} = E[R^*] = \alpha r + (1 - \alpha) \mu_S$ と $\sigma_{R^*}^2 = E[R^* - \mu_{R^*}]^2 = E[\alpha G + (1 - \alpha) (S - \mu_S)]^2$ から、 $\mu_R = (1 - A_1) \mu_{R^*}$ および $\sigma_R^2 = (1 - A_1)^2 \sigma_{R^*}^2$ である。 μ_{R^*} と $\sigma_{R^*}^2$ は貨幣の配分比率 A_1 に依存しない。したがって、安全資産派の保有割合は、危険資産の最小分散に依存しないことが示せた。

安全資産と危険資産の分離定理

「危険資産の最小分散は、安全資産の保有割合と無関係である。」

2 資産の資産選択で、前項の有効フロンティア BS がえられる。原点 0 の貨幣と投資機会線上の合成資産とのポートフォリオを考えると、原点と有効フロンティアを結んだ直線上で、期待効用の無差別曲線が接するから、期待効用が最大になるのは、有効フロンティア BS に原点を通る直線が接する接点 M のときである。

点 M を求める。

前項の有効フロンティア BS から、 $\sigma_{R^*}^2 = \sigma_S^2 \sigma_B^2 (1 - \rho_{SB}^2) / \Delta$ 、最小値 $\sigma_{R^*}^2$ のときの平均値 μ_{R^*} は、 $\mu_{R^*} = \mu_B + A_1^* (\mu_S - \mu_B)$ 、 $A_1^* = (\sigma_B^2 - \rho_{SB} \sigma_S \sigma_B) / \Delta$ である。

原点を通る直線は、

$$\mu_R = \gamma \sigma_R \tag{11}$$

有効フロンティアは,

$$(\mu_R - \mu_{R^*})^2 = \frac{(\sigma_R^2 - \sigma_{R^*}^2)(\mu_S - \mu_B)^2}{\Delta} \quad (12)$$

(12)式に(11)式を代入し, 接点の条件を求める.

$$\begin{aligned} (\sigma_R^2 - \sigma_{R^*}^2)(\mu_S - \mu_B)^2 - \Delta(\gamma\sigma_R - \mu_{R^*})^2 &= 0. \\ \{\Delta\gamma^2 - (\mu_S - \mu_B)^2\}\sigma_R^2 - 2\Delta\gamma\mu_{R^*}\sigma_R + \Delta\mu_{R^*}^2 + \sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2 &= 0. \end{aligned}$$

この2次方程式の判別式 $D=0$ から, γ を求める.

$$\begin{aligned} \text{判別式 } D &= (\Delta\gamma\mu_{R^*})^2 - \{\Delta\gamma^2 - (\mu_S - \mu_B)^2\}\{\Delta\mu_{R^*}^2 + \sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2\} = 0. \\ [\Delta^2\mu_{R^*}^2 - \Delta\{\Delta\mu_{R^*}^2 + \sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2\}]\gamma^2 &= -(\mu_S - \mu_B)^2\{\Delta\mu_{R^*}^2 + \sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2\}. \end{aligned}$$

$$\Delta\sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2\gamma^2 = (\mu_S - \mu_B)^2\{\Delta\mu_{R^*}^2 + \sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2\}.$$

$$\gamma^* = \sqrt{\{(\Delta\mu_{R^*}^2) + \Delta\sigma_{R^*}^2(\mu_S - \mu_B)^2\} / \Delta\sigma_{R^*}^2}.$$

$$\sigma_{R^M} = \Delta\gamma^*\mu_{R^*} / \{\Delta\gamma^{*2} - (\mu_S - \mu_B)^2\}$$

ゆえに, 合成資産 M は, $(\mu_R, \sigma_R) = (\gamma^* / \sigma_{R^M}, \sigma_{R^M})$ である.

$R = \alpha S + (1 - \alpha)B$ より, $\mu_R = \alpha\mu_S + (1 - \alpha)\mu_B$ であるから, 合成資産 M の点 $(\gamma^* / \sigma_{R^M}, \sigma_{R^M})$ を代入すれば, $\alpha^M = \{(\gamma^* / \sigma_{R^M}) - \mu_B\} / (\mu_S - \mu_B)$ である. 危険資産の配分割合が決まる.

次に, 1)と同様に, 投資機会線 $\mu_R = \gamma^* / \sigma_R$ と危険回避者の期待効用曲線 (4) 式とが接する点 $E = (\mu_{R^{**}}, \sigma_{R^{**}})$ が, 最適ポートフォリオである.

接点 $(\mu_{R^{**}}, \sigma_{R^{**}})$ は,

$$\mu_{R^{**}} = \frac{2\mu_{M2}}{\mu_{M2} + \sigma_{M2}}, \quad \sigma_{R^{**}} = \frac{2\mu_{M2}\sigma_M}{\mu_{M2} + \sigma_{M2}} \quad \text{である.}$$

次に, 合成資産と原点の貨幣が作る有効フロンティアは, 直線 $\mu_R = \gamma^*\sigma_R$ である. 危険回避者の期待効用関数は, $E[U(R)] = -0.2\{\sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 - 0.01\}$ とする. すなわち, $\sigma_R^2 + (\mu_R - 0.1)^2 = 0.01 - 5E[U(R)]$ の円である. これと有効フロンティア直線 $\mu_R = \gamma^*\sigma_R$ との接点 E が, 最適な収益率と標準偏差である. 1)から, 危険回避者の期待効用関数における接線の傾きは

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = \frac{-\sigma_R}{\mu_R - 0.1} \quad (5)$$

有効フロンティア投資機会線の傾きは γ^* であるから, 期待効用が最大となるのは2つの傾きが等しいときである.

$$\frac{-\sigma_R}{\mu_R - 0.1} = \gamma^*$$

この式に, 平均収益率 $\mu_R = A_2\gamma^*\sigma_{R^M}$ と標準偏差 $\sigma_R = A_2\sigma_{R^M}$ を代入し

$$A_2^{**} = \frac{0.1\gamma^*}{(1 + \gamma^{*2})\sigma_{R^M}}, \quad A_1^{**} = 1 - \frac{0.1\gamma^*}{(1 + \gamma^{*2})\sigma_{R^M}}.$$

A_2^{**} が合成資産 M の最適保有率であり、 A_1^* が貨幣の最適保有率である。

期待効用最大になるときの最適点 E を $(\sigma_R^{**}, \mu_R^{**})$ とすれば、最適収益率は

$$\mu_R^{**} = A_2^* \gamma^* \sigma_R^M = \frac{0.1 \gamma^{*2}}{1 + \gamma^{*2}},$$

最適分散は $\sigma_R^{**2} = A_2^{*2} \sigma_R^{M2} = \frac{0.1^2 \gamma^{*2}}{(1 + \gamma^{*2})^2}$ である。

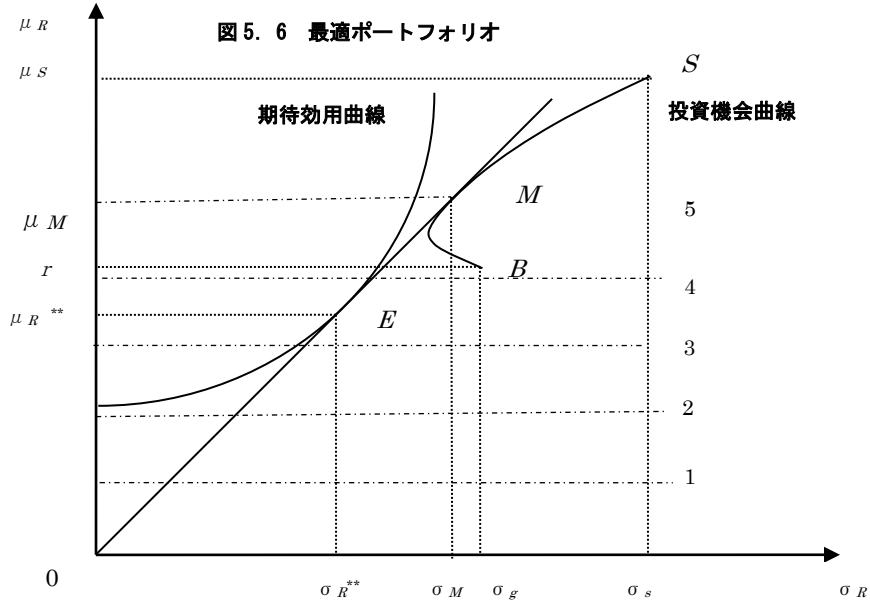


図 5.6 において、点 M は、債券 B と株式 S を $\alpha^M : (1 - \alpha^M)$ に内分する。均衡点 E は、貨幣の原点と合成資産の点 M を、 $A_1'^* : A_2'^*$ に内分する。

定義より、 $\alpha = A_2 / (A_2 + A_3) = A_2 / (1 - A_1)$ 、 $1 - \alpha = A_3 / (1 - A_1)$ であるから、 $A_2 = (1 - A_1) \alpha$ 、 $A_3 = (1 - A_1) (1 - \alpha)$ である。 $A_1'^*$ のとき、点 M では、 $A_2'^* = (1 - A_1'^*) \alpha^M$ 、 $A_3'^* = (1 - A_1'^*) (1 - \alpha^M)$ が成り立つ。ゆえに、均衡点 E における、3資産の保有割合 $A_1'^*$ 、 $A_2'^*$ 、 $A_3'^*$ が次のように決まる。

$$A_1'^* = 1 - 0.1 \gamma^* / (1 + \gamma^{*2}) \sigma_R^M,$$

$$A_2'^* = (1 - A_1'^*) \alpha^M = \{0.1 \gamma^* / (1 + \gamma^{*2}) \sigma_R^M\} (\gamma^* / \sigma_R^M - \mu_B) / (\mu_S - \mu_B),$$

$$A_3'^* = (1 - A_1'^*) (1 - \alpha^M)$$

$$= \{0.1 \gamma^* / (1 + \gamma^{*2}) \sigma_R^M\} \{1 - (\gamma^* / \sigma_R^M - \mu_B) / (\mu_S - \mu_B)\}.$$

5. 2 最適資産選択にもとづく資産購入への応用

期待効用は各自の効用関数で決まる。債券投資信託を 1 種、株式投資信託、バランス投資信託を選ぶ。合成資産 M を計算する。図 4. 13 において、期待収益率の縦軸 $0 \mu_M$ を 5

等分し、機械的に効用関数の接点を 5 点作る。そのうち、収益率を運用・管理会社の手数料以上（例えば 0.02）にする。各自のリスクの許容度に応じて、残りの収益率から、貨幣と合成資産 M の割合 A_2, A_3, A_4, A_5 を選択する。

リスク・ランクにしたがって、資金を配分する。資産選択論の立場から、危険愛好者は許容度 5、点 M である。危険中立者は許容度 3 とする。危険回避者は、2 から 3 になる。

市場で売買する

市場で、購入する場合は、貨幣と合成資産 M の割合 A_2, A_3, A_4, A_5 では購入できない。 $A_2=2/5$ の割合を選択する場合、 $2/5$ は債券、 $3/5$ はバランスと株式の合成資産 M である。さらに、 M の配分割合を計算する。 $3/5$ をその割合に分ける。

予算は、拠出額であるから、 $W=1$ 万円であれば、債券投資信託、バランス投資信託、株式投資信託の 3 種類、現在の基準価格を P_1, P_2, P_3 とする。

配分割合は、定義により、 $A = (P_1 \times b_1) / W$ の関係があるから、3 種類の投資信託は、 $2/5, (3/5)(2/3) = 2/5, (3/5)(1/3) = 1/5$ にそれぞれ配分する。それぞれの購入量（口数）を b_1, b_2, s とすると

$(2/5) 10,000 = P_1 \times b_1, (2/5) 10,000 = P_2 \times b_2, (1/5) 10,000 = P_3 \times s$ が成立する。
 $b_1 = (2/5) 10,000 / P_1, b_2 = (2/5) 10,000 / P_2, s = (1/5) 10,000 / P_3$

5. 3 CAPM 理論 (Capital Asset Pricing Model)

W. F. Sharpe は、個別資産の収益率を市場収益率で説明する**資本資産評価モデル** (Capital Asset Pricing Model) を提案した [W. F. Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, Journal of Finance, Sept. 1964, No. 3]. 市場収益率は、日経平均や TOPIX などの指標の収益率である。(CAPM はキャップエムと発音する。) 岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社、1989 年、pp. 37-41 に、その要約がある。

安全資産がある場合、前節の 3) の場合のように有効フロンティアが市場で計算される。安全資産の収益率（リスクフリー・レート） r_f と有効フロンティアの接点 $M (\sigma_M, \mu_M)$ を**市場ポートフォリオ**という。点 M では、**市場の資産の需要と供給が一致している**。この 2 つの点を結んだ直線を**資本市場線** (CML: Capital Market Line) という。資本市場線上のポートフォリオを点 $P = (\sigma_P, \mu_P)$ とする。すべての投資家が危険回避者であれば、資本市場線上の点を選択する。

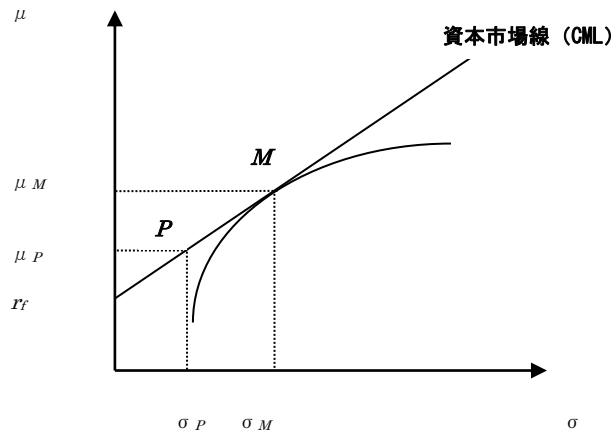


図 5. 7 市場ポートフォリオと資本市場線

資本市場線の傾き $\frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$ を**リスクの市場価格**という．標準偏差をリスクとすれば，

リスク 1 単位あたりの超過収益率（プレミアム）を表す．

個別資産 A の収益率を市場収益率で説明する**資本資産評価モデル** (Capital Asset Pricing Model) にもどる．資産 A と市場ポートフォリオ M とのポートフォリオ P を考える．その収益率を $R = A_1 A + (1 - A_1) M$ と定義する．収益率の分散 σ_R^2 は，4. 4, 2) の(3)式から

$$\sigma_R^2 = E[R - E[R]]^2 = (\sigma_A^2 + \sigma_M^2 - 2\rho_{AM}\sigma_A\sigma_M)A_1^2 + 2(\rho_{AM}\sigma_A\sigma_M - \sigma_M^2)A_1 + \sigma_M^2$$

と表せ，点 M における，ポートフォリオ P の接線の傾きは

$$\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{d\mu}{dA_1} \frac{dA_1}{d\sigma} = (\mu_A - \mu_M) \cdot \frac{\sigma_M}{\sigma_{AM} - \sigma_M^2} = \frac{\mu_A - \mu_M}{\rho_{AM}\sigma_A - \sigma_M}$$

と計算できる．これは，資本市場線の傾きに等しいから，

$$\begin{aligned} \frac{\mu_A - \mu_M}{\rho_{AM}\sigma_A - \sigma_M} &= \frac{\mu_M - r_f}{\sigma_M} \\ \mu_A - \mu_M &= \frac{\rho_{AM}\sigma_A - \sigma_M}{\sigma_M} (\mu_M - r_f) \\ \mu_A - \mu_M &= \rho_{AM}\sigma_A (\mu_M - r_f) - (\mu_M - r_f) \\ \mu_A - r_f &= \frac{\rho_{AM}\sigma_A}{\sigma_M} (\mu_M - r_f) = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} (\mu_M - r_f). \end{aligned}$$

この式は**資本資産評価モデル**といわれる．

$\beta_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2}$ を**資産 A のベータ**という.

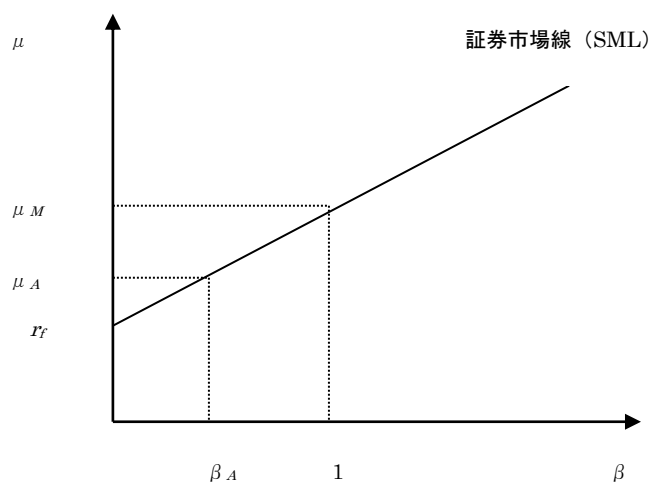
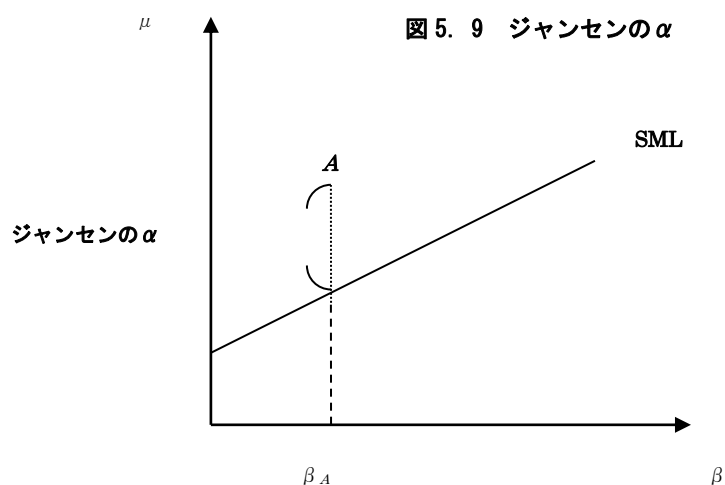


図 5. 8 証券市場線 (SML)

リスク β と期待収益率 μ との関係を図 5. 8 に表している. 直線 $\mu_A - r_f = \beta_A (\mu_M - r_f)$ を**証券市場線** (Security Market Line) という.

市場で CAPM が成り立つ場合, 証券市場線は個別証券の割安, 割高を評価する規準となる. 証券市場線は市場均衡線を表すから, 資産 A の期待収益率と均衡期待収益率差を**ジャンセンの α** という. 図 5. 9 において, 資産 A は, $\alpha > 0$ であるから, 過小評価されており, 「買い」である.



