資　産　形　成　論

2019 年テキスト

宇空和研究所

西村　和志

目次

1. はじめに

就職しても，就職先が，年齢給，終身雇用の原則を変革していますから，皆さんが将来設計することがむずかしくなっています．さらに，老後の安定した生活保障である公的・私的企業年金も，多く問題をかかえています．したがって，若い人は，将来設計を自分で立てて実行する状況におかれていると思います．これまで，実践的な証券投資について，小中高と授業などで組織的に教育されていません．最近，投資教育を小中高からという実践が始まっています．この教室は，第一に金融商品の知識と金融市場のミクロ理論を学び，第二に金融商品に及ぼす経済のファンダメンタルズ，業界の見通し，国際政治・経済動向，財政・金融政策の発動等の要因を考慮できる力をつけること，および第三に金融商品を選択し，資産運用と資産管理の方法について理解し，売買のシミュレーション演習をすることを目的にしています．

企業に就職した場合，社会保険料および源泉徴収税負担分を支払った，毎月の手取りから，短期，中期，長期の目的で，天引き額を決め，それぞれの目的に配分し，証券を購入し，それぞれの目的を達成することを想定しています．また，退職された方は，老後の安心を取り崩す方法を考えます．

その企業が確定給付型企業年金制度，または確定拠出年金制度を設定している場合，**掛金なしに**，退職後の一時金あるいは年金が給付されます．個人で非課税制度を用いた累積貯蓄を契約すると，証券投資を実践することができます．本教室の知識と実践が役に立つことを願っています．

2. 公的年金と企業年金

2. 1　公的保険と民間保険

公的保険

社会保険には，医療保険に関して，健康保険，国民健康保険，　後期高齢者医療保険制度，介護保険がある．年金制度については，次項で概説する．労働保険として，通勤，勤務している間に生じた保険事故，失業などに対応して，労働者災害補償保険および雇用保険がある．国民健康保険，　後期高齢者医療保険制度，介護保険以外は，保険料は，労使負担である．保険料は，給与から毎月天引きされる．

制度の概要（厚生労働省 HP より）

医療保険　健康保険組合・共済組合

適用事業所　国，地方公共団体，法人事業所，又は土木・建築，医療等の強制適用業種である従業員 5 人以上の個人事業所

加入者　適用事業所に使用される者及び被扶養者

保険料　健康保険組合 9%（平成 27 年度平均）

国 8.2%，地共済 9.4%，私学共済（平成 25 年度平均）

自己負担金の割合　3 割

国民健康保険

被保険者　他の医療保険に加入していない住民を被保険者とする.

保険料　　各市町村が医療費水準等を勘案して定めている.

全国平均で，一人当たり年額 11.0 万円（平成 27 年度）

医療給付　療養の給付，入院時食事費，入院時生活療養費（65 歳以上）

高額療養費

自己負担金　3 割

現金給付　出産育児一時金，埋葬費，傷病手当金，出産手当金

後期高齢者医療保険制度

対象者　　75 歳以上の高齢者

医療給付　後期高齢者医療費

保険料　　全国平均　約 5,660 円／月（平成 28・29 年度見込）

基礎年金のみ受給者　約 380 円／月

自己負担金　1 割（年収に依存）

介護保険

対象者　　65 歳以上の方（第 1 号被保険者）

40 歳以上 65 歳未満で医療保険に加入している方（第 2 号被保険者）

介護保険料　第 1 号被保険者　各市で，所得 11 段階に応じて，基準額に保険料率をかける. 参考: 第 5 段階で, 年額 79,200 円（月額 6,600 円）京都市平成 30 年度 4 月

第 2 号被保険者の保険料

給付　　　一般介護予防事業　（すべての 65 歳以上の高齢者）

介護予防・生活支援サービス（事業対象者　要支援者）

介護予防サービス（要支援者）

介護サービス（要介護者）

自己負担金　1 割・2 割（年収に依存）

労働保険

労働者災害補償保険

労働者の業務災害及び通勤災害等に対して保険給付を行い，被災労働者の社会復帰の促進，被災労働者及びその遺族の援護を図る.

適用　　労働者を使用するすべての事業に適用される（国家公務員，地方公務員（現業の非常勤職員を除く）及び船員は適用外）.

保険料　事業主が負担する.

給付　　休業，障害，死亡，介護，脳・心臓疾患に関連する異常所見に各

給付がある．ただし，給付期間は最大 503 日分．

雇用保険

労働者が失業してその所得の源泉を喪失した場合，労働者について雇用の継続が困難となる事由が生じた場合及び労働者が自ら職業に関する教育訓練を受けた場合に，生活及び雇用の安定と就職の促進のために失業等給付を支給するとともに，二事業(雇用安定事業及び能力開発事業を行う．

適用　　労働者を雇用するすべての事業に，原則として強制適用される．

保険料　労働者の賃金総額に雇用保険率を乗じた額を事業主と労働者双方が負担する．一般の事業で雇用保険率 9/1000，(被保険者 3/1000)．

給付　　求職者給付　一般求職者給付　　90～150 日

高齢者求職者給付　30～50 日

短期雇用特例求職者給付，日雇労働求職者給付がある．

就職促進給付，教育訓練給付，雇用継続給付がある．

国民年金制度の保険機能

国民年金に加入中に初診日のある病気やけがにより，障害等級 1 級又は 2 級に該当する障害の状態にある場合は，障害基礎年金が支給される．

国民年金に加入中の方がなくなった場合は，その方に生計を維持されていた遺族(子のある配偶者，又は子)に遺族年金が支給される．

民間生命保険の仕組み

保険料の計算原則

大数の法則　生命保険加入者が増えれば増えるほど，死亡確率は，真の値に近づく．

収支均等の原則　保険者の契約保険料総額と保険支払額を等しくすれば，支払い可能である．

１年定期保険料（30 歳）の計算例

死亡高度障害保険金 1,000 円　　**満期保険金なし**

契約時　　**満期時**

30 歳（男）の人が 10 万人同時に保険金 1,000 円の 1 年定期保険に加入したとする．

30 歳(男)の死亡率　0.00064（生保標準生命表平成 25 年(男)）（**大数の法則**）

年払純保険料 P 円を求める．死亡は半年後に発生するとする．

年間予定利子率は 0.0275 とする．

左辺は保険金の利殖，右辺は保険金支払いである．（**収支均等の原則**）

$$100{,}000 \times P \times (1+0.0275)^{0.5} = 100{,}000 \times 0.00064 \times 1{,}000$$

$$1.0137 \times P = 0.64$$

$P = 0.63$（円）　　年払純保険料は 0.63 円である．

損害保険

本テキストで想定する投資家は，給与所得者および退職者であるから，損害保険に加入する人は，自動車保険と住宅火災保険であり，短期 1 年，満期保険金はない．純保険料の決め方は，大数の法則，収支均等の原則および給付・反対給付均等の原則にしたがい，予定損害率 にもとづいて計算される．

2．2　年金制度の概要

年金の保険料と支払い(給付)は，積立方式と賦課方式がある．賦課方式は，毎年の保険料収入を年金受給者に支払う方式である．

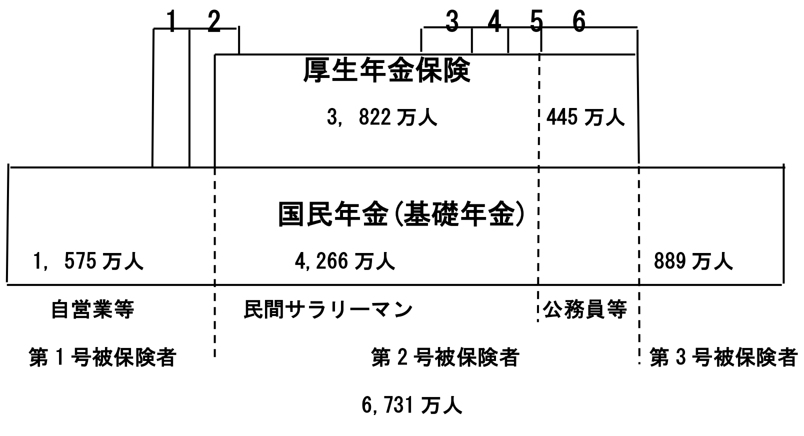
年金の財政方式

	積立方式	賦課方式
確定拠出型	確定拠出企業年金	
	iDeCo	
確定給付型	厚生年金基金	国民年金
	確定給付企業年金	厚生年金

年金制度の体系　（数値は 2017 年 3 月末）厚生労働省 HP『厚生労働白書平成 30 年版資料編 p236』より

企業年金は，1.国民年金基金〔40 万人｝2.iDeCo[43 万人］により，２階部分および３階部分を構成し

3.　確定拠出年金〔591 万人〕4.　確定給付企業年金〔818 万人〕 5.厚生年金基金〔139 万人〕6.年金払い退職給付〔445 万人〕により，３階部分を構成している．