練習問題

1. ある個人が第 1 期において得た 100 万円の所得を 2 期間にわたって全部支出する。個人の効用関数は、

$$u = C_1 C_2 \quad [u: \text{効用水準}, C_i: \text{第 } i \text{ 期の支出額 } (i=1, 2)]$$

で示され、個人の第 1 期における貯蓄には 5% の利子がつくものとする。

個人は効用最大化を図るものとする。個人の第 1 期の貯蓄額はいくらか。ただし、個人の第 1 期の所得と第 2 期の利子収入には 10% の所得税が賦課されるものとする。

地方上級試験平成 7 年度復元問題

- 1 40 万円
- 2 45 万円
- 3 50 万円
- 4 55 万円
- 5 60 万円

2. (ERE02. 3. 3 出題) ライフ・サイクル仮説にしたがって消費・貯蓄計画を立てている人がいるとする。今年 31 歳のこの人は、60 歳で引退するまで毎年 300 万円の一定の所得があり、引退後の 61 歳からは所得がゼロとなるが、80 歳まで寿命があると考えている。また、現在の貯蓄残高は、500 万円である。

この人が、生涯にわたって毎年の消費額を一定にするように計画しているものとする。今年の貯蓄額は次のうちいくらになるか。ただし、利子はなく、死後には資産も借金も遺さないものとする。

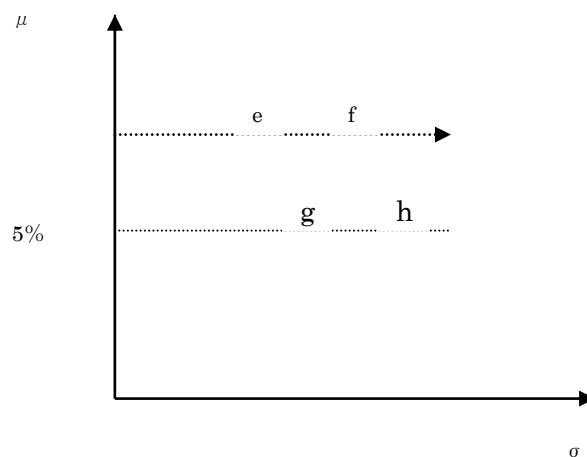
- (1) 110 万円 (3) 150 万円
- (2) 130 万円 (4) 貯蓄しない

3. 債券の収益率の確率分布が次のようであるとき、期待収益率は、() であり、分散は () である。

収益率の実現値	確率
0.01	0.75
0.05	0.25

4. 期待リターン (μ) と標準偏差 (σ) の平面において、4 つのポートフォリオ e, f, g, h が図のように位置している。また、安全資産の収益率は 0.5% である。

証券アナリスト[証券分析] 1 次



問 1 以下の記述のうち、正しくないものを選びなさい。

- A リスク中立的な投資家にとって、e は g より好ましい。
- B リスク中立的な投資家にとって、e は f より好ましい。
- C リスク回避的な投資家にとって、e は g より好ましい。
- D リスク回避的な投資家にとって、e は f より好ましい。

問 2 投資家 X の効用関数を、 $U = \mu - \frac{1}{20} \sigma^2$ (HARA 効用関数) とする。

4 つのポートフォリオのうち、投資家 X にとって最も効用が低いポートフォリオを選びなさい。

- A f
- B h
- C f と h
- D なんともいえない

5. 債券Aと株式Bの2つからなるポートフォリオがあるとする。

期待収益率	
債券 A	0.02
株式 B	0.12

債券Aの投資比率を 80%、株式Bの投資比率を 20%で、分散投資するポートフォリオの期待収益率は、() である。

解 1. 2 2. (1) 3. 0.02 0.0003 4. 問 1 B 問 2 D 5. 0.04

6. 資産形成計画と運用・管理

本章では、1 カ月単位で、家族の生活を金銭面で支え、将来の目標を達成する合理的な方法を考える。若年世代に多く見受けられるが、節約し過ぎて、1 カ月面白くもない生活をするのは、長続きしない。反対に、1 カ月、計画性もなく、あるだけ使う生活も、月給日前が、耐乏生活になる。したがって、人は、1 カ月でさえ、日々の生活に、振り回されるのが、普通であるから、将来を考えて、貯蓄するのは、給与天引きを基本にする方が、生活を乱されなくて、自動的に、蓄積目的も果たせる。

天引き貯蓄で、資産形成する若年世代、あるいは、住宅ローンを抱えつつ、天引き貯蓄をし、蓄積をする壮年世代を想定する。

日本では、蓄積する資産の内訳は、伝統的に確定利息の定期預金や貯蓄性保険のウエイトが高い。ゼロ金利時代では、預金や保険は、利子率や利回りが低すぎて、蓄積目的に適していない資産になってしまった。植田日銀総裁に交代して、短期金融市場が回復してきた。長期国債も、長期利子率が連動して、上がっている。株式市場は、円安によるインフレ相場が持続し、長短利子率が上がっても、下がらない。株価が、物・サービスの商品価格と同様に、物価が持続的なインフレーションになれば、株式価値もインフレーションになるのは、価格成分が商品価格と同じだからである。預金、借金、債券は、インフレーションに連動しないから、評価価格は、次第に、減価するのである。

各世代は、蓄積目的にしたがって、毎月、貯蓄余剰から、少定額投資を、投資信託受益証券の中から、収益の変動性はあるが、運用管理費用をカバーしつつ、10 年以上では、国債利回りより収益率を上げる商品を選び、購入することを考える。

これまで、第 2 章、制度金融、第 3 章、金融市場と金融商品の特性、評価方法を学んだ。

第 4 章では、家計のライフ・サイクル理論にもとづく、消費・貯蓄、消費・借入決定を問題として、2 期間モデルで、解答を得た。物価と貨幣が入る、貨幣一般均衡理論で、価格の予想を入れた場合、現物市場と先物市場の主体的均衡を求めた。貨幣、債券、株式の 3 資産市場において、現物と先物の最適問題を解いて、市場均衡条件を求めた。さらに、多期間債券の期間構造の問題と、株式オプション価格の決定を先物価格 2 項過程で求めた。先物価格連続確率過程のもとで、Black-Scholes オプション価格決定論を要約した。

第 5 章では、最適資産選択理論にもとづき、1) 貨幣と債券、2) 債券と株式、3) 貨幣、債券と株式の 3 資産に、投資家の富を、それぞれ、案分した割合で投資するとき、総合収益率の平均と分散が計算され、分散が最小になる案分割合を求めた。

最適資産選択理論を応用する場合、所与の市場価格で、各資産に、最小分散有効フロンティア上の最適割合にしたがい、簡単な変換式で、投資額を配分することができる。

第 6 章では、第 2 章から第 5 章までの知識を応用して、家計のライフ・サイクル理論にもとづき、具体的に、計画を立て、資産を売買し、管理する方法を学ぶ。

6.1 節では、ライフ・サイクル理論にもとづく、消費・貯蓄、消費・借入決定を、イベント表を作成する。6.2 節では、世帯のイベント表を作成し、各世帯のイベント表の特徴をのべる。6.3 節では、貯蓄残高表の天引き残高を、各イベントの計画期間にしたがって、その目的にあった投資信託を、ドルコスト平均法で、半年をめぐりに、継続購入する。6.4 節では、半年の運用成績を検討して、購入をストップし、他の投資信託を購入するかを決めるリバランス法を学ぶ。6.5 節では、次の半年、日本・世界の経済変動の見通しを判断する方法を学ぶ。その判断で、半年の購入計画を決める。

6. 1 イベント分析の枠組み

これまで、第 2 章制度金融、第 3 章金融市場と金融商品の特性、評価方法、第 4 章で、金融商品の選択と決定を学んできた。第 5 章では、それらの知識を応用して、具体的に、計画を立て、資産を売買し、管理する方法を学んだ。

資産形成計画は、開始年齢によって、終了期間までの期間が大きく異なる。本教室では、若年世代、壮年世代、老年世代の 3 世代を想定している。若年世代は、20 歳～32 歳、壮年世代は、33 歳～65 歳、老年世代は 66 歳～85 歳である。

ライフイベント表

ライフイベント表は、開始年齢から資産形成期間を横行にとる。世帯の構成員の年齢を縦列にとる。年齢欄のイベントは、結婚年、出産年、子の学年齢、小中高・専門学校・大学校の入学卒業年が入る。その下の行は、推計した毎年の収入／消費支出、ローン／収支差額を記入する。

若年世代イベント表

年齢	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
妻								28	29	30
子										1
収入	300	312	324	336	348	360	372	384	396	408
消費支出	240	249.6	259.2	268.8	278.4	288	297.6	307.2	316.8	326.4
住宅頭金	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
合計	290	299.6	309.2	318.8	328.4	338	347.6	357.2	366.8	376.4
収支差額	10	12.4	14.8	17.2	19.6	22	24.4	26.8	29.2	31.6

20 歳は自己の責任において金融取引ができる年齢である。資産形成する若年世代、住宅ローンがあり、教育資金と老後の安心を貯蓄する壮年世代を想定し、それぞれの代表的な資産形成の目的にしたがい、**ライフイベント表**に数値化する。**計画期間**は、若年世代は 10 年間、壮年世代は 50 年間(現役 30 年間、退職 20 年間)、制度金融の枠内で、天引き貯蓄とローンの返済を計画する。壮年世代の計画において、資産形成の目的は、主に、健康上の

予期せぬ事態に備える老後の安心であり、65歳以降85歳の20年間、公的年金以外の生活予備費である。

老年世代は、年金と現役時代の老後の安心貯蓄が、生活の収入源である。老後の安心は、全額預金より、リスクを伴った資産に半額以上、10年間実質目減りしない運用をする。人によっては、国民健康保険以外に、現役時代の既往症で、民間医療・介護保険に加入し、80歳から終身保険にするまで払い込む人もいるだろう。

世代開始年齢と所得

若年世代の10年間は、仕事に習熟することと、家族をもつかどうかの主目的になる。すなわち、この世代は、消費生活を充実するために貯蓄し、家族のための財形住宅貯蓄をする。

33歳は、壮年世代山川家のイベント表の開始年齢である。日本銀行の関連会社ときわ総合サービス(株)から、毎年、最も廉価な『明るい暮らしの家計簿』ときわ総合サービス(株)が発行されている。「山川家の生活設計プラン」が142ページに2006年まで、掲載されていた。リーマン・ショック前、2007年から、山川家プランは、その当時の諸般の事情から、山川家は典型的な例ではなくなったのか、消滅した。

2003年以来、バブルの精算のため金融システムが再構成されて、日本経済は、2%程度の低成長もおぼつかなくなり、右肩上がりの経済成長カーブに適合した、終身雇用制、年功序列制度は、維持できなくなった。年功序列制度では、入社10年で、ミスをしなれば、最初の係長という管理職になれる。しかし、1年間の評価で格下げになることもある。33歳は、その年齢であると理解していた。後は、課長、部長で、それぞれ、5~10年で、昇格する。これが年功序列制度の昇格波乗り3段階であり、その波ごとに、モデル賃金カーブが上昇する。その典型は、国家公務員俸給表[行政職俸給表(一)]である。

このような日本の賃金体系が、民間会社では、崩壊したのである。大会社社員であれば、事業再編に伴い、子会社、関連会社へ移籍された社員も多い。

各業界では、新入社員から、係長までの10年間は、仕事の習熟度が経験年齢とともに上がることと、同業および他の業界との競争から、モデル賃金カーブは残っている。しかし、日本経済の閉塞停滞状態という、他の国の例を見ない経験をして来たために、壮年期のモデル賃金カーブは、維持できない。中間管理職、上級管理職の2段階、3段階のモデル賃金カーブはその事業体の収益性と連動し、事業体も拡張すれば、管理職も増加して来た。しかし、日本経済の閉塞停滞状態では、増収益を毎期待待できない・実現できない事業体が多くなった。管理職手当は、労働費用でなく、労働・資本を使用する対価である経営者の報酬・株主の配当に相当する、増収益からの分配する形になる。管理職2段階、3段階のモデル賃金カーブの原資が維持できなくなった。

6.2節で、海原さんの会社は、現代日本の会社に近い手取り所得、32歳で400万円だろう。山川さん時代2003年より、100万円低い。山川さんの例では、33歳で、500万円にし

ている。妻が 100 万円、パート収入があるとする方が、現実的かもしれない。48 歳で、600 万台で打ち止め、55 歳で、500 万円台に減給、61 歳から 65 歳で、350 万円台にしているのは、定年制延長と日本経済の閉塞停滞状態を反映している。

金融行動の目的と制度金融利用

各世代の固有のライフイベントが決まり、生涯の資産形成計画が、大まかに決まってくる。サラリーマンの場合、退職後、国の基礎年金および事業体の厚生年金、企業年金を制度的につみたてた結果の給付を受け、自己資産の取り崩しで、老後の生活を支える。

若年世代は、生涯期間が長く、未婚であれば、ライフイベントは不確実である。自己積立資金は少ない。壮年世代に入るまでの 10 年間は計画期間である。家族構成が増えない限り、家族とのイベントはない。毎月、定額的に、給与天引きで制度金融を利用する。この運用方法は、定額購入のいわゆる「ドルコスト平均法」である。

壮年世代は、生涯期間が中間期間に当たり、家族構成もあり、ライフイベントも明確になっている。資産形成の方法は、毎月、定額的に、給与天引きで、制度金融を利用する。ただし、年間拠出額が増えているので、多様な金融商品選択でき、若年世代を含め運用経験は 10 年以上ある。運用方法の「ドルコスト平均法」は、制度金融利用は、引出ができない場合がある。イベントの満期を考慮して、引き出しができる NISA で、満期前までに売却する。満期が定年ならば、引き出しができない制度を利用し、選択する資産購入の一部、停止、他の資産に運用を振替る「リバランス法」が必要になる。

世代別目的	イベント	制度金融の利用	非課税限度額
1) 若年世代	消費	つみたて投資枠 NISA	1 名年 120 万円
		成長投資枠 NISA	年 240 万円まで非課税
	資産形成準備	財形住宅貯蓄	元利 550 万円まで非課税
			合計 2,350 万円
2) 壮年世代	消費	つみたて投資枠 NISA	1 名年 120 万円
		成長枠 NISA	年 240 万円まで非課税
	子の教育費 資産形成中		合計 2,350 万円
		つみたて投資枠 NISA	1 名年 120 万円
		財形持家融資制度	低利融資（財形住宅貯蓄 550 万円）
		財形年金貯蓄	元利 550 万円
		つみたて投資枠 NISA	1 名年 120 万円 60 歳まで非課税
		成長投資枠 NISA	年 240 万円まで非課税
			夫婦で（拠出額 1600 万円）
			合計 2,550 万円
3) 老年世代	公的年金（一控除） 公的保険（国保、介護）＝年金収入 基礎年金（816,000 円×2）		

厚生年金 (816,000 円基礎年金と同額とする)

ー 公的保険 (国保 270,309 円総所得 200 万円 2 人簡易計算,

介護 126,720 円第 8 段階)

$= 2,448,000 - 397,029 = 20,499,711$

年金手取り額 20,499,711 円

資産取り崩し: DC, iDeCo, 財形年金, つみたて投資枠 NISA, 成長投資枠 NISA

自宅: 不動産担保ローン契約, 老人ハウスに終身契約

6. 2 イベントに基づく資産形成計画

1) 世帯のイベント表の作成

収入の流列の推計

物価上昇率を決めて, 世帯主の所得の推計をする.

23 歳から 32 歳まで, 毎年, 3% で所得上昇, ボーナスは年 2 回, 4 か月分を標準とする.
33 歳から 45 歳まで, 2% で所得上昇, 46 歳から 55 歳まで 1% 上昇, 56 歳から 60 歳まで,
1 割減で, フラット化する. 61 歳から 65 歳まで, 再就職する. 再就職の年収は現役の 6 割とする.

65 歳から年金受給を推計する.

公的年金 生涯平均年収の 5 割 (65 歳から)

企業年金

確定給付企業年金の場合, 平均年収の 2 割 (60 歳から 10 年間年金)

確定拠出企業年金の場合, 拠出総額の 2 倍 (最大)

確定拠出個人年金 iDeCo の場合, 拠出総額の 2 倍 (最大)

65 歳から老後の安心を取り崩す.

財形貯蓄 拠出総額の 2 倍 (最大)

つみたて投資枠 NISA

成長投資枠 NISA

支出の流列の推計

家族の主要なイベントを想定し, イベントの目標額を見積もる.

住宅ローンの元金・利息返済額を推計する.

主なイベントの年間必要額(月額)を計算する.

イベント表に数値をいれる.

収支, 差額を計算する.

収支差額表を作成

貸借対照表を作成

2) 各世代のイベント表の特徴

① 若年世代 23 歳～32 歳の金融行動の目的

若年世代の 10 年間は、仕事に習熟することと、家族をもつ準備が主な目的になる。すなわち、この世代は、消費生活を充実するために貯蓄し、貯蓄目的は予備費的貯蓄である。平均消費性向 C/Y は、0.8 以上である。貯蓄は、事業体拠出 1 万円、自己負担 1 万円で、毎月定額拠出 iDeCo で運用する。年 2 回のボーナスで、夏・冬あわせて、基本給の 2 カ月分を想定する。30 代で住宅取得する頭金を天引き財形住宅貯蓄でつくる。若年世代では、消費生活が手取りの 9 割以上になりがちであるため、税、社会保険、天引き iDeCo 拠出額 1 万円を差し引いた手取り額の平均消費性向 8 割で、毎月の貯蓄差額がでる。増加する年収に 0.8 をかける。

昇給分の 8 割は、労働の報酬であるから、消費を増加させる。消費生活を倹約して、貯蓄に励む強制貯蓄が、イベント表の目的ではない。

貯蓄差額は、予備費的性格があるから、想定外の出費がある。雇用契約で、通常、3 年継続して、勤務しないと、転職しても、勤務評価はない。退職金もつかない。転職を繰り返すと、大卒の初任給から、再スタートとなる。米国のように、キャリアを転職先が評価して、号級のスタート位置を合わせてくれることは、通常の日本企業にはない。

給与の 1 か月分を、**自己金融**のためとして、30 万円担保設定し、普通預金に入れておく。給与と同じ金融機関で、クレジットや諸料金の自動引き落としを組む場合が多いので、残高不足になることがしばしばある。30 万円定期預金に担保設定すれば、9 割の 27 万円以内で、残高不足に対して、金融機関が定期預金金利で貸してくれる。企業の当座借越しと同じ仕組みであるから、借越し分は、貸付金利マイナス普通預金金利の金利が取られる。給与振り込み口座と同じ口座であれば、自動的に、返済される。

消費者ローン利用について、銀行普通預金に、30 万円定期預金し、担保設定ができれば、クレジット・カードで決済する。物品の購入ではなく、借金機能であるキャッシュ・サービスの限度額は 30 万円である。契約者の月収に合わせてある。このサービスをつまんで、借りると、年率 18% の高金利である。マルチ商法、詐欺商法に引っかかると、50 万円以下で、被害者が気づく例が多い。弁護士費用の初期費用は、50 万円であるから、詐欺犯人は、この範囲内で、営業している。泣き寝入りをねらっているのである。高齢者が一千万円以上の詐欺にあう事案が、しばしば、報道される。この場合は、詐欺犯は、逮捕、実刑を覚悟して、逃走経路まで、仕組んで、営業している。被害者は、泣き寝入りしない。

若年者が、消費者ローンの返済地獄におちいるきっかけは、想定外の出費、50 万円程度のマルチ商法、詐欺商法による商品購入、交通事故の賠償金、交通違反の罰金に原因があることが多い。大学生が被害にあった事例は、どの大学でもある。

海原さんの計算例

イベント表の作成

収入の推計 モデル賃金カーブを次のように想定する。23 才で、手取り年収 300 万円とす

る。32 才まで、年 12 万円増加する。物価上昇率は想定しない。各業界で各年齢の所得を計算したサイトがあるので、モデル賃金カーブを作成、利用することができる。組合があれば、モデル賃金カーブを見せてもらえる。

公務員の場合、**人事院 行政職俸給表二**は、参考になるが、一般事業体では、号級階梯に準拠していない。入社年数は号で、下に行が進むにつれて、月給があがり、役職は級で、右に縦列が進むにつれて、級があがり、月給が増える。自分の現在の基本給、年齢、入社年数、役職を当てはめて、俸給表(一)の号級の位置を推定、退職まで、年齢が上がると号を上げて、基本月給列を推定する。

支出の推計

消費支出 海原さんは、収入の 8 割を消費支出にあてる。30 歳で結婚を予定して、第 1 子は 32 歳でもつ。

貯蓄 住宅取得計画は、頭金 500 万円を 32 歳までに貯蓄する。収支差額の運用計画は、iDeCo、財形貯蓄、つみたて投資枠 NISA、残りは普通預金にする。

海原さんイベント表

年齢	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
妻								28	29	30
子										1
収入	300	312	324	336	348	360	372	384	396	408
消費支出	240	249.6	259.2	268.8	278.4	288	297.6	307.2	316.8	326.4
住宅頭金	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
合計	290	299.6	309.2	318.8	328.4	338	347.6	357.2	366.8	376.4
収支差額	10	12.4	14.8	17.2	19.6	22	24.4	26.8	29.2	31.6

収支差額表

期末貸借対照表

年齢	収支差額	資産	(財形	iDeCo	預金)	負債	純資産
23	10		50	10	0	0	60
24	12.4		100	22	0.4	0	122.4
25	14.8		150	34	3.2	0	187.2
26	17.2		200	46	8.4	0	254.4
27	19.6		250	58	16	0	324
28	22		300	70	26	0	396
29	24.4		350	82	38.4	0	470.4
30	26.8		400	94	53.2	0	547.2
31	29.2		450	106	70.4	0	626.4
32	31.6		500	118	90	0	708
合計	208		500	118	90	0	708

運用計画と非課税制度利用

就職を期に、企業年金 iDeCo に加入し、毎月 1 万円、会社から 1 万円で、指図運用する。残金が発生するが、預金か、つみたて枠 NISA で運用することを想定する。

第 2 章の非課税制度を運用計画に適用すると次のようになる。

住宅資産形成 財形持家融資制度低利融資（財形住宅貯蓄 550 万円）

夏冬ボーナス月各 25 万円天引

老後の安心 企業年金 iDeCo 毎月給与から 1 万円天引(企業拠出 1 万円)

その他 NISA5 年間 1 名年 120 万円まで非課税 (120 万円)

収支差額の自己運用

② 壮年世代 33 歳～65 歳の金融行動の目的

壮年世代 33 歳から 65 歳までの金融行動の目的を説明する。33 歳から 48 歳まで 2 人子供の教育資金と 36 才まで住宅取得の頭金・建設資金が貯蓄の主な目的になる。前者は、子供の入学時に順次、取り崩す。2000 年に入って、日本経済は、金融システムの再編があり、大手金融機関、中小金融機関は統合され、企業も再編された。そのため、非正規雇用が増加し、正社員の賃金カーブも 40 歳以上ではフラット化してきた。

山川家の計算例

イベント表の作成

収入の推計 33 才で、手取り年収 500 万円とする。42 才まで、年 10 万円増加する。43 才から 55 才まで年 5 万円増加する。56 才から、60 才定年まで 500 万円であり、61 才から 65 才まで 350 万円で再雇用される。物価上昇率は想定しない。66 才から、企業年金 70 万円と基礎年金+厚生年金 160 万円を受給する。68 才から、妻の基礎年金 78 万円が支給される。

支出の推計

消費支出 収入の 6 割を消費支出にあてる。61 才から 65 才まで収入の 8 割、66 才、67 才は、年金を全額消費する。68 才から年金の 9 割を消費する。

貯蓄 壮年世代の山川家を例にとり、教育資金と住宅取得頭金、36 才から住宅ローンを組むとする。住宅ローン以外は、現金だけの計画である。

教育 二人	700 万円
住宅頭金	500 万円
住宅	<u>2,500 万円</u>
計	1,200 万円

教育計画 16 年間、目標積立額 700 万円、毎年の積立額 a 円とする。

$$a = 700 \text{ 万円} \div 16 = 43.75 \text{ 万円}$$

住宅取得計画 残り 3 年間、住宅取得頭金、年間 50 万円、25 年間の借入額、2,500 万円

元利均等払いで、年間返済額、 FR 円とする。住宅ローン利率を年 0.03 (3%) とする。元利均等払いの公式(3. 4, 1), 31 ページ) から、

$$FR = \frac{L_0 \times i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{2,500 \times 0.03 \times 2.093}{2.093 - 1} \div \frac{156.945}{1.093} \div 143.6$$

住宅取得計画の立て方

山川家では、35歳で、新居に入居している。住宅の終身計画期間、妻の平均寿命90歳がめどになる。返済期間は、25年間である。60歳以上では、年間所得も300万円以下になるので、ローンの返済があると、生活にしわ寄せがくる。

山川氏の職業によるが、公務員であれば、定年と年間所得が公表される(人事院 俸給表(一))ので、60歳まで25年間の所得の流列が予想できる。一般の職業では、公務員が平均値になっているから、自分が住んでいる地方自治体の俸給表を参考に、25年間の流列を作成する。

現在は、賃貸戸建て住宅か、マンションに住んでいる。子供は、小学生と幼稚園児である。妻はパートか、常勤でもよいが、山川氏だけで計算する。賃貸住宅では2年契約で、維持費と2年ごと、少なくとも、1カ月の契約更新料がかかる。

経済学では、住居費について、自宅、賃貸に係わらず、**年間の帰属家賃**を計算する。千葉県か埼玉県で、計画していると、通勤・通学等を考慮し、JRおよび私鉄沿線のある駅で、物件情報を集める。更地の場合、マンションおよび戸建分譲住宅情報がある。中古住宅の場合もある。それと比較計算のため、その駅周辺での、マンションおよび戸建分譲住宅の家賃情報を得る。賃貸住宅で終身計画する場合が、帰属家賃計算にあたる。

山川家は、4人家族なので、山川氏が定年退職60歳まで、2階建て賃貸4LDKに住み、61歳から、平屋3DKに移る(農協融資は、このタイプの賃貸が多い。)。退職後は、2階は、高齢化で、ほとんど使用しないため、平屋の方が、階段転落事故がなく、介護等にも動線がフラットで安全である。前者が月8万円、共益費5千円、後者が月6万円、共益費5千円とする。家賃・共益費が一定であると、帰属家賃の総額は、

$$\begin{aligned} & 4LDK[(家賃+共益費) \times 12 \text{ か月} \times 25 \text{ 年} + \text{更新料} \times 13 \text{ 回}] + 3DK \quad [\text{同計算}] \\ & 85000 \times 12 \times 25 + 80000 \times 13 + 65000 \times 12 \times 25 + 60000 \times 13 \\ & = 25500000 + 1040000 + 19500000 + 780000 = \mathbf{46820000} \end{aligned}$$

である。

事例として、(2022年賃貸住宅HPから、物件を選択した。)山川氏は、東京都あきる野市で、新築戸建て、土地120㎡(37坪)、4LDK95㎡、3000万円が気に入り、自己資金500万円、借入金2500万円で、購入することにした。建築費は、住宅展示場で、好みの住宅を選び、建築費を参考にする。建築費は、3000万円のうち60%、1800万円であり、残り1200万円が土地代になる。金融機関は、銀行を経由した住宅金融支援機構に2500万円を申し込む、ローン返済後、土地1200万円が資産として残る。25年間のローン支払総額は、

143万6千円×25=3590万円である。

他に、全国的にみて、夏最高気温40℃以上を記録する、埼玉県熊谷市で、新築戸建て、土地160㎡以上、4LDK110㎡、3000万円がある。この3000万円というのは、35歳の年

収流列から逆算した購入可能な絶対額のようなだ。熊谷市では、東京都あきる野市より、土地代が安いことが分かる。4LDK の建築延べ面積は、熊谷市の方が広い。住宅メーカー算定サイズによる、メーカー間の競争価格あるので、標準建築坪当たり単価は、差が大きい。戸建の場合、住宅設備と家具は、自己負担であり、外部の構造物（ブロック塀）駐車場の日よけなどを作ると余分に係る。固定資産税および減価償却費にあたる建物の修繕費は、自己負担である。

賃貸か新築かの条件

帰属家賃の総額 4682 万円(住設・固定資産税+修繕費込み)>ローン支払総額 3590 万円
戸建は固定資産税および建物の修繕費は含まれていない。都市計画法にもとづく用途別で、土地価格が異なり、住宅専用地域から、用途指定が雑多な用途になるにつれて、建蔽率および容積率が、緩和され、その分、日当たりが減少する。あきる野市で、37 坪では、地価の上昇は、期待できない。1200 万円で、不動産業者には、半額、600 万円、更地にするのに、200 万円取られるから、残るのは、400 万円程度である。要するに、120 m²程度の小規模宅地では、資産価値はほとんどないと言っても過言ではない。

返済能力条件

年間所得の 27%がローン返済であるから、消費生活の健全性をクリアしている。したがって、住宅金融支援機構の審査を合格し、取次の銀行の審査にも合格する。

ちなみに、銀行からの直接融資は、受けない計画が望ましい。つまり、住宅のオプション、ブロック塀、駐車場等の外構、車の日よけ、内装、住宅設備、家具等を、500 万円、銀行融資を受ける場合、住宅金融支援機構のローンより、年率 1%以上高い。取得 10 年以内に、ローン返済計画が破たんした場合、住宅金融支援機構は、住宅保険で保障されるが、追加融資を受けていると、住宅は銀行担保に取られているから、銀行直接債務は残ってしまう。山川さんのように、社会生活を 10 年以上、経験してから、結婚・家族形成が済んで、人生一生の高額ローンを国の住宅金融支援機構で利用するのが、安心安全である。

山川家イベント表

年齢	33	35	36	44	46	48	56	60	61	65	66	68
	30	32	33	41	43	45	53	57	58	62	63	65
	8				21							
	5				20							
収入	500	520	530	605	615	625	500	500	350	350	230	300
支出	300	312	318	363	369	375	300	300	280	280	230	270
住宅ローン			143.6		...			143.6				
住宅頭金	50	50										
教育費	43.75		...		43.75							
合計	393.75	405.75	505.35	550.35	556.35	443.6	443.6	280	280	230	270	
差額	106.25	110.25	24.65	48.65	62.65	56.4	56.4	70	70	0	30	

収支差額表

期末貸借対照表

年齢	教育資金	差額 (安心運用資金)	財形	積立	預金	固定資産	負債	純資産
33	43.75	106.25	400	43.75	106.25		0	550
34	43.75	106.25	450	87.5	212.5		0	750
35	43.75	114.25	500	131.25	326.75		0	958
36	43.75	24.65		175	351.4	3000	2500	1026.4
37	43.75	28.65		218.75	380.05	3000	2400	980.05
38	43.75	32.65		262.5	412.7	3000	2300	1375.2
39	43.75	36.65		306.25	449.35	3000	2200	1555.6
40	43.75	40.65		350	490	3000	2100	1740
41	43.75	44.65		393.75	534.65	3000	2000	1928.4
42	43.75	48.65		437.5	583.3	3000	1900	2120.8
43	43.75	52.65		481.25	635.95	3000	1800	2317.2
44	43.75	54.65		525	690.6	3000	1700	2515.6
45	43.75	56.65		568.75	747.25	3000	1600	2716
46	43.75	58.65		612.5	805.9	3000	1500	2918.4
47	43.75	60.65		656.25	866.55	3000	1400	3122.8
48	43.75	62.65		700	929.2	3000	1300	3329.2
49		108.4			1037.6	3000	1200	2837.6
50		110.4			1148	3000	1000	3148
51		112.4			1260.4	3000	900	3360.4
52		114.4			1374.8	3000	800	3574.8
53		116.4			1491.2	3000	700	3791.2
54		118.4			1609.6	3000	600	4006.6
55		120.4			1730	3000	500	4286.4
56		56.4			1786.4	3000	400	4386.4
57		56.4			1842.8	3000	300	4542.8
58		56.4			1899.2	3000	200	4699.2
59		56.4			1955.6	3000	100	4855.6
60		56.4			2012	3000	0	5012
61		70			2082	3000	0	5082
62		70			2152	3000	0	5152
63		70			2222	3000	0	5222
64		70			2292	3000	0	5292
65		70			2362	3000	0	5362

66	0	2362	3000	0	5362
67	0	2362	3000	0	5362
68	30	2392	3000	0	5362
合計	700	2,395			

運用計画と非課税制度利用

第2章の非課税制度を運用計画に適用すると次のようになる。

- | | | |
|----------|-----------------------------|-----------------|
| 1 子の教育費 | つみたて投資枠 NISA 子 1 名年 80 万円 | (400 万円) |
| 2 住宅資産形成 | 財形持家融資制度低利融資 | (財形住宅貯蓄 550 万円) |
| 3 老後の安心 | 財形年金貯蓄元利合計 550 万円まで、非課税 | 550 万円 |
| | 成長投資枠 NISA, 年 240 万円まで非課税 | |
| | つみたて投資枠 NISA, 年 120 万円まで非課税 | 合計 1,800 万円 |
| | | 夫婦で (3,600 万円) |
- 1 山川家イベント表から、毎年、教育資金を 43.75 万円、16 年間、貯蓄する。教育資は、つみたて投資枠 NISA が、最も適している。
 - 2 住宅ローンは、頭金が 3 年残っているの、その間、住宅の選択に入り、36 才から、住宅ローンを開始し、25 年間返済し、60 才で返済を終える。
 - 3 収支差額が毎年発生するが、その総額は、非課税枠内に入る。まず、老後の安心のために、iDeCo、残りは、つみたて投資枠 NISA か、成長投資枠 NISA にする。

③ 老年世代 66 歳～85 歳の金融行動の目的

老年世代 66 歳から 85 歳までの金融行動の目的を説明する。老年世代になると、公的年金を受給できるが、公的年金を支払う義務が生じる。公的年金から公的保険を天引きした後が、収入である。生活に不足する分は、資産形成と退職金から、取り崩すことになる。理論的には、問題はない。

しかし、地方税では、在職時の所得が、退職後、2 年間、課税所得として、記録にのこるので、退職後、公的年金に所得税が課税されなくとも、地方税は課税される。また、介護保険、国民健康保険も、課税所得のずれが負担になる点は、注意が必要である。

課税、公的保険のずれが、なくなれば、いよいよ、退職生活がスタートする。資産形成と退職金は、目減りしないように、制度枠を利用しつつ、運用を続けることになる。退職した高原氏のイベント表を作成する。

イベント表の仮定と推計

高原家の 66 歳における貸借対照表勘定は、山川家の結果をもちいる。資産運用を行えば、預金は、利息が含まれ、iDeco の年金と投資信託に分散されている。iDeco の年金は、毎年、預金に振り込まれる。投資信託は、不足すれば、その都度、売却する。それらを合わせて、預金から、毎月の不足分を預金から引き出す。

収入の推計 公的年金（－控除）公的保険（国保、介護）＝公的年金収入

例 基礎年金(816,000 円×2)－公的保険(国保 270,309 円総所得 200 万円 2 人簡易計算, 介護 126,720 円第 8 段階)＝1,234,971

厚生年金(816,000 円基礎年金と同額とする)遺族年金は厚生年金の半分 (389, 650 円)
年金手取り額 2,050,971 円

支出の推計

消費支出 高原氏は, 平均寿命 85 歳で終わるように, 見込んでいるから, 支出を年 270 万円とすると, $2,700,000 - 2,050,971 = 649,029$ となり, 年約 65 万円不足する. 山川氏の安心運用資金は, 運用無しで, 2,395 万円であるから, $2,395 \text{ 万円} \div 20 = 119.75 \text{ 万円}$ であり, 十分, 賄える. 高原氏が 85 歳で亡くなり, 妻が遺族年金を厚生年金の半分を受取り, 自身の公的年金収入を合わせる計画を付け加えている. 現預金が 716 万円あるので, 妻は, $716 \div 32 = 20$ で, 20 年間の余裕がある. 固定資産の死亡時評価分を現価配分すれば, 処分を遺族に委ねなくとも, 生活費の不足分は補てんできる.

高原家イベント表

年齢	66	67	68	69	70	71	72	73	85			
	64	65	66	67	68	69	70	71	82	83	84	85
収入	270	270	270	270	270	270	270	270	270	135	135	135
年金	116	116	205	205	205	205	205	205	205	102	102	102
取崩し	154	154	65	65	65	65	65	65	65	33	33	33
支出	270	270	270	270	270	270	270	270	270	135	135	135

期首貸借対照表

年齢	資産	現預金	投資信託	固定資産	負債	純資産
66		2392	0	3000	0	5392

収支差額表

期末貸借対照表

年齢	取り崩し	資産	現預金	投資信託	固定資産	負債	純資産
66	154		2238	0	3000	0	5238
67	154		2084	0	3000	0	5084
68	65		2019	0	3000	0	5019
69	65		1954	0	3000	0	4954
70	65		1889	0	3000	0	4889
71	65		1824	0	3000	0	4824
72	65		1759	0	3000	0	4759
73	65		1694	0	3000	0	4694
74	65		1629	0	3000	0	4629
75	65		1564	0	3000	0	4564
76	65		1499	0	3000	0	4499

77	65	1434	0	3000	0	4434
78	65	1369	0	3000	0	4369
79	65	1304	0	3000	0	4304
80	65	1239	0	3000	0	4239
81	65	1174	0	3000	0	4174
82	65	1109	0	3000	0	4109
83	65	1044	0	3000	0	4044
84	65	979	0	3000	0	3979
85	65	914	0	3000	0	3914
合計	1,478	914	0	3000	0	3914

運用計画と制度金融利用

金融資産取り崩しで、年間 65 万円取り崩すので、その額を年金化する方が、運用のわずらわしさから、開放されるだろう。実物資産である自宅については、その資産価値は、日本の住宅では、通常、耐用年数 30 年で、0 になる。山川邸は、減価償却引当金を積み立てていないためそうなる。退職後、20 年間、さらに、住むわけであるから、リフォームが必要になるかもしれない。

第 2 章の非課税制度を運用計画に適用すると次のようになる。

高原家イベント表から、NISA が、最も適している。一人、NISA つみたて投資枠年 120 万円または成長投資枠 240 万円まで非課税であり、5 年間で、投資枠は $360 \text{ 万円} \times 5 = 1,800 \text{ 万円}$ である。夫婦で、合計 3,600 万円可能である。収支差額が毎年取り崩し 65 万円である。ただし、どちらかが死亡すると、投資信託と株式では、相続時点での評価が異なり、現物を相続しても、相続人の投資枠制限がかかる場合がある。

演習 新入社員の場合

ワーク・シートにしたがって、2021 年 6 ヶ月間のイベント分析する。

収入 手取り 20 万円

支出 17 万 5 千円

イベント 7 月、8 月の旅行、8 月は普通預金から 5,000 円を引き出し、収入のその他に入金する。以下の要領で自分のイベント表を作成し、貯蓄配分表を作成する。

イベント表

収入 / 月	2104	2105	2106	2107	2108	2109
給与	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000
ボーナス	0	0	0	400,000	0	0
その他	0	0	0	0	5,000	0
収入合計	200,000	200,000	200,000	600,000	205,000	200,000

生活費	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
家賃	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000
通信費	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
旅行費	0	0	0	20,000	20,000	0
その他	15000	15000	15000	15000	0	15000
支出合計	175,000	175,000	175,000	195,000	180,000	175,000
収支差額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000