公的年金制度である国民年金の制度の概要は次の通りである．これは，強制加入である．

国民年金(基礎年金)2018 年度 4 月から

受給資格　　　20 歳以上 60 歳　　　加入期間最低 25 年（特例あり）

受給開始年齢　　65 歳　（60 歳から繰上げ受給可能）

保険料　　　　　　　　　月額　　　16,340 円

年金額（老齢基礎年金）　年額　　　779,300 円　　2018 年度

障害基礎年金　1 級障害　　974,125 円

遺族基礎年金　　　　　　1,003,600 円　(18 歳まで子供加算あり)

民間企業に雇用されている場合，国民年金に加えて，厚生年金制度に加入する．

厚生年金

受給資格	適用事業所に常時使用される　従業員で 65 歳未満
受給開始年齢	65 歳　　　　　　　　　(60 歳から繰上げ受給可能)
保険料	標準報酬月額×保険料率
年金額	定額部分＋報酬比例分＋加給年金

現在，日本の年金財政は資金余剰がある．しかし，各保険者の積立方式ではないので，受給者が増加すると財政が破綻しないように，保険料，受給額，受給開始年齢を財政均衡に合わせて改定しなければ，年金財政は維持できない．

5 年ごとの年金改革

1994 年の改革　支給年齢の 60 歳から 65 歳へ段階的引き上げ

1999 年の改革　基礎年金の国庫負担を 1／3 から 1／2 へ引上げる

2004 年の改革　保険料の段階的引き上げ，給付水準は現役の手取り年収の 50%～50%半ば

2009 年の改革　民主党に政権交代した

2011 年 10 月　社会保障制度と税制の一体改革案

2012 年 10 月　社会保障制度の財源確保のため，消費税を 2014 年 4 月 5%から 8%，2015 年 10 月 8%から 10%増税を可決した．

2012 年 11 月　自公民政権に交代

2013 年 4 月　物価スライド制を適用

2014 年 11 月　消費税を 2017 年 4 月 10%増税に変更した．

2015 年 4 月　消費税を 8%に増税，社会保障財源とした．

10 月　公務員共済，私学共済が厚生年金に統合された．

2016 年 5 月　消費税を 10%に増税を，2 年半延期する．

2019 年 10 月　消費税を 10%に増税予定

2．3　確定拠出年金制度の概要

この制度を実施する企業に入社または転職した場合，掛金を企業が拠出する強制加入制度なので，従業員は企業が契約する運用管理機関の提示する商品から，運用指示をし，運用結果は，加入者の自己責任である．

制度の概要

企業型年金　(平成 29 年 1 月 1 日からの内容) 厚生労働省 HP より

確定拠出年金は，企業年金の 1 つである．自己積み立て方式で，拠出した掛金が個人ごとに明確に区別され，掛金とその運用収益との合計額をもとに年金給付が決定される．

（1）制度に加入できる者および拠出限度額

実施主体　企業型年金規約の承認を受けた企業

加入できる者　実施企業の従業員（国民年金第 2 号被保険者）

掛金の拠出　事業主が拠出（規約で加入者も可能）

拠出限度額　1．厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施していない場合

55,000 円（月額）

※規約において個人型年金への加入を実施している場合

35,000 円（月額）

2．厚生年金基金等を実施している場合

27,500 円（月額）

※規約において個人型年金への加入を実施している場合

15,500 円（月額）

（2）運用

1．運用商品の中から，加入者等自身が運用指図を行う．

2．運用商品は，預貯金，投資信託，保険商品等である．

3．運用商品を選定・提示する者は，必ず 3 つ以上の商品を選択肢として提示する．

（3）離転職の場合等の年金資産の移転

1．資産額等の記録が年 1 回以上通知される．

2．加入者等が転職した場合等には，転職先の企業型年金へ，退職して国民年金の加入者となった場合等には個人型年金へ，資産を移換することができる．

（4）給付

5 年以上の有期または終身年金（規約により一時金の選択可能）

（5）受給要件等

原則 60 歳到達した場合に受給できる．

（6）税制

拠出時　非課税

運用時　特別法人税課税（平成 31 年度まで凍結）

給付時　1．年金として受給：公的年金等控除（標準的な年金額まで非課税）

2．一時金として受給：退職所得控除

個人型確定拠出年金（iDeCo）

確定拠出年金法に基づき実施されている，公的年金にプラスして給付を受けられる私的年金である．加入は任意で，加入方法は，「iDeCo 公式サイト」https://www.ideco-koshiki.jp 運営管理機関一覧から，運営管理機関を選び，加入手続きをする．

iDeCo の概要　（平成 29 年 1 月 1 日からの内容）厚生労働省 HP より

基本的に 20 歳以上 60 歳未満の全ての方が加入できる．加入者が拠出限度額の範囲内で任意に掛金を設定し，積み増すことが可能である．拠出した掛金の全額が，小規模企業共済等掛金控除の対象であり，国民年金基金連合会が実施主体である．個人ごとに明確に区別され，掛金とその運用収益との合計額をもとに年金給付が決定される．

（1）制度に加入できる者および拠出限度額

実施主体　国民年金基金連合会

加入できる者　1．自営業者等（農業者年金の被保険者の方，国民年金の保険料を免除されている方を除く）（国民年金第 1 号被保険者）

2. 厚生年金保険の被保険者（公務員や私学共済制度の加入者を含む．企業型年金加入者においては，企業年金規約において個人型年金への加入が認められている方に限る．）（国民年金第 2 号被保険者）

3．専業主婦（夫）等（国民年金第 3 号被保険者）

掛金の拠出　加入者個人が拠出（企業は拠出できない）

拠出限度額　1．自営業者等

68,000 円（月額）

※国民年金基金の限度額と枠を共有

2．厚生年金保険の被保険者のうち

〔1〕厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施している場合

12,000 円（月額）

〔2〕企業型年金のみを実施している場合

20,000 円（月額）

［3］企業型年金や厚生年金基金等の確定給付型の年金を実施していない場合（下記〔4〕の方を除く）

23,000 円（月額）

［4］公務員，私学共済制度の加入者

12，000 円（月額）

3．専業主婦　（夫）等

23,000 円（月額）

（2）運用

1．運用商品の中から，加入者等自身が運用指図を行う．

2．運用商品は，預貯金，投資信託，保険商品等である．

3．運用商品を選定・提示する者は，必ず 3 つ以上の商品を選択肢として提示する．

（3）離転職の場合等の年金資産の移転

1．資産額等の記録が年 1 回以上通知される．

2．加入者等が転職した場合等には，転職先の企業型年金へ，退職して国民年金の加入者となった場合等には個人型年金へ，資産を移換することができる．

（4）給付

5 年以上の有期または終身年金（規約により一時金の選択可能）

（5）受給要件等

原則 60 歳到達した場合に受給できる.