貯蓄配分表

	2104	2105	2106	2107	2108	2109	累積額
収支差額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000	525,000
iDeCo	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
財形住宅	0	0	0	200,000	0	0	200,000
NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
普通預金	5,000	5,000	5,000	185,000	0	5,000	205,000
投資額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000	525,000

運用計画

資産形成は、会社に、企業年金制度がない場合として、定額天引き 10,000 円を **iDeCo**、10,000 円を **NISA** で運用する。財形住宅貯蓄制度を利用し、ボーナス月 200,000 万円を、**投資信託**で運用する。財形住宅貯蓄は、元利合計 550 万円が目標である。

投資信託を始める場合、**インターネット銀行と証券会社をセットで契約する**。資金の移動が手数料なしに、済ませられる。証券会社は、財形貯蓄制度のある会社の場合、その会社の取引関係にしたがう場合がある。制度がない会社であれば、自身で契約する。

普通預金は、予備費として、残額を給与口座振替に普通預金として残す。半年決算後(2018 年 9 月末)、一部を**担保定期預金**にし、10 万円貯蓄する。これが、自己金融ないし自分銀行を設立して、担保金融をする。

私は、大学院時代、親の仕送り月 3 万円、大学院 5 年間、奨学金、下宿は、4 畳半で、月 4 千 5 百円で、収入は、家庭教師を数人していた。郵便貯金に、予備費と入れていた。それで、学費を支払い、阪急四条大宮-阪急六甲の定期を買い、専門書を買っていた。その間、語学研修費用を貯めて、京都ゲーテ協会で、ドイツ語講座を受講した。それで、大学院のドイツ語試験に合格した。(紛争時代、ドイツ語は一度も受けていない。単位は、自学自習で、試験を受けたが 49 点だったそうだ。試験前の授業に初めていったら、ヘルメットをかぶった紛争学生が教室を占拠し、塩酸か硫酸ビンを前に置き、アジ演説をしだした。教師も皆、壁窓際に下がったが、私は、そのまま、椅子に座っていた。学生がビンに手を出しそうになったので、後ろに下がった。それを機に、受講生が、椅子を彼らに投げ出したので、引き上げていった。そのとき、教師が私を覚えてくれたのかもしれない。博士課程論文試験資格に、ドイツ語試験があったため、その準備で、1976 年、ユーロ・センター Köln

の講座を受講しに、行った。追手門学院大学に就職してから、東西両陣営とアジア研究旅行に、1982 年から、1989 年まで、おそらく、総額 1 千万円以上、自費を投入した。生活は自炊で、弁当を作って、昼休み、研究室で、即席みそ汁で食べていた。昼の授業がすぐあり、学食に行く暇がなかった。もちろん、財形住宅と結婚資金を計画的に貯めていた。洋服は、マンションの近所の洋服屋で、仕立ててもらった。父のまねをしたのである。その付き合いは、洋服屋さんが亡くなるまで続いた。1982 年～1989 年、海外活動をしている間、講師から、助教授に、昇格している。金融論上の立場を形成するのが、主要な目的だったが、キャリアアップにつながった。

新入社員も、キャリアアップや婚活等、イベントは、個々人であるが、そのためには、資金が必要になるので、借金しないで、できるだけ、計画的に、必要資金を貯蓄することが、借金地獄や親類・知人に迷惑をかけない自律した生活が送れる。

新入社員の場合、3 年以上は、クレジット・カードを作らず、そのキャッシュ・サービスをつまんで返済地獄にはまらないようにする。日本企業では、会社が違くと、経験年数は、評価 0 である。転職をすると、前・元の経験歴年数は、考慮されない。各種国家資格か、特殊技能保持者は考量される。3 年勤めて、経験が再評価される会社はある。前途を考えない就職もどうかと思うが、転職も、給与ダウンを覚悟しなければならない。

支出合計の 175,000 円は口座振替が多い。そのため、普通預金は公共料金、通信費の決済のために使う。担保定期預金は、通常、決済資金不足のとき、キャッシング・サービスでは、年 18%であるが、当座借越では、定期預金金利である。できるだけ、次月までに、赤字は、返済しよう。

6. 3 ドルコスト平均法

これまで、海原氏、山川氏、高原氏の 3 世代の金融行動を例示してきた。会社員の制度金融利用枠は、企業に制度がある場合、財形住宅、財形年金、確定拠出年金 DC、個人加入できる iDeCo の制度がある。個人貯蓄では、つみたて投資枠 NISA および成長投資枠 NISA の制度がある。

結局、一般社員、職員は、給与所得から貯蓄する場合、総額で、制度金融利用枠を超えることは少ない。したがって、社員職員は、毎月あるいは半年ごと、給与所得やボーナスから、制度金融に**定額拠出**し、あるいは定額返済し、残りは、普通預金で予備費とすることになる。

実践では、月別の貯蓄・投資額を金融商品に割り当てる。企業加入制度では、資産管理・運用会社が指定され、金融商品も指定されている。個人加入制度では、任意に契約できるが、資産管理・運用会社を替えることは、コストがかかる。したがって、これらの制度枠利用は、月別、資産管理・運用会社が決まっていることが前提である。その上で、投資者は、その会社の提供する商品を選択することになる。

資産選択理論の知識がある投資者は、自分の期待収益率とその分散の選好傾向を自覚し、危険回避者か危険中立者にしたがって、期待効用関数を持ち、提供商品リストから、傾向に適合する割合を決める。

毎月または半年ごとに、5章8節の**実践の式**を使い、市場で購入する。ただし、有効フロンティア計算のためのデータ取得は、月1回、月次データをデータ表に記録するだけでも、根拠がある。しかし、有効フロンティアを計算し、5章7節のM点を求めることは、商品数が少ないので、可能である。

1) 商品選択法

投資信託受益証券は、投資信託会社が、投資方針で、投資家から資金を募集し、資産を購入、当初10,000口、10,000円を**当初の基準価格**とする。総資産の各時点での評価額を投資口数で割って、**時価の基準価格**が新聞に公表される。投資信託は、利息や配当が定期的に確定するが、それは、口数に応じて分配され、追加投資されるか、税引き後、払い出される。

投資信託口数の計算法

10,000 (円) 投資額 : 基準価格 (円) = x(口数) : 10,000 (口数)

x口数 = (10,000 (円) 投資額 ÷ 基準価格 (円)) × 10,000 (口数)

SBI-EXE-i グローバル(全世界)REIT ファンドの2017年10月27日の基準価格は13,536円である。この口数計算式を使い、投資額10,000円で買うと、口数は7,387口である。

SBI 2017/10/27 $7,387 = 10,000 \div 13,536 \times 10,000$

SBI証券のホームページの[iDeco 確定拠出年金]に、軽くポインターを当てると商品リストが出るので、クリックすると、投資信託のデータが調べられる。お気に入りに登録する。証券会社のサイトは、宣伝が多いので、どこに、データがあるのか、わかりにくいから、いつでも、確認できるようにしておく。

本教室では、海原氏、山川氏および高原氏の選択する投資信託は、以下の6つの投資信託とし、債券、インデックスバランス(株式20%, 40%, 60%), グローバル(全世界)REITおよびJ-REITである。バランス型を中心にしているのは、米国の確定拠出年金では、バランス型が運用成績がよいという研究結果があった。

SBI-EXE-i 先進国債券ファンド

日興-DC インデックスバランス(株式20)

日興-DC インデックスバランス(株式40)

日興-DC インデックスバランス(株式60)

SBI-EXE-i グローバル(全世界)REIT ファンド

ニッセイ-DC ニッセイ J-REIT インデックスファンドA

iDeCo	毎月天引き額 1 万円	バランス 60, インデックス, ETF
財形住宅貯蓄	半年 20 万円	バランス 40, インデックス, ETF
NISA	毎月天引き額 1 万円	株式, インデックス, ETF

② 基準価格データを，月次平均収益率に変換する．

EXCEL 関数計算

t 月次収益率を $(P_t - P_{t-1}) / P_{t-1}$ とし，計算する．

M 列 2 行のセルを入力できるように，ポインターを合わせ，アクティブにする．

EXCEL シートの上辺に，関数欄 $[\times \checkmark f_x]$ があり，右の記入欄に $[= (B3 - B2) / B2]$ の定義式を記入する．意味は， $[= (11446 - 11258) \div 11258]$ である．M 列 2 行のセルに結果が計算されて出る．同様に，M 列 3 行のセルをアクティブにして，関数欄 $[\times \checkmark f_x]$ $[= (B4 - B3) / B3]$ を記入する．M 列 3 行のセルに結果が計算されて出る．

M 列 2 行および M 列 3 行の 2 つのセルをドラッグして，合わせてアクティブにして，2 つのセルの右下の角にポインターを合わせて，下に，引きずると，結果が連続計算される．

③ EXCEL のデータ分析を付けて，分析ツールの中から，基本統計量の窓を開く．6 つの月次平均収益率表から，基本統計量を計算し，平均収益率の標準偏差 σ と平均値 μ を求め，表にまとめる．

EXCEL データ分析

データ分析→分析ツールの有効化

EXCEL の上辺左はし **[ファイル]** をクリック，**オプションのアドイン** をクリックする．通常は，無効なアプリケーションの中に，**分析ツール** が無効になっている．分析ツールの前の四角口 ☐ にチェック・マーク ☒ を入れて，有効にする．EXCEL ファイルの上辺に，**[データ]** の項があり，クリックすると，右端に **[データ分析]** の項がアドインの結果つく．それをクリックすると，EXCEL ファイルの右下に，データ分析の「窓」が出る．**基本統計量** を選んで，OK をクリックすると，基本統計量の「窓」が出る．**入力範囲** に，セル番地を $[\$N\$1 : \$N\$78]$ のように入力する．先頭行をラベルとして使用に ☒ する．**出力範囲** に，セル番地を $[\$N\$83]$ のように入力する．OK をクリックすると，出力セル番地に，基本統計量が表示される．

SBI 外債		日興 20	
平均	0.004128	平均	0.001999
標準誤差	0.001695	標準誤差	0.00143
中央値 (メジアン)	0.004317	中央値 (メジアン)	0.002626
最頻値 (モード)	0	最頻値 (モード)	0.006548
標準偏差	0.014877	標準偏差	0.012551
分散	0.000221	分散	0.000158
尖度	0.823437	尖度	5.227722
歪度	-0.27153	歪度	-0.2967
範囲	0.082768	範囲	0.099192

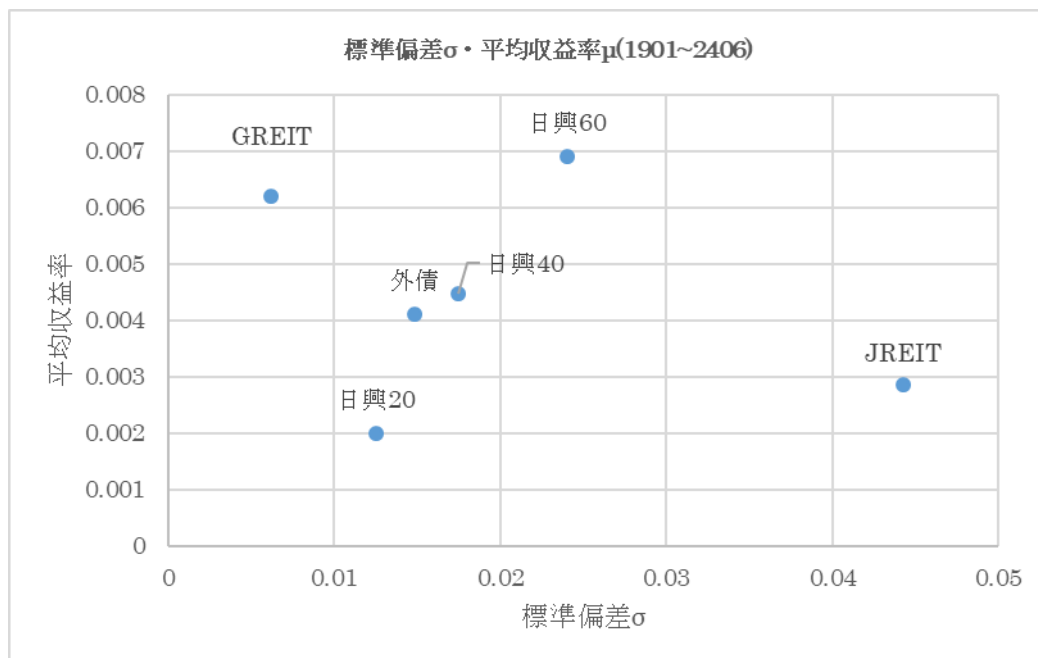
最小	-0.04227	最小	-0.04792
最大	0.040499	最大	0.05127
合計	0.317818	合計	0.153893
データの個数	77	データの個数	77

④ 6つの投資信託の基本統計量から、平均収益率の標準偏差 σ と平均値 μ を、次のように、作成する。

	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日 JREIT	平均値
標準偏差	0.014877	0.012551	0.017448	0.024052	0.006209	0.044292	0.119427
平均	0.004128	0.001999	0.004475	0.006914	0.006203	0.002869	0.026587

⑤ **散布図**を作成し、6つの投資信託の評価をする。

④のデータ 2 行×6 列を、ドラッグし、アクティブにする。EXCEL の上辺[挿入]をクリック、中央に、**グラフ**があり、**散布図 (X, Y)**を選ぶ。散布図欄外の右上にある、田マークをクリックして、表題、データ名、軸名を編集する。



2) 少額投資の基本戦略—ドルコスト平均法

10 年以上の少額投資では、途中換金の心配がない。契約期間の満期が近づけば、一時金受け取りか年金受け取りかを考慮すればよいだけである。10 年以上の少額投資の基本戦略は、**ドルコスト平均法**である。商品の選択は、変更は可能であるが、頻繁の変更はドルコスト平均法ではなくなる。

ドルコスト平均法：ドルコスト平均法は、毎月または半年ごとに、提供商品リストから、選択した商品を定額資金で購入する投資方法である。選択した商品は、半年以上、固定して変更しないことが原則である。

海原氏、山川氏、高原氏の場合で、投資資金配分表を基に、商品選択をし、ドルコスト平均法で商品を購入すると、投資成果が、実際のデータで確かめられる。

(1)海原氏の場合

5章2節演習で、新入社員は、貯蓄配分表を作成した。企業加入制度、および個人加入制度は、所属の証券会社と契約する。特に、NISA はインターネット証券会社の方が、商品も豊富であり、株式の売買を取り扱い、取引手数料も安い。

例として、SBI 証券とその傘下のインターネット銀行を契約したとする。インターネット証券・銀行の場合、スマホ取引が可能であり、売買の指示が即時的である。

新入社員の場合、企業の拠出額は、月 1 万円とする。SBI 証券のサイトにおいて、iDeCo 専用商品リストを見る。投資信託受託証券は、すでに、分散投資になっているので、個人でさらに資産選択をする必要はない。商品は、主に、日本債券、日本株式、外国債券、外国株式に分類される。後は、それらのミックスである、バランス型になる。

投資信託運用表

	2204	2205	2206	2207	2208	2209	累積額
iDeCo	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
財形住宅	0	0	0	200,000	0	0	200,000
NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
合計	20,000	20,000	20,000	220,000	20,000	20,000	320,000

2023 年 10 月から、2024 年 3 月までの投資戦略を考える。まず、日本債券は、マイナス金利政策が、10 月までに、解除されるだろう。外国債券は、先進国と新興国があるが、米国 FRB は、対インフレ金融政策で、金利は上昇した。ECB もインフレ対策で、2022 年、マイナス金利政策を解除。2023 年も、金利が上昇している。新興国は、インフレ対策と資本流出のため、金利が上昇する。英国の EU 離脱後、景気浮揚は困難だろう。EU は、インフレ対策のため、金利が上昇する。長期金利は、各国の財政赤字で、上昇する見通しがある。債券は、金利が上がれば、債券価格は、安くなり、グローバル債券は利息収入を期待できるから、その分配金が増加する。これまで、ゼロ金利政策のため、基準価格表を見ても分かるように、SBI 外債の変動は他の投信と比較して、変動が少ない。

日本株式、外国株式が選択肢にある場合、グローバルの方が、投資分散になる。2023 年後半の株式投資信託は、欧米の金融政策により、インフレ対策で上昇させた金利は、5%台で、景気浮揚のため維持される。

SBI 証券のサイトにおいて、選んだのが、次の 2 本である。選択の基準は、**信託報酬率が 1%以下、投資総額が多い、長期間の実績がある。再投資される分配金を考慮に入れる。**特に、REIT 商品は分配金が多い。毎月分配型は、長期運用には向かない。

商品選択手順

- ① SBI 証券サイトの **iDeCo 商品** から、バランス、リートの中から、2 種類選択する。
SBI 証券サイトの iDeCo 基準価格一覧を開く。次の 2 本を選んだ。
日興-DC インデックスバランス (株式 60)
SBI-EXE-i グローバル REIT ファンド
- ② 基準価格データ、毎月 27 日分を記録する。興味ある人は、営業日を記録する。
- ③ **戦略の決定** ドルコスト平均法で、SBI を買う。
- ④ **戦略の評価方法** 2022 年 3 月総評価額を計算する。スマホで、現時点の資産の評価は表示される。計算の実際は、各月の購入口数を計算し、決算月に、総評価額を次のように求める。

SBI-EXE-i グローバル(全世界)REIT ファンドの 2017 年 10 月 27 日の基準価格は 13,536 円である。この口数計算式を使い、投資額 10,000 円で買うと、口数は 7,387 口である。

$$\text{SBI } 2017/10/27 \quad 10,000 \div 13,536 \times 10,000 = 7,387$$

	2017/10/27	11/27	12/27	1/29	2/27	3/27	口数合計
SBI	13,536	13,665	13,816	13,498	12,544	12,202	
口数	7,387	7,317	7,237	7,408	7,971	8,195	45,515

$$\begin{aligned} \text{3 月総評価額} &= \text{口数合計} \div 10,000 \times \text{基準価格} \\ &= 45,515 \div 10,000 \times 3 \text{ 月末基準価格 (12,202 円)} \\ &= 4.5515 \times 12,202 \text{ 円} = 55,537 \text{ 円 (評価損 4,463 円)} \end{aligned}$$

海原氏個人の投資額は、月 1 万円である。iDeCo の例と同様に、半年ごと、ドルコスト平均法で、月 1 万円 6 ヶ月、選んだ投資信託を変更しない。年 2 回、20 万円を財形住宅貯金とする。ボーナス月、7 月および 12 月が投資選択の月である。半年後の結果を検討し、投資信託商品を検討する。財形住宅貯蓄制度がなければ、つみたて投資枠 NISA を選択する。制度設計では、NISA は、投資信託・株式投資をする投資家に対する中長期投資制度である。NISA 専用の商品リストがあるが、投資信託の収益率が高ければ、信託報酬率等が高い。途中償還もある。

リスト以外、余裕資金で、取引株数 100 株を購入できるならば、**NISA 口座から、自分で値上がり益を稼ぎ、売却**し、20%の分離課税を非課税にしてもらえらることを利用し、資金を回転運用することができる。配当率株式を選択できる。例えば、アステラス製薬であれ