（6）税制

拠出時　非課税（加入者が拠出した掛金額は，全額所得控除（小規模企業共済等掛金控除））

運用時　特別法人税課税（平成 31 年度まで凍結）

給付時　1．年金として受給：公的年金等控除（標準的な年金額まで非課税）

2．一時金として受給：退職所得控除

2．4　勤労者少額貯蓄制度

勤め先で財形貯蓄制度が導入されている場合，財形貯蓄制度には，一般財形貯蓄，財形年金貯蓄，財形住宅貯蓄の 3 種類があり，利子等にに対する非課税措置や財形持家融資制度を利用できる.

(1) 一般財形貯蓄

実施主体	企業が財形貯蓄制度を導入していること
利用者	勤労者であれば，契約時の年齢制限はない.
資金の使い方	使途自由な貯蓄
積立方法	金融機関等と契約を結んで，3 年以上の期間にわたって，定期的に（毎月または夏季・年末のボーナス時期などに）賃金からの控除（天引き）による積立．複数の契約もできる.

利子等非課税はない.

(2) 財形年金貯蓄

利用者	満 55 才未満の勤労者
資金の使い方	60 才以降の契約所定の時期から 5 年以上の期間にわたって年金として支払いを受取る.
積立方法	金融機関等と契約を結んで， 5 年以上の期間にわたって，定期的に（毎月または夏季・年末のボーナス時期などに）賃金からの控除（天引き）による積立.
利子等非課税	預貯金等　元本（預入額＋元加利息）550 万円まで利子等非課税 保険等　　払込累計 385 万円まで利子等非課税
貯蓄商品	預貯金，合同運用信託，有価証券（国債などの公社債・証券投資信託の受益証券・金融債・株式投資信託），生命保険，生命共済，損害保険

(3) 財形住宅貯蓄

財形住宅貯蓄は，住宅の建設，購入，リフォーム等のために，貯蓄する場合，給与から

一定額を天引きして行う，積立貯蓄制度である．この貯蓄を，財形住宅融資にもちいることができるので，若年者にとっては，住宅取得のための頭金を積み立てる場合，利子等が非課税なので，目標額に早く到達できる．

利用者　満 55 才未満の勤労者，他に住宅財形契約をしていない者

資金の使い方　住宅建設

住宅購入（新築／中古と問わず，一戸建て，マンションともに可）

積立方法　積立期間

利子等非課税　預貯金等　元本（預入額＋元加利息）550 万円まで利子等非課税

保険等　払込累計 550 万円まで利子等非課税

貯蓄商品　預貯金，合同運用信託，有価証券（国債などの公社債・証券投資信託の受益証券・金融債・株式投資信託），生命保険，生命共済，損害保険

ただし，住宅の建設，購入，リフォーム以外の払い出しは利子等に課税される．財形住宅貯蓄と併用して， 一般財形貯蓄および財形年金貯蓄も利用可能である．

2. 5 NISA 制度

NISA は，イギリスの個人貯蓄口座（ISA）をもとにした少額投資非課税制度であり，2013 年 12 月末で，証券優遇税制（軽減税率 10%）終了にともない導入された． Nippon Individual Savings Account の頭文字をとって，NISA とよんでいる．

(1) NISA 制度の概要

開始時期　2014 年 1 月から 10 年間

対象者　満 20 歳以上の個人で，1 口座（1 金融機関のみ）開設できる．

対象商品　株式投資信託と上場株式等（国債，公社債投資信託等は対象にならない．）

非課税投資枠　年 120 万円

非課税期間　最長 5 年間

制度の終了時　2027 年

NISA は，資産の選択肢が株式投資信託と上場株式等のリスクの高い資産に限定されるが，預貯金および国債，公社債投資信託等は特定口座で運用するようにすれば，リスク資産の非課税を利用できる．

(2) ジュニア NISA

開始時期　2016 年から 2023 年

対象者　0 歳～19 歳，1 口座開設できる．

非課税投資枠　年 80 万円が上限

非課税期間　最長 5 年間

運用管理者　口座開設者本人（未成年）の二等親以内の親族（両親・祖父母等）

払出し　18 歳までは払出し制限あり

(3) つみたて NISA

開始時期	2018 年 1 月から 2037 年
対象者	20 歳以上，1 口座開設できる．つみたて NISA と一般 NISA いずれか一方を選択
非課税投資枠	年 40 万円が上限（非課税枠は 20 年間で最大 800 万円）
非課税期間	最長 20 年間
対象商品	長期の積立・分散に適した一定の投資信託
払出し	一般 NISA の累積投資であるから，途中，売却はできるはずであるが，規定はない．

2．6　財形持家融資制度

住宅ローンは，住宅金融支援機構と民間金融機関等で，規格化されたローンの要件が定められている．タイプは，フラット 35，フラット 35S，フラット 50 などがある．各数字は，最長の返済期間である．

フラット 35 ローンの申込要件（住宅金融支援機構の HP を参照）

年収に占める年間合計返済額の割合を総返済負担率という．

年収と総返済負担率

年収	400 万円未満	400 万円以上
総返済負担率	30%以下	35%以下

借入対象となる住宅

	一戸建て住宅	70 ㎡以上
	住宅の建設費または購入価額	1 億円以下の住宅

借入額　　100 万円以上 8,000 万円以下で，建設費または購入価額以内

借入期間　　15 年以上かつ，次の（1）または（2）のいずれか短い年数が上限
（1）「80 歳」－「申込時の年齢」
（2）35 年

借入金利　　全期間固定金利

返済期間	15～20 年	21～35 年	（2018 年 5 月現在）
	1.3～1.9%	1.35～2.01%	

返済方法　　元利均等毎月払い，または元金均等毎月払いを選択
（ボーナス月払いもある）

担保　　借入対象となる住宅およびその敷地に，住宅金融支援機構を抵当担保者とし，第 1 位の抵当権を設定する．

団体信用生命保険の加入義務

火災保険の加入義務

以上のフラット 35 ローンの申込要件から，住宅ローンを計画できる．

3. 金融商品と金融市場の特徴

日本国内で取引される金融商品は，さまざまな金融市場で取引される．金融商品は，満期期間，最終利回りの計算法，発行の方法，１口の金額，取引単位で分けられる．小口投資家の立場で，取引できる商品で分類する．

金融商品の特徴

満期期間	預金:	短期　3ヶ月，6ヶ月，１年
	定期預金，債券:	長期　2年，3年，5年，10年，20年
最終利回り	単利，複利	
発行方法	債券:	割引，確定利付き，変動利付き
	株式：公募市場，私募	
１口（ロット）	預金：1円から，債券:1万円から	
	証券取引所　取引株単位：1株，100株，1000株	

金融市場を分類する基準は，取引方法，取引期間，参加者の範囲，金融商品の種別，金融仲介者の違い，新規に発行されるか，すでに流通しているか，契約の種類で分けられる．これも，小口投資家が参加できる市場を取り上げる．

	取引方法	相対（あいたい）取引（店頭取引）	
		市場取引	
	取引期間	短期（１年未満）	
		長期（１年以上）	
金融市場	参加者の範囲	オープン市場	
分類基準	金融商品の種別	現預金，債券，株式	
	金融仲介者	（銀行）	現預金，貸付金，為替，消費者ローン　住宅ローン
		（証券会社）	債券，株式，投資信託受託証券
		（保険会社）	生命保険，養老保険，損害保険
	発行	発行市場	公社債，株式，IPO（新規株式発行）
		流通市場	
	契約	先物・先渡し市場	
		金融デリィバティブ市場	

金融先物・先渡し，金融デリィバティブは，用語の定義を参考に挙げる．

先物・先渡し

「将来のある時期に決められた価格で受渡しする条件で、特定の商品を売買する取引」

ＦＲＡ（Forward Rate Agreement 金利先渡し取引）

「預金の金利を将来の特定時点に事前に定めた価格で引き渡すことを約定する取引 」

ＦＸＡ（Forward Exchange Agreement 為替先渡し取引）

「為替を将来の特定時点に事前に定めた価格で引き渡すことを約定する取引 」

スワップ

「将来の一定期間に起こる経済価値が等価であると考えられる２つのキャッシュフローを相対する当事者間で合意した条件のもとで支払い・受取りを行う取引」

オプション

「特定の商品（原資産）を将来のある時期に（あるいは時期までに)、特定の価格で買う権利（コール・オプション）もしくは売る権利（プット・オプション）を売買する取引」

3. 1　預貯金

預金取扱金融機関で，個人が預けることができる預金は普通預金，定期預金がある．ゆうちょ銀行では，さらに，定額預金がある．満期期間，最終利回りの計算法，発行の方法，1口の金額，取引単位で分けられる．

普通預金

満期期間　　なし

最終利回り　単利

１口（ロット）1円から

定期預金

満期期間　　短期　3ヶ月，6ヶ月，１年

　　　　　　長期　2年，3年

最終利回り　単利，複利，変動利子率

１口（ロット）1円から

定額預金（ゆうちょ銀行，預入限度額2,600万円まで）

満期期間　　短期　6ヶ月

　　　　　　長期　10年

最終利回り　半年複利

１口（ロット）1,000円から

3. 2 外貨、外貨預金

外貨　外国通貨を保有、売買して、為替差益・差損を生じるときがある。

外貨預金　　外貨で預金することができる。預金利子率は、国内利子率ではない。

円から外貨に両替するとき、為替レートが手数料分高い。預金を下ろすとき両替するので、為替レートが手数料分低い。

外貨普通預金　満期期間　　なし

預金利子率は、その外貨の利子率である。

外貨定期預金　満期期間　　短期　3ヶ月，6ヶ月，１年

3. 3　制度住宅ローン

（詳細は，住宅金融支援機構の HP を参照.）

住宅ローンは，住宅金融支援機構と民間金融機関等で，規格化された住宅ローンの要件が定められている．タイプは，フラット 35，フラット 35Ｓ，フラット 50 などがある．各数字は，最長の返済期間である．返済方法は，元利均等毎月払い，または元金均等毎月払いがある．

3. 4　債券

満期期間，最終利回りの計算法，発行の方法，1 口の金額，取引単位で分けられる．債券を特徴付ける項目は次の通りである．

満期利回り	R_n
債券市場価格	P
１期間当りのクーポン	C
償還価値	F
残存期間	n

1)　単利の最終利回りを R_nとする．各期間のクーポンはその債券に再投資されない．

$$R_n \quad = \quad \frac{C+\ (F-P)\ /n}{P}$$

2)　複利の最終利回りを R_nとする．クーポン C は再投資される．ただし，日本では発行されることは少ない．

$$P(1+R_n)^n = C(1+R_n)^{n-1} + C(1+R_n)^{n-2} \quad + \cdots + C(1+R_n) + C + F$$

これを R_nについて解く．

3. 5　株式

株式の発行と流通市場

満期期間，最終利回りの計算法，発行の方法，1 口の金額，取引単位で分けられる．株式の発行は，公募市場と私募の 2 種類がある．前者は証券取引所で発行される株式と未公開株式市場で発行される株式がある．

すでに，　設立された株式会社の中で,資金調達を株式の発行で行う場合，　増資という．増資には，株主割当増資，公募増資，第三者割当増資の 3 種類がある．

株式会社は，社債を発行でき，社債の種類に，　普通社債，転換社債，新株引受権付社債（ワラント債）および無担保社債があるが，転換社債は株式に転換できる．新株引受権付社債（ワラント債）は,社債部分を残したまま,新株を購入できる．

配当割引モデル

1 株あたり年配当 D を将来無限に受け取ることができるとする．収益率（安全資産利子＋危険負担率）を r とし，現在の株式価格を A_0 とすると，公式 2(金融数学 1)を使って

$$A_0 = \frac{D}{1+r} + \frac{D}{(1+r)^2} + \frac{D}{(1+r)^3} + \cdots = \frac{D}{r}$$

と表せ，**配当割引モデル**という.

3. 6　投資信託

債券、株式は小口化できにくいので、投資信託委託会社が、テーマ別に、投資家から小口資金を集め、信託財産を購入、信託会社に信託財産の管理を委託する。投資信託委託会社は、テーマで設定された運用方針にしたがい、信託会社に信託財産を運用指図する。投資家に対して、定められた期日に信託報酬および監査報酬を差し引き、利息・配当等があれば分配金を支払う。

ETF（上場投資信託）

日経平均や TOPIX は、株価指数であり、ETF は、各株式の構成銘柄をその構成比率で保有し、投資信託証券として、基準化し、投資家に発行する。ETF は、日経平均や TOPIX に連動した価格で変動し、証券市場で売買できる。上場されていない投資信託は、証券会社を通じて売買するので、現物の市場とは、即時性がない。

3. 7　Ｊリート[日本版不動産投資信託]

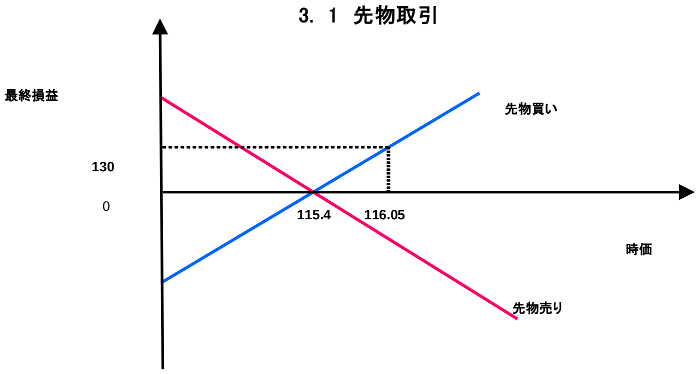
投資法人（投資信託および投資法人に関する法律に基づく法人）が発行する証券を、投資家が購入し、主に、不動産の賃料を分配し、その際、法人税が免除されるので、投資家には、収益が多くなる。Ｊリートは、証券取引所に上場されているので、投資家は売却することができる。

3. 8　債券先物と債券オプション

債券先物と債券オプションの仕組みと取引例を、旧東京証券取引所の HP より、引用した。

1）債券先物取引の仕組み

・標準物（架空の国債）　クーポン・レート 6%（年 2 回利払い）残存期間 10 年の国債
・限月(3，6，9，12 月)，売買単位（額面 1 億円）
・決済方法　２種類ある
　　反対売買
　　最終決済日現物受渡決済（変換係数による交換比率で現物授受）
・証拠金
・取引コスト　委託手数料　　取引所税



債券先物買の例（東証ホームページの例）

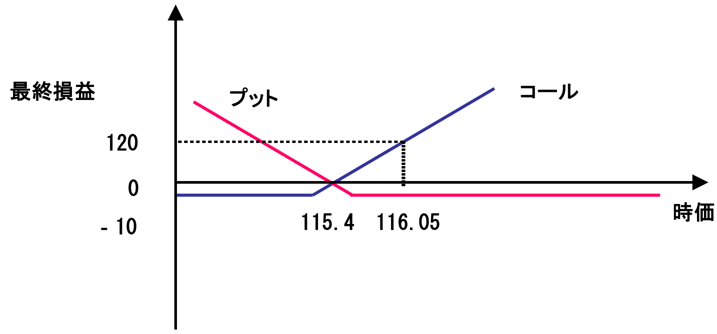
1．長期国債先物を 115 円 40 銭（額面 100 円当たりの価格）で額面２億円買う．
　証拠金を差し入れる．
2．その後，116 円 05 銭に値上がりしたので反対売買した．決済はその翌日にする．
　売買益＝（売値－買値）×2 億円÷100
　　　　　＝（116.05－115.4）　×2 億円÷100
　　　　　＝130 万円

2)　債券オプション取引の仕組み

・　ヨーロピアンとアメリカン
・　原資産
・　限月，枚数
・　プレミアム
・　権利放棄と権利行使
・　決済方法　　反対売買（差金決済）最終決済日現物受渡　決済
・　証拠金　　　売り手のみ
・　取引コスト　委託手数料　　取引所税