ば、2022年6月3日 2029.5 円であり、単元株は 100 株、最低購入額は、202,950 円である。予想配当は、1 株当たり、60 円であるから、年間 6,000 円であり、年 2.95%、日本の定期預金では、達成不可能な収益率であり、しかも、非課税である。今後 5 年間で、自分の想定する収益率、例えば、15%以上に、アステラス製薬の株価が 233,392 円に上昇すれば、売却し、非課税の売却益を得、その間研究した株を買う資金にする。達成しなくても、年間 60 円配当は、製薬会社では手堅い。次年度の投資資金に追加する。このような自分運用法で、投資資金を回転投資し、配当金を底堅く稼ぎながら、資金を膨らませることが可能である。ただし、企業が増収増益をしなければ、5 年間で、2029.5 円を超えることができないから、売却損が出る可能性はある。株式投資は失敗することがあるから、既製品である投資信託の方が、失敗する可能性ははるかに低い。アステラス製薬の株価は、2024 年 7 月 29 日 1710.5 円である。15.7%の下落である。

2024 年 7 月～2025 年 3 月までの投資戦略

日本経済は正常化途上にある。日・世界金利差が縮まり、超円安は終わる。日本株式市場は、内需株が上昇するので、株式 60、成長株に投資する。

成長性のある株式で、正常化すれば、上昇が期待できる銘柄を 1 社選ぶ。年間 12 万円およびボーナス月の投資額がある。従来の NISA は、5 年期限があったが、制限額が総額 1800 万円、年間上限がそれぞれ、つみたて投資枠 120 万円、成長投資枠 NISA240 万円 となり、5 年間で無期限になった。成長投資枠 NISA で、20%以上、値上がりすれば、売却し、利益を確定、同じ銘柄か、成長性ある銘柄に、ボーナス月は、全額投資する。

海原氏は 27 歳なので、年 2 回、20 万円を財形住宅貯金とする。財形は、DC インデックスバランス (株式 60) に、ボーナス月、7 月および 12 月に、それぞれ、20 万円投資する。iDeCo は、DC インデックスバランス (株式 60) に、毎月 1 万円投資する。

(2) 山川家の場合

山川家では、住宅頭金は、財形住宅貯蓄制度、教育費はつみたて投資枠 NISA、住宅ローンは 25 フラットと民間銀行融資を使い、60 才までに返済する。企業年金は、確定給付企業年金の場合、運用は企業側であるが、確定拠出企業年金は、自己運用する。老後の安心は、60 才まで iDeCo および NISA で資産形成をする。

運用計画と非課税制度

非課税制度

第 2 章の非課税制度を運用計画に適用すると次のようになる。

1 子の教育費	つみたて投資枠 NISA	(700 万円)
2 住宅資産形成	財形持家融資制度低利融資	(財形住宅貯蓄 550 万円)
3 老後の安心	財形年金貯蓄元利合計 550 万円まで、非課税	550 万円
	つみたて投資枠および成長投資枠 NISA3600 万円非課税	
	夫婦で (拠出額 3600 万円)	
	合計 財形	1100 万円

NISA(教育費込み)3600 万円

教育資金計画

山川家イベント表から、子 2 人 16 年間目標積立額 700 万円、毎年の積立額 43.75 万円である。教育資金は、つみたて投資枠 NISA が最も適している。

住宅取得計画

33 歳期首財形住宅貯蓄 350 万円、残り 3 年間頭金年間 50 万円を貯蓄し、36 歳から、25 年間借入額 2,500 万円、年間返済額 143.6 円元利均等払い(利息 43.6 万円、元金 100 万円)とする。

住宅ローンは、頭金が 3 年残っているの、その間、住宅の選択に入り、36 才から、住宅ローンを開始し、25 年間返済し、60 才で返済を終える。

老後の安心

収支差額が毎年発生するが、その総額は、非課税枠内に入る。まず、老後の安心のために、iDeCo、残りは、つみたて投資枠および成長投資枠 NISA にする。

企業加入制度 iDeCo は、企業の拠出額を 2 万円とする。標準月収が増加すれば、拠出額は増加する。新入社員が月 1 万円としたよりは、山川氏は、商品選択は少なくとも 2 本可能である。

山川家の戦略

投資信託の選択

教育資金運用

つみたて投資枠 NISA および成長投資枠 NISA は、日興-DC インデックスバランス(株式 40)または(株式 60)および SBI-EXE-i グローバル(全世界)REIT ファンドをそれぞれ、3.6 万円および 1 万円で毎月購入する。ニッセイ・DC ニッセイ J-REIT インデックスファンド A は、2019 年 1 月～2024 年 5 月期間において、6 つの投資信託の運用成績の平均値がはるかに劣っている。引出期に近づく場合、そのときの株式市場相場で、利益が減少するから、利益を確定し、変動の少ない SBI-EXE-i 先進国債券ファンドを購入する。

老後の安心

DC および(妻)iDeCo は、それぞれ、2 万円、日興-DC インデックスバランス(株式 40)または日興-DC インデックスバランス(株式 60)を毎月購入する。退職期が近づくと、一時金にするか、個人年金化するか、選択する。

投資信託運用表

	2404	2405	2406	2407	2408	2409	累積額
DC	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	120,000
iDeCo	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	120,000
積立 NISA	36,000	36,000	36,000	36,000	36,000	36,000	216,000
成長 NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
合計	86,000	86,000	86,000	86,000	86,000	86,000	516,000

海原氏と比較すると、投資資金が毎月大きい。自己資金は月 66,000 円であり、ボーナス月は増額しない。ボーナスは、生活費の調整後、残りは預金にする。

2024 年 7 月～2025 年 3 月のまでの投資戦略

iDeCo は、日興-DC インデックスバランス(株式 60)。教育資金は、SBI-EXE-i 先進国債券ファンド。老後の安心は、日興-DC インデックスバランス(株式 60)。

(3) 高原氏の場合

高原氏の安心運用資金は、運用無しで、2,285 万円である。上述のドルコスト平均法で、元本が減少しない投資信託を半分以上、10 年間、バランス型(株式 20) および、たとえば SBI-EXE-i 先進国債券ファンドの投資信託で運用する。残りは、10 年間、元本維持型の定期預金か個人国債で、取り崩し資金にする。

高原氏の安心運用資金は、運用無しで、2,285 万円である。上述のドルコスト平均法で、元本が減少しない投資信託を半分以上、10 年間、75 歳まで、変動の少ない、バランス型(株式 20) または SBI-EXE-i 先進国債券ファンドの投資信託で運用する。残りは、10 年間、元本維持型の定期預金または SBI-EXE-i 先進国債券ファンドの投資信託で、取り崩し資金にする。

妻が 100 歳まで長生きしても、資産の取り崩しは 15 年間で $32 \times 15 = 480$ であるから、資金は枯渇しない。

運用計画

金融資産取り崩しで、年間 76 万円取り崩すので、その額を年金化する方が、運用のわずらわしさから、開放されるだろう。実物資産である自宅については、その資産価値は、日本の住宅では、通常、耐用年数 30 年で、0 になる。山川邸は、減価償却引当金を積み立てていないためそうなる。退職後、20 年間、さらに、住むわけであるから、リフォームが必要になる。実際、実行した例でいうと、リフォームの内容は、エアコン、台所とくに IH 調理機、洗面所・浴室、エコキュート、トイレ、介護用手すり、バリアフリー、外回りは、PV 設置、蓄電池、外装、外周りの手摺(介護認定されると、レンタル介護用品、介護設備費に市からの補助金がある。温暖化対策で、二重ガラス窓、外装等の断熱工事、PV 設置に補助金が出る場合がある。) などである。高齢者住宅は、特に、火災のリスクのため、オール電化、熱中症対策に空調、停電のための蓄電池装備が望ましい。

リフォームと市からの補助

リフォームは、介護保険や市の補助金がつかえる。バリアフリーは、段差を滑らかにする補助材がある。廊下、家・外の階段は、老人の動線に配慮、手すりをつける。2 階は、昇降機を付けることが、一番安全であるが、老人は、2 階を使わせてはいけない。知り合いでも階段から落ちて、骨折した。老人の骨折は寝たきりになるもとである。浴室での転倒、のぼせ溺死対策で、手すりは必須であり、トイレも全面手すりで移動できるようにする方が安全である。便座の両側に手すり、立ち上がりに、つかまり手すりを付ける。便座の両側の手すりは、普通の人も、便秘気味であれば、手すりにつかまって、腰を浮かし、

軽く、きばると、割とスムーズに大便が排出できる。大便の原料、食材は、野菜を多くすると、なめらかにできるが、それをしないと粘り便になるようだ。玄関は、踏台と手すりをつけるとよい。

退職金は、期首貸借対照表に、計上していないが、以上の老人用リフォーム資金に充てることが望ましい。高原氏は、20年間、妻は100歳までなので、住宅設備の更新等の予備費として、退職金の残りは、生活費に回さないことが望ましい。

高原邸は、退職金でリフォームを済ませているとする。

高原家の戦略

投資信託の選択

投資資金の半分以上は、10年間、引出がないので、日興-DC インデックスバランスは株式20か40で、収益を確保する。残りは、10年以内に、引き出すので、定期預金またはSBI-EXE-i 先進国債券ファンドを購入する。

資産運用表							(千円)
	2104	2105	2106	2107	2108	2109	累積額
定期預金	10,000						10,000
普通預金	380	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	2
株式20	12,470						12,470
合計	22,850	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	Δ63	22,472

2024年10月から、2025年3月までの投資戦略を考える。

半分1,000万円は、10年間、バランス型（株式20）かSBI-EXE-i 先進国債券ファンドに投資し、売却しない。残りは、取り崩し資金なので、定期預金か個人国債、SBI-EXE-i 先進国債券ファンドなど、年間値動きが安定している投資信託を選択する。

2024年7月31日、日銀は、政策金利を0.25%とした。大手銀行は、定期預金金利を年0.025%にしている。定期預金か個人国債の利子率および利息が目立つようになる。新NISAは、余裕資金の一部をバランス型（株式40、60）に投資する。

投資信託の選択の基準データ一覧

SBI-EXE-i 先進国債券ファンド

日興-DC インデックスバランス(株式20)

日興-DC インデックスバランス(株式40)

日興-DC インデックスバランス(株式60)

SBI-EXE-i グローバル(全世界)REIT ファンド

ニッセイ-DC ニッセイ J-REIT インデックスファンドA

以上の基準価格データは、次の通りである。

基準価格データ

2019年1月～2024年6月まで、基準価格データを毎月27日(休場の場合、翌営業日)に記

録した.

投資信託 EXCE 表 期間 2019/1/28~2024/6/27(各データ数 66 個)

投信名						
日付	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	JREIT
190128	11258	15501	18364	20949	13557	11153
190227	11446	15654	18758	21582	14170	11351
190327	11584	15767	18843	21683	14535	11839
190426	11629	15811	18956	21884	14576	11800
190527	11518	15684	19623	21291	14415	11905
190627	11593	15801	18763	21454	14092	11951
190729	11642	15874	18905	21677	14432	12399
190827	11623	15832	18595	21021	14082	12815
190927	11743	16025	19144	22004	14822	13556
191028	11816	16049	19307	22348	15195	13932
191127	11962	16168	19596	22850	15149	13908
191227	11903	16167	19699	23090	15129	13470
200127	11931	16188	19665	22980	15403	13653
200227	12167	16037	19193	22094	15034	13487
200327	11858	15627	18375	20763	10917	9782
200426	11927	15684	18485	20939	10918	10084
200527	11997	15884	18980	21796	11490	10377
200629	12146	15889	19112	21891	11470	10635
200727	12224	15992	19261	22269	11533	10760
200827	12232	16095	19531	22754	12011	11219
200928	12096	16113	19576	22833	11531	11292
201027	12099	16094	19519	22729	11657	10765
201127	12127	16400	20255	24041	12586	11052
201228	12169	16439	20344	24156	12500	11452
210127	12122	16545	20646	24653	12829	11885
210301	12156	16531	20754	24996	13260	12984
210329	12369	16871	21292	25865	14324	13135
210427	12337	16754	21147	25600	14794	13512
210527	12474	16798	21236	25746	15128	13734
210628	12569	16908	21501	26221	15800	14306
210727	12642	16946	21510	26185	15933	14279
210827	12572	16925	21479	26140	15885	14424

210927	12572	17106	21982	27089	15813	14061
211027	12820	17076	21895	27017	16811	13916
211129	12741	16980	21693	26558	16524	13567
211227	12796	17058	21873	26878	17017	13677
220127	12507	16722	21172	25685	16144	13082
220228	12385	16694	21251	25923	16325	12761
220328	12657	16827	21723	26835	17148	13520
220427	12791	16712	21373	26163	18264	13608
220527	12673	16725	21404	26216	16871	13541
220627	12929	16637	21361	26248	17049	13222
220527	13310	16866	21745	26827	17465	13696
220627	13164	16820	21739	26887	17640	13930
220727	12840	16520	21213	26064	15949	13460
220829	13087	16669	21571	26713	16053	13568
220927	13012	16782	21901	27347	16550	13686
221027	12462	16395	21207	26249	15410	13156
221128	12483	16484	21506	26845	16151	12953
221227	12574	16582	21662	27075	16140	13006
230127	12551	16684	21921	26807	14543	12412
230227	12820	16876	22096	27677	15305	13022
230327	13123	17179	22773	28866	15427	13180
230427	12673	16725	21404	26216	16871	13541
230527	12929	16637	21361	26248	17049	13222
230630	13619	17505	23476	30108	16704	13228
230727	13345	17458	23441	30058	17002	13500
230828	13527	17257	23280	30031	16630	13458
230927	13451	17276	23437	30401	16101	13450
231027	13383	16993	22929	29585	15594	13264
231127	13925	17386	23716	30933	17113	13263
231227	13925	17520	23819	30963	17904	12897
240129	14133	17660	24379	32170	17876	13128
240227	14194	17946	25026	33355	17984	12574
240327	14415	17086	25453	34228	18314	13291
240430	14707	17962	25326	34118	18491	13327
240527	14835	17892	25374	34379	18734	13940
240627	15331	17971	25601	34842	19301	12799

SBI 外債

日興 20

日興 40

日興 60

SBIGREIT

日生 JREIT

上の基準価格表から、月次収益率を計算した。この表から、基本統計量を計算し、標準偏差と平均収益率の表を作成した。

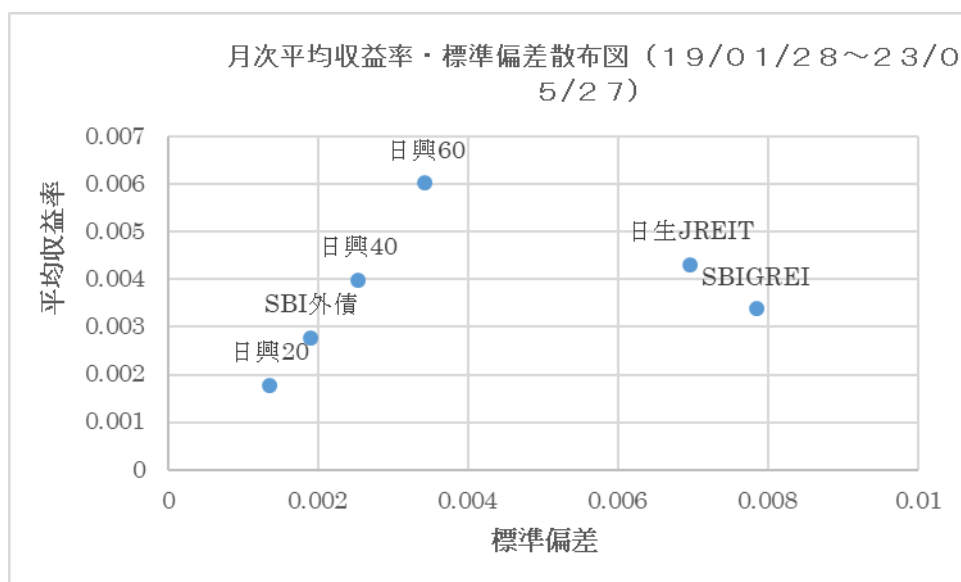
投信月次収益率 (2019 年 1 月～2024 年 6 月)

日付	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日 JREIT
190128	0.016699	0.009774	0.021455	0.030216	0.045216	0.017753
190227	0.012057	0.007167	0.004531	0.00468	0.025759	0.042992
190327	0.003885	0.002783	0.005997	0.00927	0.002821	-0.00329
190426	-0.00955	-0.0081	0.035187	-0.0271	-0.01105	0.008898
190527	0.006512	0.007405	-0.04383	0.007656	-0.02241	0.003864
190627	0.004227	0.004599	0.007568	0.010394	0.024127	0.037486
190729	-0.00163	-0.00265	-0.0164	-0.03026	-0.02425	0.033551
190827	0.010324	0.012044	0.029524	0.046763	0.052549	0.057823
190927	0.006216	0.001495	0.008514	0.015634	0.025165	0.027737
191028	0.012356	0.00736	0.014969	0.022463	-0.00303	-0.00172
191127	-0.00493	-6.2E-05	0.005256	0.010503	-0.00132	-0.03149
191227	0.002352	0.001297	-0.00173	-0.00476	0.018111	0.013586
200127	0.01978	-0.00942	-0.024	-0.03856	-0.02396	-0.01216
200227	-0.0254	-0.02624	-0.04262	-0.06024	-0.27385	-0.27471
200327	0.005819	0.003634	0.005986	0.008477	9.16E-05	0.030873
200426	0.005869	0.012591	0.026778	0.040928	0.052391	0.029056
200527	0.01242	0.000315	0.006955	0.004359	-0.00174	0.024863
200629	0.006422	0.006441	0.007796	0.017267	0.005493	0.011754
200727	0.000654	0.0064	0.014018	0.021779	0.041446	0.042658
200827	-0.01112	0.001117	0.002304	0.003472	-0.03996	0.006507
200928	0.000248	-0.00118	-0.00291	-0.00455	0.010927	-0.04667
201027	0.002314	0.018659	0.037707	0.057724	0.079695	0.02666
201127	0.003463	0.002372	0.004394	0.004783	-0.00683	0.036193
201228	-0.00386	0.006407	0.014845	0.020575	0.02632	0.03781
210127	0.002805	-0.00085	0.005231	0.013913	0.033596	0.092469
210301	0.017522	0.020153	0.025923	0.034766	0.080241	0.01163
210329	-0.00259	-0.00698	-0.00681	-0.01025	0.032812	0.028702
210427	0.011105	0.002619	0.004209	0.005703	0.022577	0.01643
210527	0.007616	0.006506	0.012479	0.018449	0.044421	0.041648
210527	0.007616	0.006506	0.012479	0.018449	0.044421	0.041648
210628	0.005808	0.002242	0.000419	-0.00137	0.008418	-0.00189

210727	-0.00554	-0.00124	-0.00144	-0.00172	-0.00301	0.010155
210827	0	0.010581	0.023418	0.036305	-0.00453	-0.02517
210927	0.019726	-0.00176	-0.00396	-0.00266	0.063113	-0.01031
211027	-0.00616	-0.00565	-0.00923	-0.01699	-0.01707	-0.02508
211129	0.004317	0.004573	0.008298	0.012049	0.029835	0.008108
211227	-0.02259	-0.02009	-0.03205	-0.04439	-0.0513	-0.0435
220127	-0.00975	-0.00168	0.003731	0.009266	0.011212	-0.02454
220228	0.021962	0.007904	0.022211	0.035181	0.050413	0.059478
220328	0.010587	-0.00688	-0.01611	-0.02504	0.06508	0.006509
220427	-0.00923	0.000777	0.00145	0.002026	-0.07627	-0.00492
220527	0.0202	-0.00529	-0.00201	0.001221	0.010551	-0.02356
220627	0.029469	0.013578	0.017977	0.022059	0.0244	0.035849
220727	-0.01097	-0.00273	-0.00028	0.002237	0.01002	0.017085
220829	-0.02461	-0.01816	-0.0242	-0.03061	-0.09586	-0.03374
220927	0.019237	0.008939	0.016876	0.0249	0.006521	0.008024
221027	-0.00573	0.006733	0.015298	0.023734	0.03096	0.008697
221128	-0.04227	-0.0236	-0.03169	-0.04015	-0.06888	-0.03873
221227	0.001685	0.005399	0.014099	0.022706	0.048086	-0.01543
230127	0.00729	0.00591	0.007254	0.008568	-0.00068	0.004092
230227	-0.00183	0.006114	0.011956	-0.0099	-0.09895	-0.04567
230327	0.021433	0.011377	0.007983	0.032454	0.052396	0.049146
230427	0.023635	0.017638	0.030639	0.04296	0.007971	0.012133
230527	0.037796	0.018977	0.03087	0.043026	0.082777	0.003642
230630	-0.02012	-0.00268	-0.00149	-0.00166	0.01784	0.020562
230727	0.013638	-0.01151	-0.00687	-0.0009	-0.02188	-0.00311
230828	-0.00562	0.001101	0.006744	0.012321	-0.03181	-0.00059
230927	-0.00506	-0.01638	-0.02168	-0.02684	-0.03149	-0.01383
231027	0.040499	0.023127	0.034323	0.045564	0.097409	-7.5E-05
231127	0	0.007707	0.004343	0.00097	0.046222	-0.0276
231227	0.014937	0.007991	0.023511	0.038982	-0.00156	0.017911
240129	0.004316	0.016195	0.026539	0.036836	0.006042	-0.0422
240227	0.01557	-0.04792	0.017062	0.026173	0.01835	0.057022
240327	0.020257	0.05127	-0.00499	-0.00321	0.009665	0.002709
240430	0.008703	-0.0039	0.001895	0.00765	0.013142	0.045997
240527	0.033434	0.004415	0.008946	0.013468	0.030266	-0.08185
240627						

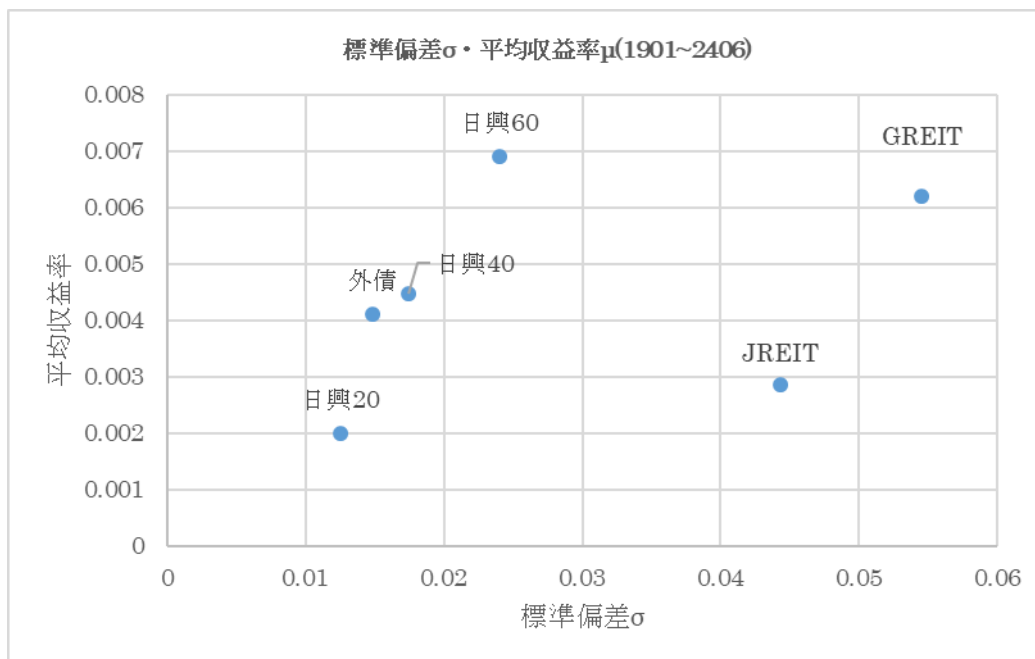
	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日 JREIT
平均	0.004128	0.001999	0.004475	0.006914	0.006203	0.002869
標準偏差	0.014877	0.012551	0.017448	0.024052	0.054488	0.044292

この散布図を期間 2019 年 1 月 28 日～2023 年 5 月 27 日で、計算すると、直線に並び、SBI 外債が 20 と 40 の中間にある。2 つの REIT は、株式と外債と明らかに、標準偏差と平均収益率の性質が異なることが分かる。リスクの指標である標準偏差が、株式・外債の組と比較すると 2 倍以上である。



	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日生 JREIT
平均	0.002776	0.001776	0.003971	0.006013	0.003384	0.004311
標準誤差	0.001907	0.00135	0.002531	0.00343	0.007844	0.006958

散布図を期間 2019 年 1 月 28 日～2024 年 6 月 27 日計算すると、下の図になり、SBI 外債と日興 20、40、60 は、位置関係で、外債が日興 40 より成績がよい。リートは、世界リート収益率が高いが、標準偏差も高い。



6. 4 リバランス管理法

ドルコスト平均法継続中、何をすべきか

2024年1月から、新NISA制度が、施行され、旧制度で保有している商品は、期限まで非課税あるが、新規投資する場合、非課税期間が無期限、つみたて投資枠NISA年間120万円、成長投資枠NISA年間240万円に拡大、5年間で、1800万円まで投資することができる。

新NISA制度のもとで、山川家、高原家の資産規模では、新NISA制度の枠でカバーできる。確定拠出型企業年金iDeCoは商品選択肢が狭い、積立満期が定年であるのと比較すれば、新NISA制度による運用商品の幅は、ひろく、運用期間が終身である。ただし、DCおよびiDeCo口座内で、他の投資信託にスイッチ（乗り換え）できるが、同じ投資枠NISA口座内で、スイッチ出来ない。つみたて投資枠の商品を解約し、その資金で成長投資枠の商品を購入する投資枠の運用替えは、240万円の余裕範囲以内で可能である。DC、iDeCoおよびNISAで投資・運用中、当該商品を解約せず購入停止し、その資金を他の選択商品に再配分すれば、解約、購入手数料はかからない。リバランス法は、許容範囲を越えた商品は、購入停止、契約中の他の商品に、その資金を配分する方法を取る。

個人貯蓄で制度利用する場合、つみたて投資枠NISA年間120万円では、投資信託は、株式の割合が高くても、平均分散化されているので、基準価格の変動は、個別株式より、激しくない。従来通り、投資信託の選択法で選び、ドルコスト平均法で、半年以上、定額

で継続購入する。

成長投資枠 NISA 間 240 万円は、ミニ株であれば、1 株から売買できるが、通常、株式取引単位は、100 株である。旧 NISA より、年間 120 万円から、240 万円に拡大されたため、購入できる株式銘柄の幅が増えた。成長投資枠 NISA 投資、上限額 1200 万円以内で、売却益の非課税期間が無期限(終身)に、制度改訂された。投資目標期間を設定せず、株価目標上昇率を 15%以上とし、目標上昇率を達成したとき売却、利益を確定することもできる。

本教室では、投資家は、各商品の平均収益率だけでなく、リスクを考慮する。平均分散の有効フロンティア曲線と確定型証券の収益率の点から引いた接線との接点において、リスク資産の合成資産が決まる。投資家は、その直線上、期待効用曲線との接点で、最適点を選択するというのが、教科書的な投資戦略である。

その戦略にしたがえば、バランス型投資信託を選択することになる。それ以外に、債券投資信託、リート・インデックスを選択対象としてきた。6.3 節の散布図(2019/1/28～2024/6/27)で、分かるように、バランス型は、直線的にバランス型 3 種類が並び、外債が日興(株式 40)に近い。2つのリートは、全世界リートが、収益率が日興(株式 60)に近く、標準偏差は、2 倍近く離れている。J リートは、収益率は日興(株式 20)に近く標準偏差は、2 倍近くあるので、選択対象から外すべきであることが分かった。

ドルコスト平均法継続中、することは、商品の平均収益率とその標準偏差を計算し、経済政策、金融政策の変更がある場合、基準価格は、上昇するか、下落する。その範囲が、極端であれば、購入を中断する方が、総資産の価値が大きい。

リバランス法

ドルコスト平均法で、契約通りに、毎月、定額で、投資信託を購入していると、①著しく運用成績が変化した商品がある。②選択した最適資産構成比率に戻すために、著しく(基準価格が高騰している)成績のよい商品を購入停止、その資金を他の商品に再配分し、資産構成比率を回復することをリバランス法という。

リバランス法の理論的説明

統計学的には、ここで考えているリバランス法は、逐次検定法や品質管理法に近い。投資信託の品質管理なのかもしれない。前年までと、今年までとの平均収益率の特性を比較して、20%以内を許容範囲として、リバランスするか判定する。

①投資信託許容範囲設定

平均分散戦略で選択した商品ポートフォリオとリバランス法との関係は、商品の(標準偏差、平均収益率)は、許容範囲の設定にある。たとえば、商品の平均収益率 20%を、許容範囲と設定すれば、それを越えた商品は、リバランス法の対象商品になり、商品特性が変化したとみて、平均分散戦略から外すか、検討する。標準偏差の許容範囲の設定は、むづ

かしい。

許容範囲設定の事例

6.3 節の散布図(2019/1/28~2023/5/27)の(標準偏差, 平均収益率)を計算した。

	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日生 JREIT
平均	0.002776	0.001776	0.003971	0.006013	0.003384	0.004311
標準偏差	0.001907	0.00135	0.002531	0.00343	0.007844	0.006958

(2019/1/28~2024/6/27)の(標準偏差, 平均収益率)を計算した。

	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日 JREIT
平均	0.004128	0.001999	0.004475	0.006914	0.006203	0.002869
標準偏差	0.014877	0.012551	0.017448	0.024052	0.054488	0.044292

2 つデータの偏差変動率 $(\sigma_1 - \sigma_0) / \sigma_0$, 平均収益率の変動率の%, $100 \times (\mu_1 - \mu_0) / \mu_0$ を計算した。

	SBI 外債	日興 20	日興 40	日興 60	SBIGREIT	日 JREIT
平均変動率	48.7	12.6	12.7	15	83.3	-33.4
偏差変動率	6.8	8.23	5.39	6.01	5.95	5.37

結果から, 偏差変動率は, 差は少ない。許容範囲には取れない。平均収益率の変動率日興 20, 40, 60 は, 20%以内にあるから, リバランスしなくてもよい。外債, SBI, 日生は, リバランスすべき 20%許容範囲外にある。2023/5/27~2024/6/27 は, 高インフレ下, 海外は 5%近い高金利にあり, 外債, 海外リートがプラスに強く影響を受けた。

②選択した最適資産構成比率に戻すために, 著しく(基準価格が高騰している)成績のよい商品を購入停止, その資金を他の商品に再配分し, 資産構成比率を回復する

債券投資信託, バランス型投資信託, リート・インデックスの 3 種類を想定してきた。

それぞれの最適比率を A_1^* , A_2^* , A_3^* とし, それぞれの市場基準価格を P_1^* , P_2^* , P_3^* , 購入量(口数)を b_1 , b_2 , b_3 , 投資額を W とする。定義より, $A_1^* = (P_1^* \times b_1) / W$ が成り立つ。最適資産比率 A_1^* , A_2^* , A_3^* は, 当初仮定した 3 種類の分布特性(平均収益率 μ , 標準偏差 σ) に依存する。投資額は毎月, 定額 W である。

第 5 章 1 節 3) 項において, 理論的に, 最適比率 A_1^* , A_2^* , A_3^* を, 3 資産選択モデルで求めた。実際は, **3 資産の標本分布**の平均収益率, 標準偏差が, 時間経過で, 変化し, 標本分布で計算した最適比率 A_1^* , A_2^* , A_3^* は, 変化する。20%許容範囲内の商品を買えば, 仮定した分布と観測される標本分布特性は, 差が開かないないので, 主観的最適資産選択をしていることになる。

結論 リバランス法により, 著しく標本分布特性が, 変化した商品は, 当初の仮定した分布特性(平均収益率 μ , 標準偏差 σ) が変化している。変化の原因が解消されて, 元の分布に戻るか, 変異が落ちつくまで, 購入を中断する。**高い基準価格のまま, 購入口数を減らす**より, 分布の比較的变化していない投資信託を購入する方が, その口数が増

える。

リバランスの事例

6.3 節の散布図(2019/1/28～2024/6/27)において、J リートは、運用成績(平均収益率)が低下した。全世界リートとは、連動していないので、選択対象からはずす。外債は、株式 20 より、運用成績が上昇し、株式 40 に近い。株式 20 を外債に変える。バランス型 40 または、バランス型 60 を選んでいれば、そのまま。全世界リートより、株式 100% の平均収益率、標準偏差が高いを 1 本を探せば、標準偏差は、全世界リートより低く、運用成績が上がる可能性が高い。

[iDeCo] の [運用商品一覧] および [つみたて投資枠 NISA] の [つみたて投資枠 NISA の取扱商品] の範囲の中で、どのように運用管理すると、投資家の満足する成果が得られるのか。平均分散戦略とドルコスト平均法(時間分散)との関係、ドルコスト平均法とリバランス法との関係は、理論的に考える問題がある。

平均分散戦略は、ある時点において、各商品の過去のデータから、得られた収益率から、平均収益率および標準偏差を、その商品の特性と見る。それらの商品から、ポートフォリオ収益率の最小分散の軌跡(有効フロンティア)を求め、安全資産と有効フロンティアとの接線を求め、投資家は、接線上の点を、期待効用の観点から、主観的**最小分散**となる、リスク回避の最適配分を決める。3つのバランス投資信託日興 20、40、60 の例で言えば、平均収益率・標準偏差の点は、ほぼ直線上に並んでおり、投資家の主観的選好で、どれかを選択する。(散布図参照)

時間分散法：ドルコスト平均法は、1 商品を、例えば、半年間、決まった金額で、購入する場合、時間的に、商品価格は変動する。決まった金額(ボーナス 24 万円)で、投資家が決めた商品、例えば、バランス株式 40 を購入する場合、より安く、買いたい。毎日か毎月、基準価格を追い、安値だ思う月に、1 回、24 万円で購入するのと、毎月 15 日(翌営業日)に定額 4 万円で、6 回購入するのとを比較すると、購入時間は平均 1 カ月ごとに分散されている。**時間分散戦略**と言われる。1 回集中全額投資と 6 回購入と比較すると、**投資信託の口数**が、通常多い。

平均分散戦略(時間中立)とドルコスト平均法(時間分散)の関係

状態分散法は、最小分散(標準偏差)となる商品の組合せを決めることができ、ドルコスト平均法は、状態分散法と連携し、最適に選んだ各商品を変更せず、定額で、購入 timing を分散して、毎月購入する。同じ投資額で一時的一括購入した時より、結果、計画期間終了時に、各商品の口数が多く、終了時の基準価格で、価値がより多い。

本教室では、投資家は、各商品の平均収益率だけでなく、リスクを考慮する。平均分散の有効フロンティアと確定型証券の収益率からの直線との交点で、リスク資産の合成資

産が決まる。投資家はその直線の最適点を選択するというのが、教科書的な投資戦略である。その戦略にしたがえば、バランス型投資信託を選択することになる。そして、時系列的には、ドルコスト平均法で、定額購入を半年継続する。

リバランスの状況が生じるかは、バランス型投資信託以外の投資信託を選択している場合になる。本講義では、2本あれば、変動が少ない方を買いつける。半年たって、見直すと、リバランスに自動的になる。

海原氏、山川氏、高原氏の運用計画を見ると、それぞれの目的で、1本に絞っているので、選択肢が2本以上ないと、ドルコスト平均法下のリバランスは、あまり効果はない。

6.5 次の半年の変動要因予想

若年世代および壮年世代は、所属する業界に対する**景気、政策、海外の景気、各国の政策等の変動**は、毎日の仕事に反映されているはずである。変動要因が変化すると、仕事量も変化する。それは、夏、冬のボーナスに成果として、反映されるので、まったく無関心な勤労者はいない。ゆえに、投資家は、半年ごと、その間の成果と、次期の予想を、おぼろげながらも、商品を変更、売却、新規購入の判断を立てなければならない。

選択した商品に影響する、**景気、政策、海外の景気、政策等の変動要因**の重要度を考える。日本経済新聞の日曜版「今週の市場」において、今週の予定を検討し、金融市場への影響を推論する。経済指標の発表は、マネックス証券の「投資情報・レポート一覧」から「経済指標カレンダー」をクリック、さらに、予想・結果をクリックすると時系列が表示される。予想より結果が下回ると失望売りで市場は反応する。

商品リスト	日本の変動要因	海外の変動要因
債券	日銀の政策会合 日銀短観 消費者物価 為替レート	米国準備制度理事会 EU 中央銀行 消費者物価指数 失業率
株式	政府予算 政策の変更 金融政策 四半期 GDP	政府予算 政策の変更 金融政策 四半期 GDP
リート	長期金利 都市の地価発表	長期金利 都市の地価発表
バランス	株式 20 40 60（各証券会社で比率は異なる）の構成要素に対して、 上記の変動要因按分	
インデックス	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	
ETF	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	

変動要因の発表は、各証券会社の HP に、スケジュールが公表されている。重大発表は、情報が必ず漏れ伝わってくるので、市場の商品は、発表前に、反応し、価格が上昇するか、下落してくる。変動許容範囲上下 20%以内ならば、再び、平

均回帰する見込みが強い。20%を超えると、短期で回帰するのは、無理がある。

国際通貨基金（IMF）、OECD、アジア開発銀行（ADB）では、2年間の世界経済見通し、アジア経済見通しを定期的に発表、修正している。

本ノート 2024年5月20日 第7回目 2024年「世界経済・政治の見通し」の要点

IMF、OECD、ADBの経済見通し、IEA、OPECの石油需要予測 EU・英国、米国、インドおよびASEAN、中国、日本

IMF、OECD、ADBの経済見通しと IEA、OPECの石油需要予測

IMFの世界経済見通し、OECDの加盟国経済見通しおよびADBの新興アジアの経済見通しが、経済成長率とインフレ率の2024年および2025年の予測値が公表されている。

ウクライナ戦争で、世界インフレがはじまり、中央銀行は、自国のインフレを押さえるため、政策決定会議ごとに、政策金利を上げてきた。今年は、インフレ率が、政策金利を下回り、消費需要のインフレ抑制が効いて、GDP伸び率が止まってきている。各見通しは、政策金利とインフレ率の交差から、消費需要のインフレ対応が終わり、遅れた賃金・所得の上昇で、消費需要が回復すると見ている。ユーロ圏・英国では、成長率が25年は、上昇を見込んでいる。しかし、他は、インフレが2%台に落ち着いても、成長率は下がると見ている。

石油需要予測は、IEA、OPECともに、25年は、需要が減少する。中国とインドの経済成長率が減少し、石油需要が減る。

IMF 世界経済 2024年、2025年の見通し

2024/4/11 発表	2023	2024	2025
世界 GDP	3.2	3.2	3.2
米国	2.5	2.7	1.9
ユーロ圏	0.4	0.8	1.5
英国	0.1	0.5	1.5
日本	1.9	0.9	1.0
新興・途上国	4.3	4.2	4.2
中国	5.2	4.6	4.1
インド	7.8	6.8	6.5
世界インフレ率	6.8	5.9	4.5