債券コール・オプション買の例

1. 長期国債コールを行使価格 115 円 40 銭（額面 100 円当たりの価格）で額面 2 億円買う．
　プレミアム：0．05 万円× 2 億÷100＝10 万円を支払う．
2．その後，決済日に 116 円 05 銭に値上がりしたので権利行使した．決済はその翌日にする．
　売買益＝（売値－行使価格－プレミアム）×2 億円÷100
　　　　＝（116.05－115.40－0.05）×2 億円÷100＝120 万円



3.2　債券オプション

債券プット・オプション買の例

1. 長期国債プットを行使価格 115 円 40 銭（額面 100 円当たりの価格）で額面 2 億円買う．
   プレミアム:　0.05 万円×　2 億÷100＝10 万円を支払う．
2. その後，決済日に 114.75 円 05 銭に値下がりしたので権利行使した．決済はその翌日にする．
   売買益＝（行使価格－売値－プレミアム）×2 億円÷100
   　　＝（115.40－114.75－0.05）×2 億円÷100＝120 万円

債券先物オプションの取引の実際

2008 年 1 月 10 日（2 月物，東証，円・枚）

コール

行使価格	終値	前日比	売買高	建玉(たてぎょく)
137.5	0.62	+0.18	851	2205
138.0	0.39	+0.16	2691	3969
138.5	0.21	+0.08	2170	2192
139.0	0.08	+0.05	2460	2882
139.5	0.04	+0.02	101	475

プット

行使価格	終値	前日比	売買高	建玉
135.5	0.03	－0.01	344	2262
136.0	0.05	－0.03	225	2621
136.5	0.10	－0.06	1163	3513
137.0	0.20	－0.11	3418	2933
137.5	0.38	－0.12	2486	2853

3. 9　金融資産・負債の評価

1）間接金融市場　　現在 0，将来 1，2 で表す.

現在価値 A_0 **の将来価値** A_1　（1 年満期の預金の元利合計）　　$A_1 = (1+i)A_0$

将来価値 A_1 **の割引現在価値** A_0　　$A_0 = A_1 / (1+i)$

預金　2 年定期預金の元利合計 A_2 は，元金 A_0，利子率 i と表すと

単利　　$A_2 = (1+2i)A_0$

複利　　$A_2 = (1+i)^2 A_0$

固定返済型ローン（住宅ローン）満期期間 n 年，利子率 i，借入金 L_0 は

$$L_0 = \frac{FR}{1+i} + \frac{FR}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{FR}{(1+i)^n}$$

と表せるから，固定返済額 FR（元利均等払）は，公式 1（金融数学 1)を使って

$$FR = L_0 \div \left\{ \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{1}{(1+i)^n} \right\}$$

$$= L_0 \times i(1+i)^n / \{(1+i)^n - 1\}$$

2）直接金融市場の金融商品

割引債　　額面 A_1，利子率 i，満期期間 1 年とし，市場価格は現在価値 A_0 であり，満期時に額面 A_1 が償還される.

$$A_0 = A_1 / (1+i)$$

国債　　額面 A，クーポン C，満期期間 n 年，市場利子率 i とし，発行時の市場価格 A_0 は，

$$A_0 = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{C+A}{(1+i)^n}$$

株式価格　1 株あたり年配当 D を将来無限に受け取ることができるとする．配当割引モデルにおいて，収益率（安全資産利子率＋危険負担率）を r とし，市場株式価格を A_0 とすると，永久債と同様に

$$A_0 = \frac{D}{1+r} + \frac{D}{(1+r)^2} + \frac{D}{(1+r)^3} + \cdots = \frac{D}{r}$$

練習問題

1. 1 年満期の定期預金に，年利子率 0.25％で 10,000 円預金すると，1 年後の元利合計は（　　　　　）円である.
2. 利子率が，年 1％のとき，1 年後の 1 万円を現在価値に割り引くと，（　　　　）円である.（分数で答えてよい．少数以下は切り捨てること）
3. 茨木太郎が自動車事故の示談金 10 万円を貸金業者から，満期期間 2 年，利子率 18％，固定返済型で借り入れるとき，1 年分の固定返済額は（　　　　）円となる．（少数以下は切り捨てること）
4. 1 年満期期間で，額面 100 円の割引債が，現在，98 円で販売されていれば，その利回

りは，（　　　　）％である．（少数以下は切り捨てること）

解答　1.（10,025）2.（10,000／1.01 または 9,900）3.（63,871）4.（2）

4. 資産市場における行動理論

一般的に，「人は，一生涯の消費・貯蓄計画を立てて生活をするものであり，生涯，消費生活の効用を維持するために，貯蓄を通じて，消費を各期にわたって平準化し，遺産はなく，生涯を終える」と考えるというのが，**ライフ・サイクル仮説**である．

異世代消費ローンモデルは，「ライフ・サイクル仮説のもとで，現役世代と退職世代に分け，現役世代の中で，将来所得増が見込めるものは借入ができ，すでに貯蓄がある世代は，貸すことができる．消費ローン市場において，貸付利子率が決まる．」ことを示す．

現役世代は，退職まで，月給とボーナス等の臨時所得がある．毎月の貯蓄額は，金融商品の選択により，蓄積される．資産蓄積方法には，**資産選択理論**がある．これは，多様な金融商品は，予定された収益を確実に得られるわけではない．商品の平均収益率とその実現値の散らばり具合（分散）を考慮して，商品を分散投資した方が，１つの商品に集中投資するより，希望する収益率を実現しやすい．資産選択理論は，投資家の最適な分散投資の方法を決定する．

資産市場において，異世代消費ローンモデルをもちいて，現物資産と先物資産の均衡を求めることができる．資産選択論による最適な分散投資をする投資家が資産市場に参加する場合，資産市場均衡を求めることができる．

4．1　消費・貯蓄理論

ライフ・サイクル仮説を，壮年世代の消費・貯蓄の決定を 2 期間モデルで考える．このモデルは，大卒の公務員試験等で出題される典型的な問題である．ラグランジュ未定乗数法で解くのが決まりであるが，より簡単に，中学校数学の完全平方に変形して，解く．

壮年世代は，第 1 期に貯蓄できるが，第 2 期に，貯蓄と所得をすべて使い切り，遺産を，残さない．各期間の実質消費を c_0 ，c_1，各期間の実質所得を y_0 ，y_1とする．壮年世代の効用関数を $u = c_0\ c_1$とする．初期資産を a_0とする．貯蓄できるから，貯蓄を s_0とし，金融市場において，利子率 i で資産運用できるとする．（名目値を使うのであれば，すべて，円表示である．）

第 1 期の予算制約式は，

$$c_0 + s_0 = a_0 + y_0 \qquad 4．1$$

である．第 2 期の予算制約式は遺産がないから，

$$c_1 = s_0\ (1+i) + y_1, \qquad 4．2$$

ここで，貯蓄は $s_0=a_0+y_0-c_0$ である．これを 4．2 式に代入し，$1+i$ で両辺を割ると 2 期間を通算した予算制約式 4．3 がえられる．

$$c_0+c_1/(1+i)=a_0+y_0+y_1/(1+i) \qquad 4.3$$

壮年世代の消費・貯蓄の決定問題は次のようになる．

問題 1　2 期間の予算制約式 $c_0+c_1/(1+i)=a_0+y_0+y_1/(1+i)$ のもとで，壮年世代の効用関数を $u=c_0\,c_1$ を最大にする各期間の実質消費 c_0，c_1 を求めよ．

解　異時間効用関数 $u=c_0\,c_1$ に予算制約式 4．2 から，$c_1=s_0(1+i)+y_1=(a_0+y_0-c_0)(1+i)+y_1$ を代入し，完全平方式に変形する．

$$u=c_0\,c_1=c_0\{(a_0+y_0-c_0)(1+i)+y_1\}=-(1+i)[c_0{}^2+\{a_0+y_0+y_1/(1+i)\}c_0\}$$

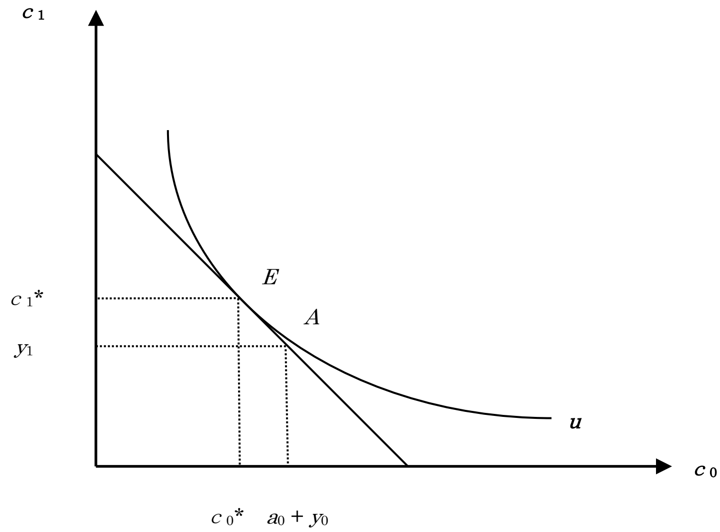
$$=-(1+i)\{c_0-\{a_0+y_0+y_1/(1+i)\}/2\}^2+(1+i)\{a_0+y_0+y_1/(1+i)\}^2/4.$$

完全平方の $c_0-\{a_0+y_0+y_1/(1+i)\}/2=0$ のとき，効用は最大となる．

$$c_0{}^*=\frac{a_0+y_0+y_1/(1+i)}{2},\quad c_1{}^*=(1+i)\left\{\frac{a_0+y_0+y_1/(1+i)}{2}\right\},\quad s_0{}^*=\frac{a_0+y_0-y_1/(1+i)}{2}.$$

□

図 4．1　問題 1 の図解



貯蓄曲線と所得変化によるシフト

問題 1 から，貯蓄関数は，

$$s_0{}^*=\frac{a_0+y_0-y_1/(1+i)}{2}=\frac{a_0+y_0}{2}-\frac{y_1}{1+i}$$

貯蓄 $s_0{}^*$ と利子率 i は反比例の関係がある．第 1 期の所得が $y_0{}'$ に増加すると，図 4.2 のように貯蓄曲線は，右へシフトする．

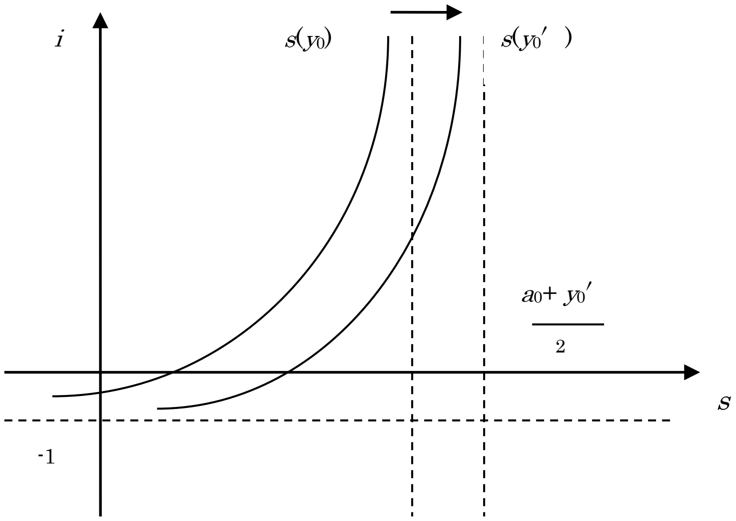


図 4. 2　貯蓄曲線のシフト

若年世代の場合，初期資産 a_0は持たない．次期の所得の方が多いから，y_0 ＜y_1である．借り入れが可能であるから，利子率 i で借入を b_0 ＝ c_0－y_0＞0 とする．

借入額 b_0を消費するので，第 1 期の予算制約式は，c_0＝b_0＋y_0，第 2 期の予算制約式は，返済するので，c_1＋b_0 (1＋i)＝y_1 である．第 2 期の予算制約式を b_0＝y_1/(1+i) －c_1/(1+i) に変形し，2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = y_0 + y_1/(1+i)$を作る．

問題 2　2 期間の予算制約式 $c_0 + c_1/(1+i) = y_0 + y_1/(1+i)$のもとで，若年世代の効用関数を $u = c_0\, c_1$を最大にする各期間の実質消費 c_0 ，c_1を求めよ．

解　完全平方に変形して解く．

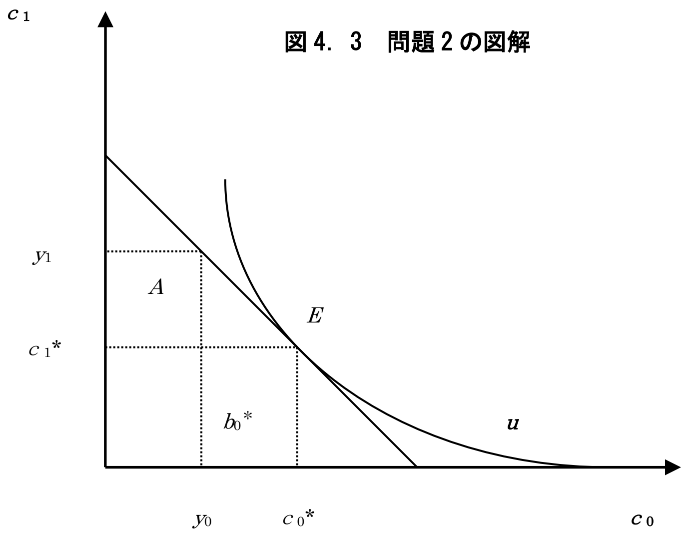
$u = c_0\, c_1 = c_0\,\{(y_0 - c_0)(1+i) + y_1\} = -(1+i)[c_0{}^2 + \{y_0 + y_1/(1+i)\}\, c_0\}$

$= -(1+i)\,\{c_0 - \{y_0 + y_1/(1+i)\}/2\}^2 + (1+i)\ \{y_0 + y_1/(1+i)\}^2/4.$

完全平方の $c_0 - \{y_0 + y_1/(1+i)\} = 0$ のとき，効用は最大となる．

$c_0{}^* = \dfrac{y_0 + y_1/(1+i)}{2}$ ，$c_1{}^* = (1+i)\left\{\dfrac{y_0 + y_1/(1+i)}{2}\right\}$，$b_0{}^* = c_0{}^* - y_0 = \dfrac{y_1 - y_0(1+i)}{2(1+i)}$. □

図 4．3　問題 2 の図解



借入曲線と所得変化によるシフト

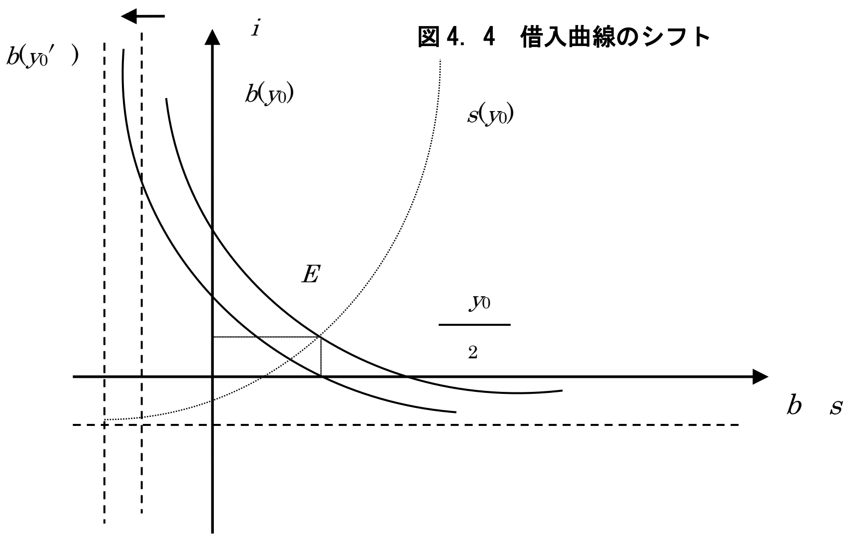
問題 2 から，借入関数は,

$$b_0{}^* = \frac{y_1 - y_0/(1+i)}{2(1+i)}$$

借入 $b_0{}^*$と利子率 i は反比例の関係がある．第 1 期の所得が $y_0{}'$ に増加すると，図 4.4 のように，借入曲線は，左へシフトする．