OECD

2024/2/5 発表	2024	2025
	3.1	3.2
	2.6	2.2
	0.7	1.5
	0.4	1.1
	0.5	1.1
	4.9	4.5
	6.6	6.6

ADB(アジア開発銀行)の新興アジア経済見通し

2024/4/11 発表	2023	2024	2025
新興アジア	5.0	4.9	4.9
中国	5.2	4.8	4.5

インド	7.6	4.8	4.5
新興アジアインフレ率	3.3	3.2	3

IEA 石油需要予測

2024/5/15 発表	2024	2025
日量	120 万バレル	110 万バレル

OPEC 石油需要予測

2024/5/14 発表	225 万バレル	185 万バレル
--------------	----------	----------

EU・英国

EU・英国は、ウクライナの軍民支援を継続するが、EU で、先端産業の育成に、海外企業を呼び込むことは進展した。ロシアに依存したエネルギー構造から脱却する代替エネルギー設備投資は、期待ほど進んでいない。ドイツは、洋上 LNG 液化工場船を建造している。EU は、基礎食料の自給率は 100%を越えているので、ロシア産の食糧に依存はしない。むしろ、ロシアへの農産物・加工品の輸出が停止し、EU 生産者の販路が失われた損失はある。

去年は、フィンランドおよびスウェーデンの NATO 加盟があった。ウクライナは、EU 加盟の候補国になった。今年、3 月から、5 月まで、NATO の 9 万規模の大演習が実施された。米国のウクライナ軍支援予算案が 4 月下旬まで可決せず、ウクライナ軍は、アウディウカ陣地を占領され、前線は後退した。この事実、EU の軍需産業は、米国からの武器供与は、信頼できず、NATO のヨーロッパ独自の武器備蓄の必要性が意識された。トランプ氏が大統領になれば、GDP の 2%を要請するはずである。EU 独自で、兵器開発を開始することも、始まった。

EU および英国は、インフレが収まらず、ECB は、4.5%の政策金利を維持、英中央銀行は 5.25%である。インフレが続くと、消費者は、節約で対抗するので、消費需要は実質減少していく。日本と違って、賃金は流動的で、インフレに遅れて上昇。消費は手持ち現金で買うので、不必要な財は買わなくなる。景気はなかなか、上がらない。

ウクライナ戦争疲れ、ガザ侵攻疲れで、消費が委縮しているのは、世界各国皆同じである。ヨーロッパが夏休みに入り、7 月、パリ・オリンピックがあり、コロナが弱体化し、再び、世界から観光客が回帰してくる。サービス業を中心に、EU の経済回復が加速されるだろう。日本では、春から、大谷事件で開幕した米メジャーリーグは、大谷選手の活躍で、盛り上がっている。日本人も、ドジャーズが勝ち、大谷選手が活躍すると、元気が出るという人もいるようだ。パリ・オリンピックは、バカンス入りとともに、ヨーロッパの委縮した経済活動を活性化させる。

英国は、EU を脱退し、NATO との安全保障はつながっている。ウクライナ戦争で、ロシアの資源に依存はしないが、高インフレーションの影響もあって、経済成長が停止した。当時の保守党政権は、EU 脱退当時の東欧移住者の増加、漁業の漁獲高の調整がつかず、EU の法制度に従うことを嫌っていた。故エリザベス女王も、暗黙の脱退了解があった。現保守党は、人気落ちて、EU との経済協定を加盟国並みにもどす方が、成長率は、回復す

るだろう。

英国は7月4日総選挙があり、14年ぶりに、労働党が政権に就いた。インフレに不満が蓄積しており、EUとの経済協定を交渉する見込みである。

フランスは、7月7日決選投票で、左派連合が1位、右派が2位、極右が3位となり、過半数は得られず、連合になる。マクロン大統領の議会対策は、困難になる。

ロシア経済は、IMF4月予測では、2024年3.2%、2025年1.8%成長である。軍事予算の倍増と、軍事産業に増産させ、外国資本設備を摂取、類似製品を生産したため、成長率が上がっている。ロシア人の夏のバカンスは、パリ・オリンピックでも、ロシア連邦からの観光客はこない。ウクライナ戦争以前は、南欧諸国がロシア観光客の人気地であっただろうが、戦争が長引くにつれ、ロシア人は、東南アジアに行っている。その分、観光収入が減るが、これが、6年間、常態となり、ロシア経済と完全に分断される。

米国

米国経済は、昨年に引き続き、先進国では、2.7%成長で、インフレ率は直近では3%で、安定している。政策金利5.25%は、インフレ率の2倍あり、利下げが、市場では予想されている。設備投資、住宅建設に影響する長期金利は、直近では、4月4.539%である。米国では、インフレと賃金率上昇が同時化するから、消費需要は、実質的に変化しない。11月大統領選があり、0.25%利下げが、6月11日～12日の公開市場委員会で決まる。大統領選の論点として、バイデン大統領は、対中戦略物資の取引禁止、半導体工場の国内誘致、トランプ氏は、中国企業のEV車メキシコからの輸入禁止、対中関税を引き上げるという。米中貿易に、直接、減少を狙っている政策は、トランプ氏である。6月29日の大統領候補のバイデン氏対トランプ氏の討論会があり、トランプ氏が勝った。バイデン氏が、過労で制裁がなく、討論会以降、民主党・有力支持者から、立候補を取り下げる発力が高まっている。トランプ氏は、7月13日の銃撃事件で、右耳貫通の負傷をしたが、気力は衰えていない。11月5日の大統領選まで、バイデン氏が他の候補に代わっても、拮抗、もつれるだろう。米国経済は、FRBの利下げが、1回あり、2%台の経済成長を持続する。

インドおよびASEAN

インドは、ウクライナ戦争のエネルギー・食糧インフレーションに対し、エネルギー面では、ロシアから割引価格で、原油を輸入し、国内消費を上回る石油製品は、EUに輸出した。食料は、主食が米であり、ウクライナ、ロシアの小麦粉には依存しない。どういうわけか、米の輸出国だが、輸出禁止にした。エネルギー・食糧インフレーションは、遮断され、高度成長を2年間続けている。

製造業の発展に、力を入れるようになったのが、最近のインド経済の特徴である。人口成長で、中国抜き、世界一の人口大国になる。インド南部で、ソフト産業が、1985年の頃から、世界的に有名だったが、最近は、人口増を農業部門で吸収できず、余剰人口は、製造業の付加価値の高い産業を育成、雇用し、経済成長することに力を入れ出したのであろう。

東南アジア諸国は、コロナから、サービス業が回復し、自律成長軌道に入っている。ADB アジア開発銀行の予測では、2024 年は成長率 4.8%、25 年は 4.7%、インフレ率は、3.2%、3%である。

域内の問題は、中国の南シナ海進出に対し、フィリピン政府が、前政権の中国寄り立場から、対決型になり、漁船、中国海警船との衝突が増え、日本は、巡視船をフィリピン政府に借款している。今年も、追加、建造する。

ミャンマー軍事政権は、2023 年は、反軍勢力の政府軍攻撃が強まり、3 方向から、首都ネピドーは、包囲されて、国軍兵士の降伏も多く、徴兵令を強化しているが、隣国に逃れている。中国の軍事支援が、国軍本営に届いているのかわからないが、空軍の空爆は続いている。反軍 3 勢力に、携帯ミサイルが届くようになれば、国軍機械化部隊による軍事的優位は薄れる。国軍は、兵弾つきで、ネピドーから、市民が避難するような事態になりそうだ。

中国

中国は、不動産業界の主要企業が、債務超過に陥り、不動産投資は止まり、全国の都市住宅価格は、下落が続いている。台湾侵攻問題で、海外企業直接投資は減少傾向にあり、米国の半導体国内回帰政策で、中国に米先端品が輸出されず、中国先端商品に搭載できず、輸出が減少している。中国は、伝統的雑貨・衣類製造は、米国市場が制限されても、アジア、欧州、経済制裁を受けるロシア連邦には、依然、輸出力は強い。各種ドローン、5G 対応携帯や EV 等の世界最先端、高付加価値製品は、輸出に摩擦がでてきた。

来年は、製造大国 25 の完成年であるが、習主席には、その目標は達成できない。その輸出輸入経路である一帯一路も、相手国に、断られる事例も出ている。2025 年、不動産市況の回復、不動産投資の底打ちはせず、国有銀行、地方銀行の不良債権処理は、手つかずのようで、金融破たんが発生するまで、その抜本的処理は行われまいだろう。

日本

日本は、岸田首相が、政治資金規正法で、自民党の有力者をはずし、9 月までの、総裁選で、選出されないのは明らかで、政権誕生以来、インフレ、円安、安倍氏暗殺、岸田氏暗殺未遂事件があり、国民生活は、毎月 3%の必需品値上げで、2023 年春闘で賃上げはなく、非正規の最低賃金は十円玉程度の時給を決めた程度の所得では、すべての家計は、節約、儉約生活を 1 年以上続けていたことが、四半期 GDP の消費需要の減少に表れている。岸田政権は、2024 年 6 月から、1 年間、月 4 万円の減税をするが、インフレが、2%台になったが、中小零細の賃金が 3%を越えなかった。

東京都の実質 GDP は、東京オリンピック 2021 年、令和 3 年度で、113 兆 7 千億円だったが、令和 3 年以降は、2 年遅れで公表されるため、まだ発表されない。2021 年 12 月から、ウクライナ戦争に入り、世界経済は高インフレ時代となった。東京都の実質 GDP は、低下しているはずだ。日本で、もっとも、高インフレーションの生活実感を東京都民および周辺各県民が感じているはずである。都民は、けなげにも、インフレに適合生活を続け、賃

金・給与は上がらず、歓楽街はコロナで、休業・廃業で、シャッター街になっているはずだ。岸田首相が、公舎で身内忘年会をしたのは、行くところがなかったせいもある。

オリンピック反動不景気は、世界各国開催地につきものなのだが、5%以上のインフレと、賃金率が上がらないため、実質賃金率のマイナスが続くはめになった。インフレ抑制のゼロ金利解除、利子率のある金融市場に戻さないため、世界金利差が5%を超え、150円台の超円安状態になった。輸入物価指数が上昇したままである。金利差は、日銀による申し訳程度の市場金利の復活で、縮小する気配があるが、依然、世界金利差は大きい。

外国人観光客が入国し、他方で、日本人は、3年間コロナ封鎖で、海外旅行は出来なかった。高年齢者はとくに、見納め観光に、憧れの世界観光地に行きたかっただろう。コロナ解除 2023 年から、インフレ・円安がなければ、日本人は、どどお〜と出かけるはずだが、超円安と訪問国の高インフレで、旅費・滞在費が高すぎるから、出国者はすくない。IMF は、2024 年 0.9%、2025 年 1.0%の成長率を予想している。

MFEX モデルによる簡易予想

マンデル・フレミング開放マクロ経済モデル(MFEX モデル)の枠組み

『金融論 2021 年テキスト』10 章において、マンデル・フレミング・モデル(MFEX モデル)不完全雇用 CASE I のとき、ドーンブッシュ・フィッシャー『マクロ経済学上・下改訂第 4 版日本版』1989 年にしたがつた線形化をしている。投資関数、流動性選好関数は、債券価格表示の方法もあるが、一次関数で線形化している。

線形化すると、計量経済学の方法によって、同時方程式の推計をすることができる。筆者は、環境経済モデルの推定式を、「大阪府マクロ計量モデル Ver.H7r(1997. 6.24)」から、推定した。当研究所に引き継いで、現在は、日本経済モデルとして、短期 MFEX モデルを推定している。大阪府マクロ計量モデルは、生産物市場の均衡方程式 $GDP = GDE$ において、 $GDE = C + G + IH + IP + J + EX - IM + EXD - IMD$ となっていて、 GDP の推定式はない。したがって、大阪府マクロ計量モデルは、国内総支出の推定式だけの体系であり、生産物市場、労働市場、金融市場の均衡式の同時方程式から、内生変数 $Y = GDP$ の均衡値を決めることはできない。しかも、 GDE の各構成要素は、 GDE に依存しているので、計量経済学的には、推定式が区別できない。例えば、大阪府モデルの概形だけを示すと

$$\text{消費支出 } C = \beta + \alpha_1 GDE,$$

$$\text{住宅投資 } IH = \beta + \alpha_1 GDE - \alpha_2 (i - \Delta P),$$

$$\text{企業投資 } IP = \beta + \alpha_1 GDE - \alpha_2 (i - \Delta P)$$

となる。 i は利子率であり、外生変数で所与である。 $i - \Delta P$ は実質利子率を表す。

短期 MFEX 線形モデルは、ケインズの CASE I 不完全雇用モデルと完全均衡モデル CASE II からなる。CASE I から、CASE II へ移行させるのは、財政政策および金融政策を伴わなければ、均衡が移行しない。

不完全雇用モデルは、経済に価格硬直性ないしデフレーションがある大不況型モデルで

あるといわれている。しかも、十数年、その症状は治らない。実際、政府・中央銀行が、政策的に不作為であると、1930年代の世界大不況時代か、最近では、日本経済の右肩上がりの低成長時代を経過し、1992年バブル崩壊から、1993年～2003年の金融崩壊と景気循環が発生、デフレーションを伴い、長期的に経済収縮していく、日本病におちいる。実生活では、賃金は上がらないし、見せかけ100円玉消費財や低価格途上国家電・衣料品が売れて、高級品が売れなくなった。車は、セダンから軽自動車に乗り換え、日本全国、軽自動車が、走るようになった。マンションは、天井が低くなり、容積が減らされてしまった。これが、日本病の十数年間の実態生活だった。「縮小経済も慣れたら、日本全国皆同じだ。」

CASE IIの完全雇用モデルでは、価格硬直性がない、競争均衡経済である。外国の外生変数が、動けば、その影響を受けて、国内価格調整が生じる。外国依存度が高い経済であれば、国内産業が深刻な打撃を受け、不完全雇用モデルに移行する。政府・中央銀行が不作為であれば、長期停滞におちいることになる。日本の政策当局は、伝統的に、経済学者の経済政策を取り入れたことはほとんどなく、学者も、政策の実践の場を提供されることはほとんどなかった。それが、欧米政府と違うところで、社会科学の学界では、社会主義者の主張が、政策の場で声が大きかった面もある。実体経済を世界経済の成長に合わせて、どう方向づけ、資金・予算を投入すれば、潜在的成長能力を発揮できるようになるのか、という政策提言は、社会主義者の任務ではない。

環境経済モデルとして、大阪府マクロ計量モデルから脱却して、短期MFEX線形モデルの同時方程式で、短期経済変動を推計していくことにした理由は異常である。

MFEX モデル

各市場均衡式

貿易収支 NX を $NX = Ex - Im = m_w Y_w - e P_w(mY) / P$, 資本収支 CF を $CF = \Delta B / i - e \Delta B_w / i_w$ とおく。資本流入は $\Delta B / i$, 資本流出は $e \Delta B_w / i_w$ である。国際収支 BP は $BP = NX + CF / P$ とする。

$$\text{財市場} \quad Y = C_0 + \alpha(Y - T_0) + I_0 - bi + G_0 + m_w Y_w - e P_w(mY) / P$$

$$\text{貨幣市場} \quad M / P = kY - hi$$

$$\text{労働市場} \quad w_0 = P(1 - \alpha)Y / N \quad \text{CASE I (不完全雇用ケインズの場合)}$$

$$\text{自国通貨建為替市場} \quad P(m_w Y_w) + \Delta B / i = e P_w(mY) + e \Delta B_w / i_w$$

1) $i < i_w$ の場合、資本流入は $\Delta B / i = 0$,

2) $i > i_w$ の場合、資本流出は $e \Delta B_w / i_w = 0$ とする。

各関数の定義

$$\text{生産関数} \quad Y = K_0^\alpha N^{1-\alpha}$$

$$\text{消費関数} \quad C = C_0 + \alpha(Y - T_0)$$

$$\text{投資関数} \quad I = I_0 - bi$$

$$\text{貿易・サービス収支関数} \quad NX = m_w Y_w - e P_w(mY) / P$$

労働供給関数	$N^S = w_0$ (CASE I ケインズの場合)
労働需要関数	$N^D = P(1 - \alpha)Y / N$ (CASE I ケインズの場合)
実質貨幣供給関数	$M^S = M / P$
実質貨幣需要関数	$L^D = kY - hi$
投機的貨幣需要関数	$L_2 = -h i$
自国通貨建為替供給関数	$S_{¥} = P(m_w Y_w) + \Delta B / i$
自国通貨建為替需要関数	$D_{¥} = e P_w(mY) + e \Delta B_w / i_w$

w_0 : 貨幣賃金率 P : 物価水準, i : 国内利子率, i_w : 世界利子率, e : 為替レート,

Y : 国民所得, Y_w : 世界国民所得, 政府支出 G_0 および租税 T_0 は外生変数である.

貿易収支 NX を $NX = EX - Im = m_w Y_w - e P_w(mY) / P$, 資本収支 CF を $CF = \Delta B / i - e \Delta B_w / i_w$ とおく. 国際収支 BP は $BP = NX + CF / P$ とする.

未知数: Y, i, P, e

均衡の決定

財市場均衡式は $Y = C_0 + c(Y - T_0) + I_0 - bi + G_0 + m_w Y_w - e P_w(mY) / P$ であり, IS 曲線という.

貨幣市場均衡式は $M / P = kY - hi$ であり, LM 曲線という.

IS 曲線に, LM 曲線の利子率 $i = 1/h(-M/P + kY)$ を代入すると, 次の総需要曲線 AD が求められる.

$$(1 - c + e P_w m / P) Y = C_0 - c T_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w - b/h(-M/P + kY)$$

労働市場均衡式から $P = \{w_0 / (1 - \alpha) K_0\} Y$ となる. 総供給曲線 AS という.

AS から, $Y = AP$, $A = (1 - \alpha) K_0 / w_0$ を AD に代入すると 3 市場が均衡する価格と為替レートの組み合わせである QQ 線が導かれる.

$$(1 - c + e P_w m / P) AP = C_0 - c T_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w - b/h(-M/P + kAP)$$

$(1 - c) AP + e P_w m = U - b/h(-M/P + kAP)$, ここで, $U = C_0 - c T_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w$ とする.

$$e P_w m = U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P. \text{ これを } QQ \text{ 線という.} \quad (1)$$

最後に, $i < i_w$ の場合, 為替市場から, $P(m_w Y_w) = e P_w(mY) + e \Delta B_w / i_w$

$Y = AP$ を代入すると, $P(m_w Y_w) = e P_w(mAP) + e \Delta B_w / i_w$

$$e = P(m_w Y_w) / \{P_w(mAP) + \Delta B_w / i_w\}. \text{ これを } EE \text{ 線という.} \quad (2)$$

図解

QQ 線を図示する. (1)より,

$$e = \{U - (1 - c + kb/h) AP + (b/h)M/P\} / P_w m$$

$$= - \{(1 - c + kb/h) A / P_w m\} P + U / P_w m + (b/h)M / P_w m P$$

となり, 直線 $e = - \{(1 - c + kb/h) A / P_w m\} P$ と双曲線 $e = U / P_w m + (b/h)M / P_w m P$ との合成した図 6.1 において, QQ 双曲線になる.

EE 線を図示する. (2)より, $e = P(m_w Y_w) / \{P_w(mAP) + \Delta B_w / i_w\} = m_w Y_w / P_w m A -$

$$\{P_w(mAP) + \Delta B_w/i_w\}$$

と変形できて、図 6.1 における EE_1 双曲線になる。

現在均衡点の求め方

方程式は次の 4 本で、未知数は、 Y , P , i , e であるから、この線形モデルでは、 P の 2 次方程式となり、正負の実根がある。 $i < i_w$ の場合、

$$eP_wmA = U - (1 - c + kb/h)AP + (b/h)M/P \quad (1)$$

$$M/P = kY - hi$$

$$Y = AP$$

$$P(m_wY_w) = eP_wmA + e\Delta B_w/i_w \quad (2)$$

e を消去し、順次、整理すると、 P の 3 次方程式(3)となる。

$$\frac{U - (1 - c + kb/h)AP + (b/h)M/P}{AP_wm} = \frac{Pm_wY_w}{P_wmA + \Delta B_w/i_w},$$

$$(U - (1 - c + kb/h)AP + (b/h)M/P)(P_wmA + \Delta B_w/i_w) - AP_wmm_wY_wP = 0.$$

$$UP_wmA - (1 - c + kb/h)AP_wmA^2 + (b/h)MP_wmA + (U\Delta B_w/i_w) - (1 - c + kb/h)AP + (b/h)(\Delta B_w/i_w)M/P - AP_wmm_wY_wP = 0.$$

$$- (1 - c + kb/h)AP_wmA^3 + \{UP_wmA - (1 - c + kb/h)A - AP_wmm_wY_w\}P^2 + \{(b/h)MP_wmA + (U\Delta B_w/i_w)\}P + (b/h)(\Delta B_w/i_w)M = 0. \quad (3)$$

P の 3 次方程式(3)は、1 正実根および 2 負実根がある。 P の正根を P^* とすれば、解 (P^*, e^*) がえられ、 $Y^* = \{(1 - \alpha)K_0/w_1\}P^*$, $i^* = kY^* - M/P^*$ となる。

図解

図 6.1 に、現在均衡点 A を図示する。(1)式は、原点を通る直線 $eP_wm = -(1 - c + kb/h)P$ と直角双曲線 $eAP_wm = U + (b/h)M/P$ を合成した曲線 QQ 線になる。(2)式は、原点を通る双曲線 E_1E_1 である。交点 A (P^*, e^*) が均衡点である。

世界利子率の上昇による均衡点の移行

国内利子率が、世界利子率と乖離していると、資本移動の完全性によって、資本移動が生じ、国内利子率が、世界利子率に近づく。図 6.1 において、軸 $P = -(\Delta B_w/i_w)/P_wmA$ が、資本流出 $\Delta B_w/i_w$ が止まるまで、右に移動する。極限では、軸 $P = 0$ になり、(2)式は $eP_wmA = P_wmY_w$ となり、直線 $e = m_wY_w/P_wmA$ になる。これを E_3E_3 とする。

$$(1 - c + kb/h)AP_wmA^2 - \{UP_wmA - (1 - c + kb/h)A - AP_wmm_wY_w\}P - (b/h)MP_wmA = 0. \quad (4)$$

(3)式は、 P の 2 次方程式(4)となり、1 正根および 1 負根がある

したがって、長期的には、交点 B $(P^{**}, m_wY_w/P_wmA)$ に収束する。 P^{**} は(4)の 2 次方程式の正根である。

長期均衡点の求め方

図 6.1 において, 資本流出 $e\Delta B_w/i_w > 0$ が生じ, 資本移動の完全性によって, $i = i_w$ となるまで続く. $\Delta B_w/i_w$ は 0 になり, 利子率の長期均衡は $i = i_w$ である. EE_1 線の縦軸は, e 軸方向に移動し, EE_2 線になる.

資本流出が止ったときの均衡為替レートは, $\Delta B_w/i_w = 0$ となり, $e = P^{**} (m_w Y_w) / P_w(m A P^{**}) = m_w Y_w / P_w m A$ である. これは, 購買力平価説の表現になる.

資本流出が止ったとき, CASE I では, 不完全雇用を仮定しているから, 労働市場では, 不完全雇用の状態にあるかもしれない. $Y^{**} = A P^{**}$ である.

労働市場の長期均衡

労働市場の長期均衡は, 完全雇用国民所得 Y^f , 完全雇用価格 P^f が長期均衡値である.

$P = \{w_0 / (1 - \alpha) K_0\} Y$, $P Y = (1/2)(T + m/w_0) w_0 / (1 - \alpha)$ から,

$P^f = \sqrt{\{w_0 / (1 - \alpha) K_0\} (1/2)(T + m/w_0) w_0 / (1 - \alpha)}$,

$Y^f = \sqrt{(1/2)(T + m/w_0) w_0 / (1 - \alpha) / \{w_0 / (1 - \alpha) K_0\}}$.

完全雇用均衡為替レートは, 資本流出が止っているから, $\Delta B_w/i_w = 0$ となり, $e^f = P^f (m_w Y_w) / P_w(m A P^f) = P^f (m_w Y_w) / P_w(m Y^f)$ である. これは, 購買力平価説の表現になる.

貿易収支は $NX = m_w Y_w - e P_w(m Y) / P = m_w Y_w - \{P^f (m_w Y_w) / P_w(m Y^f)\} P_w(m Y) / P^f = m_w Y_w - m_w Y_w = 0$ であるから, このとき, $NX = 0$ となり, 資本収支 CF/P も 0 であるから, 国際収支は 0 となり国際均衡する.

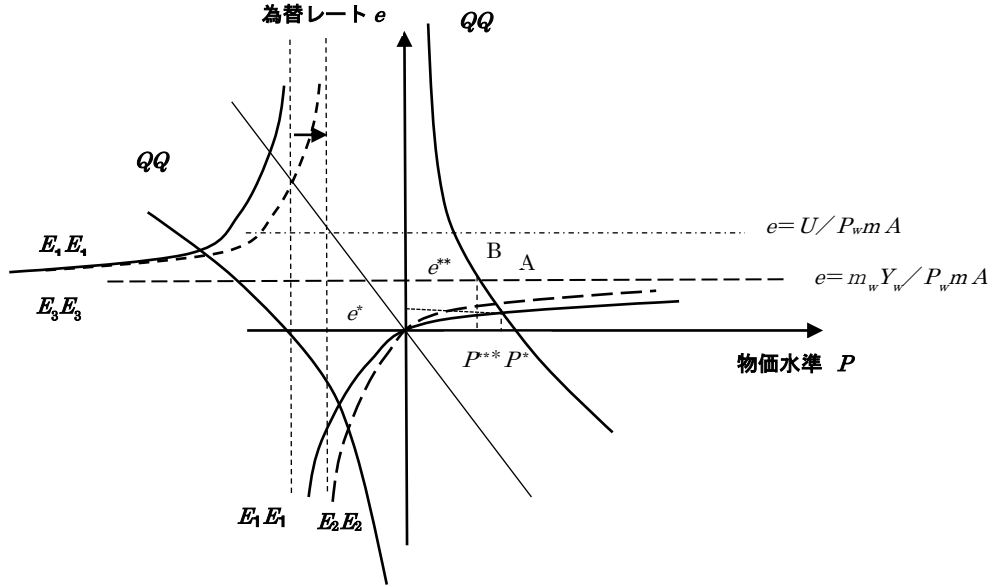
長期均衡点への移行

EE 線は, $E_1 E_1$ から $E_2 E_2$ に移行する. 現在均衡点 A は均衡点 B に移行する. その結果,

- 1) 国民所得は減少する.
- 2) 利子率は世界利子率になる.
- 3) 物価は下落する.
- 4) 為替レートは減価する. ただし, この線形モデルでは, オーバーシュートは比較静学なので発生しない.

点 B まで, 上の結果から, 国民所得は減少, 物価は下落するので, 労働市場では, 協定賃金が硬直したままである. 完全雇用になることはない. この調整過程では, 完全雇用点 C に到達しない. 労働市場は, 国内市場で, 国際移動はないから, 総供給関数 $P = \{w_0 / (1 - \alpha) K_0\} Y$ は, 為替レートに依存しない.

図 6. 1 物価水準と為替レートの均衡



CASE I モデルでは、財政・金融政策の発動がなければ、物価上昇に伴う国民所得の上昇は生じない。現代でも、構造的失業が数年続けば、従来通りの経済成長または景気回復を第一政策目標として、個別需要を財政赤字、金融緩和で、高めても、構造的失業を減らさない限り、政策効果は乏しい。

マンデル・フレミング・為替(線形)モデルにおける金融政策

図 6. 1 より、資本移動 EE 線および金融緩和政策による QQ 線のシフトを追加した図 6. 2 において、金融政策の有効性を確認する。図 6. 2 において、現行均衡点は点 A とする。線形モデルの特徴は、外生変数に変更されると、均衡点が計算可能であることにある。 Q_2Q_2 線は、追加の貨幣供給量 ΔM を (1) 式に代入し、次のようになる。

$$e P_w m = U - (1 - c + kb/h) A P + (b/h)(M + \Delta M) / P. \quad (1')$$

中央銀行の為替介入政策がないから、 EE 線はそのままである。

$$e = P(m_w Y_w) / \{ P_w(m A P) + \Delta B_w / i_w \}. \quad (2)$$

現在均衡点

方程式は、次の 4 本で、未知数は、 Y , P , i , e である。

$$(1 - c + e P_w m / P) Y = C_0 - c T_0 + I_0 + G_0 + m_w Y_w - b/h \{ -(M + \Delta M) / P + k Y \},$$

$$(M + \Delta M) / P = k Y - h i,$$

$$Y = A P, \quad A = (1 - \alpha) K_0 / w_0,$$

$$1) i < i_w \text{ の場合, } P m_w Y_w = e P_w(m Y) + e \Delta B_w / i_w.$$

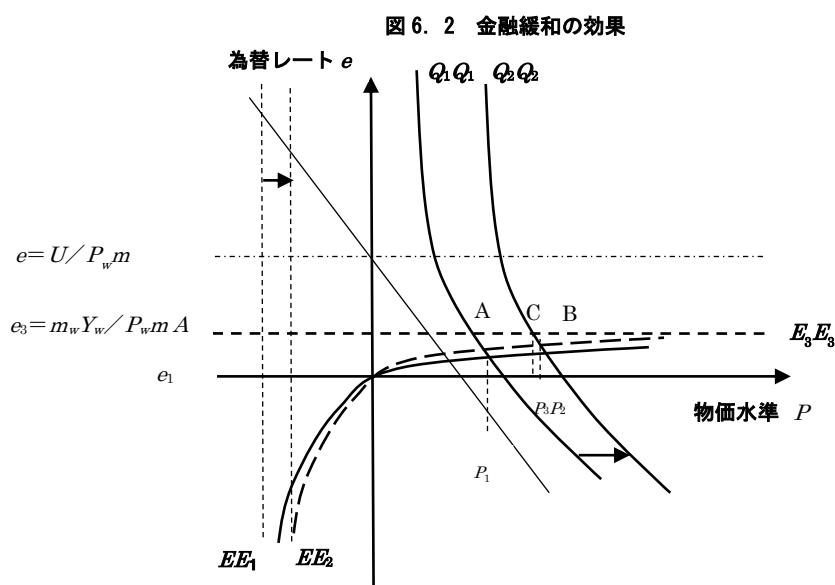
(1)' および (2) から、 e を消去すると、 P の 3 次方程式となる。

$$\frac{U - (1 - c + kb/h) A P + (b/h)(M + \Delta M) / P}{A P_w m} = \frac{P m_w Y_w}{P_w m A P + \Delta B_w / i_w},$$

$\{U-(1-c+kb/h)AP+(b/h)(M+\Delta M)/P\}(P_wmA P+\Delta B_w/i_w)-AP_wmm_wY_wP=0.$
 $UP_wmA P-(1-c+kb/h)AP_wmA P^2+(b/h)(M+\Delta M)P_wmA+(U\Delta B_w/i_w)-(1-c+kb/h)\times AP+(b/h)(\Delta B_w/i_w)(M+\Delta M)/P-AP_wmm_wY_wP=0.$
 $(1-c+kb/h)AP_wmA P^3-\{UP_wmA-(1-c+kb/h)A-A P_wmm_wY_w\}P^2-\{(b/h)(M+\Delta M)P_wmA+(U\Delta B_w/i_w)\}P-(b/h)(\Delta B_w/i_w)(M+\Delta M)=0.$
 この3次方程式は、1正実根および2負実根がある。Pの正根を P^{**} とすれば、解 (P^{**}, e^{**}) がえられ、 $Y^{**}=\{(1-\alpha)K_0/w_1\}P^{**}, i^{**}=kY^{**}-(M+\Delta M)/P^{**}$ となる。

図解

図6.2において、合成曲線 Q_2Q_2 線は、直線がそのまま、双曲線の反比例定数が $(b/h)M/P_wmA$ から、 $(b/h)(M+\Delta M)/P_wmA$ に増加する。第1象限の Q_1Q_1 線は、右上にシフトする。現在均衡点Aは均衡点Bに移行、資本流出で、長期均衡点Cに移行する。



- その結果、
- 1) 国民所得は増加する。
 - 2) 利子率は世界利子率になる。
 - 3) 物価は上昇する。
 - 4) 為替レートは現在均衡点Aから均衡点Bに移行するとき、減価する。均衡点Bから長期均衡点Cに移行するとき、為替レートは減価する。

(為替レートの減価による輸出増加が、国内物価上昇による輸入減少より大ならば、貿易収支は増加する。 Q_2Q_2 線は、さらに、右にシフトする。点Bは、点Cを越えて、 E_3E_3 上を右に移り、物価は上昇する。為替レートは、同じである。)

日米の金融・財政政策の転換 2024 年

	日本	米国
財政政策(インフレ対策)		
賃金率上昇要請	あり	なし
ガソリン価格補助金	なし ΔY	なし
金融政策		
資金繰り融資	あり $LD = kY$	なし
債券購入	債券圧縮計画開始	資産購入段階的に縮小
ETF・株式売却	あり	
利上げ	政策金利 0.25	2024 年 1 回利上げ
イーールド・カーブ操作	なし	なし

本教室のまとめ

資産形成論は、昨年度に引き続き、考え残した課題を整理した。15 回の説明で、平均分散法により、商品選択をし、半年間、ドルコスト平均法にしたがい、主に 2 つの制度、iDeCo および NISA 利用の投資する戦略を考えた。商品は、投資信託から選ぶので、もともと、多数商品をなんらかの平均分散で、投資割合を決めているから、その上で、平均分散にしたがって、投資信託の割合を決めるのは、二重計算である。半年の商品の成果を判断するため、選択した実際の投資信託の平均分散のデータを集計表に収集してみた。異なった性質をもつ投資信託の実績を比較することができる。

IMF および OECD では、世界経済の各国見通しと次年の予測を GDO 実質経済成長率として、数値で公表している。

IMF および OECD の推計モデルは、2 年先の推計値を公表していて、両者の推計値は近い。開放マクロ貨幣経済モデル(MFEX・モデル)と同様な、線形同時方程式を使っているためだろう。半年間の投資計画を作成する際には、2 年先の推計値を参照して、投資信託および個別株式投資の購入計画を立てる。

2024 年 9 月から、『金融論 2024 年』を開講する。マンデル・フレミング・為替モデル(MFEX・モデル)において、理論的 MFEX 線形モデルに加えて、MFEX 連続モデル CASE I および CASE II の均衡値を計算する。昨年の『金融論 2023 年』において、完全雇用 CASE II は、各制度部門(中銀、銀行、企業、家計、政府、海外)が最適計算をする設定をしている。CASE II を動学化すると、最適成長論の理論的モデルになる。そのため、2024 年は、経済成長論を復習し、その理論的成果を反映した、制度部門別最適成長論を構成することにした。

筆者は、科研費で、大阪府の短期排出量計算のために、大阪府マクロ計量モデル Ver.H14R(2005.1. 17)、産開研論集第 17 号平成 17 年 3 月の方程式体系で、データを更新し、推計した。当時、大阪府マクロ計量モデル方程式体系については、無批判であり、今回、その方程式体系を検討すると、マンデル・フレミング・為替・モデル (MFEX・モデル) と理論的な整合性が保てない方程式がある。特に、CASE II は、最適化モデルであるため、ケインズ不完全雇用 CASE I とは、方程式が異なる。また、大阪府マクロ計量モデルでは、均衡解を求めている。有効需要原理で、 $GDP=Y=GDE$ で均衡解が決まっているとしているのかもしれない。GDP は、付加価値計算で求められるから、2 年後に分かる。4 半期の $GDE=C+I_v+I+G+EX-IM$ は計算できる。4 半期予測は、4 半期 GDE の構成項目予測にしたがう。

日本の 4 半期データ公表は、欧米中国と比較し、制度部門別にデータがきちんと取れない。その分、部門別推計式に頼ることになる。米国と中国の方が、月別公表データがそろっている。日本はデータ公表が 1 カ月遅れているものもある。

例えば、消費関数の推計式では、 $C = \beta + \alpha_1 IY + \alpha_2 S$ であるが、毎月の個人消費支出 C、個人所得 IY、貯蓄残高(現預金)S は、米国では、毎月 C、IY は公表される。4 半期 GDP 速報値は、1 ヶ月半かかる。MFEX 線形・モデルは、ほぼ、本体が決まったので、推計式とデータ確保、データの期間合わせを試行している。資産形成論 2024 年説明ノートでは、日本、米国、中国の毎月のデータを掲載した。

制度部門別最適成長論を計量経済学学的に、推計する場合、連続モデルの推計法は、中期、長期推定を可能にするが、時系列分析になるから、計量経済学的には、方法に飛躍があり、ハードルは高い。実用化のための研究は続ける。計算による MFEX 線形・短期モデルの理論分析は、価格予想に先物価格を利用し、為替市場に、先物為替市場を導入する課題はあるが、政策効果を図示している。

今後、4 半期 MFEX・線形モデルおよび最適化 MFEX・線形モデルの計量経済学推定をしたい。理論分析と推定分析の整合性を確認、半年後の各変数の推計値を計算できるようにすれば、日本経済の半年後の見通しも立てられ、投資判断に役立てることができる。

参考文献

1. 経済法令研究会編、2016 年証券アナリスト〔1 次〕受験対策テキスト『証券分析とポートフォリオ・マネージメント』経済法令研究会、2015 年。
2. ジョン・ハル『フィナンシャル エンジニアリング第 9 版』金融財政事情研究会、2016 年 7 月。
3. 石村貞夫+石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書、1999 年。

4. きんざいファイナンシャル・プランナーズ・センター『‘15～’ 16年版パーフェクト FP 技能士入門 (1・2 級用)』きんざい, 2015 年.
5. 西村和志『金融論』晃洋書房, 2005 年.
6. 西村和志『多期間一般均衡モデルの確率的動学』晃洋書房, 2018 年.
7. 西村和志『金融論 2022』宇空和研究所, 2023 年 7 月.
8. 日本証券アナリスト協会編, 榊原茂樹・青山護・浅野幸弘『証券投資論第 3 版』日本経済新聞出版社, 1999 年.
9. 俊野雅司・大村敬一『ゼミナール オプション 仕組みと実際』東洋経済新報社, 1993 年.

資 産 形 成 論 2024 年テキスト

2019 年 9 月 第 1 刷発行

2021 年 4 月 26 日 改訂版

2024 年 8 月 4 日 改訂版

著者 西 村 和 志

発行所 宇空和研究所

<http://www.ukuwainst.org/>

E-mail:ukuwainst@outlook.com

©2024 年