図 4．4 において，市場の集計した貯蓄曲線 s_0とし，市場の集計した借入曲線 b_0とした場合，交点 E において，均衡利子率と借入額＝貯蓄額になる．

図 4．4　借入曲線のシフト



問題 1 も問題 2 も，最適消費額は，ともに，2 期間の現在価値所得の平均 $\{y_0 + y_1/(1+i)\}/2$ が共通になっている． したがって，このタイプの効用関数では，ライフ・サイクル計画を立てる場合，全所得の現在価値合計の平均値に，各期の複利$(1+i)^{n-1}$をかければよ

い．

4．2　債券期間構造の理論

利子率の期間構造とは，期間（残存期間）と利回りの関係をいい，イールド・カーブ（利回り曲線で表される．利子率の期間構造理論は，その形状の理由を説明する．（千田純一「第7章利子率の期間別構造」『利子論』東洋経済新報社　1982年）．

1）満期利回りと市場均衡利子率との間に関係があるとする理論

①　純粋予想理論　Lutz

伝統理論といわれる予想にもとづく期間構成を説明する．Lutzにしたがって，貸付市場の仮定をのべ，短期利子率と長期利子率の5つの命題を示す．

- 完全予想
- 貸し手と借り手の両方とも取引費用がない．
- 満期の異なる諸貸付けに代替性があり，異なる満期を裁定し，収益ないし費用の有利なものを選択する．

以上を仮定する．

5つの命題

(1) 長期利子率は将来の予想利子率の平均である．

予想短期利子率 r_i （$i=1, 2, \cdots, n-1$）とする．長期利子率を R_n とする．単利の場合，元利合計は

$$1+nR_n=1+R_1+r_1+\cdots+r_{n-1}$$

$$R_n=\frac{R_1+r_1+\cdots+r_{n-1}}{n}$$

となるから，長期利子率が将来の予想利子率の平均になっている．複利の場合，元利合計は

$$(1+R_n)^n=(1+R_1)(1+r_1)\cdots(1+r_{n-1})$$

$$1+R_n=\{(1+R_1)(1+r_1)\cdots(1+r_{n-1})\}^{1/n}$$

となり，長期利子率が将来の予想利子率の平均になっている．

(2) 長期利子率の変動の大きさは短期利子率より小さい．

完全予想を仮定しているから，期間 $n-1$ までは，変動はないが，期間 n の短期利子率が加わると，(1) の計算式から，変動は，長期利子率の方が小さい．

(3) 長・短期利子率は一般的に同方向に動くが一時的に逆もある．

期間 n の短期利子率の変動が大きければ，次期の長期利子率は変動が小さいため，短期利子率の変動と逆になる場合がある．

(4) ある時点の期間構造は短期利子率の将来の予想経路（イールド・カーブ（利回り曲線））によって決定される．

(5) 一定期間の投資の収益は，長期投資でも短期投資でも同じである．

完全予想を仮定しているから，期間 $n-1$ までは，変動はない．さらに，取引費用がなく，満期の異なる諸貸付けに代替性があり，異なる満期を裁定し，収益ないし費用の有利なものを選択すると仮定しているから，投資収益に違いはない．

② 流動性プレミアム理論 Hicks

Hicks は Lutz の予想理論を受け継ぎ，以下を仮定する．

・ 将来の債券価格は不確実であり，評価損を先物で回避する．

・ 長期貸付は期間 1 の直物貸付けと残りの期間の先物貸付からなる．

予想短期利子率は，先物短期利子率に代えられ，次のように定義される．

先物短期利子率 $f_i = r_i + L_i$ $(i = 2, \cdots, n)$

予想短期利子率 r_i

流動性プレミアム L_i $(L_2 < L_3 < \cdots < L_n)$

単利の場合，長期利子率は

$$R_n = R_1 + \frac{(r_2 + L_2) + \cdots + (r_n + L_n)}{n} = \frac{1}{n}\Sigma(R_1 + r_i) + \frac{1}{n}\Sigma L_i$$

Lutz との違いは，流動性プレミアムの平均が加わることである．

Lutz の 5 つの命題は成立する．イールド・カーブ（利回り曲線）は，予想短期利子率の右上がりを「正常な関係」としているため，流動性プレミアムのカーブが逆であっても，全体のカーブは正常な関係になるとしている．

2) 満期利回りと市場均衡利子率との間に関係ないとする理論

掛け繋ぎ理論 Culbertson

借り手と貸し手に選好期間があり，自己の負債の満期に資産の満期を一致させることにより，リスクを削減する行動をとる．

4. 3 債券市場の分析

1) イールド・カーブ（yield curve）純粋予想理論

① 順イールド

利子率上昇予想のとき，$R_5 < R_{10} < R_{15}$

② 逆イールド

利子率下降予想のとき，$R_5 > R_{10} > R_{15}$

③ 水平

利子率変化なしのとき，$R_5 = R_{10} = R_{15}$

④ こぶ状

利子率上昇し下降予想のとき，$R_5 < R_{10}$，$R_{10} > R_{15}$

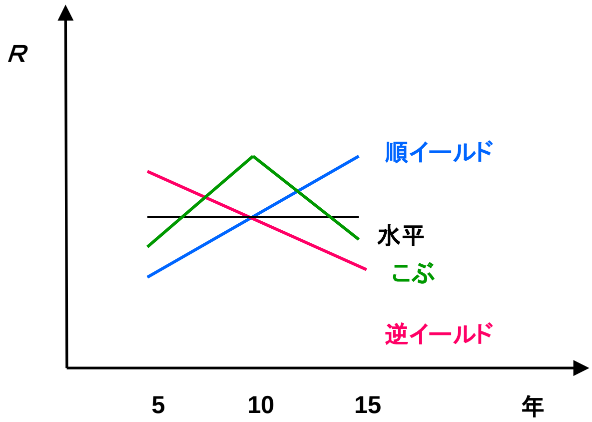


図　4．5　イールド・カーブの例

2)　債券投資のリスクの測定

単利の最終利回り R は，次のように表せたが，　債券価格 P と利回り R とは次の 3 つの金利変動よる関係が見出せる．

$$R = \frac{C + (F - P) / n}{P} \quad \text{または} \quad P = \frac{nC + F}{nR + 1}$$

- 利回り R と債券価格 P とは反比例する．
- 債券価格 P の変動は，残存期間 n が長いほど，大きい．
- クーポン・レート C の違う債券では，クーポン・レートが高い債券ほど，債券価格変動が小さい．

残存期間 10 年，クーポン・レート 10%の市場価格と利回りの関係を図 4．6 に表す．

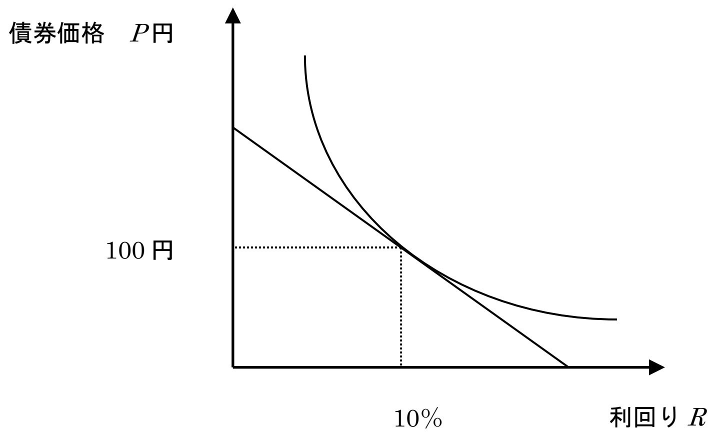


図 4．6　市場価格と利回りの関係

市場リスク

市場リスクを測る指標に**デュレーション**(Duration)がある．デュレーションは，点(10, 100)において，市場価格と利回りの曲線における接線の傾きであり，利回り変化に対する価格変化をこの傾きで，近似している．経済学的には，デュレーション D は，**債券価格の弾力性の絶対値**である．D の意義は平均回収期間を表す．

$$D = \frac{\Delta P/P}{\Delta R/R}$$

デュレーションには，残存期間の長さ，クーポン・レート，利回りなどと D の値に関係がある．デュレーションは，残存期間が長いほど，クーポン・レートが低いほど長くなる．

さらに，近似精度を上げるために，価格変化に対してテーラー展開式を用いる**コンベクシティ（Convexity）**がある．

信用リスク（債務不履行リスク）

債券は，信用リスク（債務不履行リスク）があり，格付機関が，債券を格付けしている．

統計学の知識をもちい，倒産確率を推定する **Value at Risk** が使われる．

4．4　資産先物市場理論

不確実性下 2 期間貨幣一時的一般均衡モデルによって，2 資産市場を考え，債券，株式の現物，先物価格を決定する．(一般化した多期間貨幣一時的一般均衡モデルは，西村和志『多期間一般均衡モデルの確率的動学』晃洋書房，2018 年，第 10 章および第 11 章に証明がある．）ここでは，2 資産がある現物・先物市場において，投資家は，価格不確実性に対して，主観的確率分布をもち，予算制約式のもと，2 期間の最適化をし，所与の価格に対して，市場均衡条件をみたす，均衡解で，資産を交換する．効用関数をコブ・ダグラス型と最適解が求められる．確率分布も一様分布を仮定すると，先物解も求められる．

資産市場における消費者の行動と計画

消費者は，2 期間の永久債の賦存量 $b_0 \in R_+$ をもつ．ここで，b_0は確実に予見できるものとする．計画時の期首に，消費者は負債をもっていないとする．

仮定 4．1　$b_0 \gg 0$ とする．

また，消費者は，市場が開かれる前，株式 $k_0 \geqq 0$ をもつ．

仮定 4．2　$k_0 \geqq 0$ とする．

行動と計画

2 期間の債券の流列を，$b=(b_1, b_2) \in R_+^2$，株式の流列を，$k=(k_1, k_2) \in R_+^2$とす

る．今期の先物市場における債券先物契約を c_{b2} とする．消費者は，$c_{b2} > 0$ であれば，期間 2 の期首に債券を受け取る．$c_{b2} < 0$ であれば，その逆である．同様に，今期の先物市場における株式先物契約を c_{k2} とする．消費者は，$c_{k2} > 0$ であれば，期間 2 の期首に株式を受け取る．$c_{k2} < 0$ であれば，その逆である．

消費者は，期間 1 において，現物資産市場において，将来債券および株式保有計画を決定する．その後，資産先物市場において，債券および株式先物契約を結ぶ．期間 1 において，消費者が現物市場と先物市場での取引を決定することを行動（action）と呼び，$a_1 = (b_1, k_1, c_{b2}, c_{k2}) \in R_+^2 \times R^2$ で表す．次に，期間 2 の現物市場において，消費者が取引を決定することを計画（plans）と呼ぶ．期間 2 の計画を $a_2 = (b_2, k_2) \in R_+^2$ で表す．

期間 1 において，市場価格ベクトルは，$p^1 = (p_{b1}, p_{k1}, q_{b1}, q_{k1}) \in R_+^4 / \{0\}$ であり，ここで，1 は，貨幣の価格であり，p_1 は，債券・株式の現物価格であり， q は債券・株式の先物価格である． 期間 2 の市場価格ベクトルは， $p^2 = (p_{b2}, p_{k2}) \in R_+^2$ である．

効用関数

消費者が，資産流列 (b_1, b_2, k_1, k_2) を選択する際に，期間 1 の資産選択行動の成果 (b_1, k_1) は，確実性下にあり，期間 2 の資産選択行動の成果 (b_2, k_2) は，不確実性下にあるとする．消費者の資産流列に対する選好は，von Neumann-Morgenstern の期待効用最大化の仮説をみたす．

仮定 4．3 $v = u_1 + \int_{R_+^2} u_2 \, d\mu$. 4．1

予想形成

期間 2 の現物価格の予想は，市場価格 p^1 に対して，各期間の現物価格の確率分布 $\phi(p^1)$ を対応させる．これを将来価格の予想形成という．

仮定 4．4 $\phi(q) : R_+^2 / \{0\} \to M(R_+)$.

(1) 予想形成 $\phi(q)$ は，$M(R_+)$ が確率測度の弱収束の位相をもつとき連続である．

(2) すべての $q \in R_+^2 / \{0\}$ に対して，$\mathrm{int\ co\ supp}\ \phi(q) \neq \phi$.

(3) すべての $q \in R_+^2 / \{0\}$ に対して，$\phi(q)(\mathrm{int}\, R_+^2) = 1$.

予想価格分布 ϕ から予想債券量分布 μ へ変数変換し，最適債券量を価格の関数で求め 4．1 式の von Neumann-Morgenstern 効用関数に代入し，予想価格分布による期待効用を求める．

仮定 4．5 $v = u_1 + \int_{R_+} u_2 \, (b_2^*(p^1), k_2^*(p^1)) \, d\phi(q)$. 4．2

現物市場に対する予算制約式

消費者は，現在においても将来においても，プライス･テーカーであるから，期間 1 において，価格ベクトル p^1を所与として，$A_1=R_+{}^2$の部分集合 $\beta_1(p^1)=\{(b_1, k_1)\in A_1 | p_{b1}\cdot b_1+p_{k1}\cdot k_1\leqq p_{b1}\cdot b_0+p_{b1}\cdot k_0\}$ に制約された行動(b_1, k_1)を選択しなければならない．次に，期間 2 で不確実性下にあるため，消費者は，将来の現物価格（spot prices）p^2が実現するとき，プライス･テーカーとして計画する．すなわち，期間 2 で実現する現物価格 p^2を所与として，計画$(b_2, k_2)\in A_2=R_+{}^2$を立てる．期間 2 の予算制約集合は，
$\beta_2(p^2)=\{b_2\in A_2 | p_{b2}\cdot b_2+p_{k2}\cdot k_2\leqq p_{b2}\cdot b_1+p_{k2}\cdot k_1\}$ と表す.

選好ルール

期待効用関数 v は，市場価格 p^1 を所与として，任意の行動 a_1，a_1' に対して，成果の空間で定義された選好関係$\gtrsim^c$と次の関係があるとする．

p^1を所与とし，任意の行動 a_1，$a_1'\in\beta_1(p^1)$ に対して，$v(p^1, a_1)\geqq v(p^1, a_1')$であるならば，そのときにかぎり，$a_1 \gtrsim_{p^1}{}^c\ a_1'$とする．

現物市場における消費者の最適化

消費者の最適化問題は，次のように設定される．価格ベクトル p^1と賦存量（b_0，k_0）を所与として，仮定 4．3，4．4，4．5，集合β_1，β_2のもとで，期待効用関数 vを最大にする行動（b_1，k_1）および計画（b_2，k_2）を決定する．

この最適化問題は，ダイナミック・プログラミングによって解く． 2 段階で解が求められる．第 1 段階は，期間 2 の価格 p^2を所与とし，期間 2 の予算制約式の下で，効用関数 uを最大化することにより，期間 2 の計画（b_2，k_2）を決定する．そして，第 1 問題の解 $b_2{}^*$，$k_2{}^*$を期待効用関数 vに代入し，第 2 段階の問題に進む．　ステップ 1 では，次の問題を解く．

問題　4．1　(p_{b1}, p_{k1})，(b_0, k_0)を所与として，

$$\max_{\{b_1,\ k_1\}}\ u_1(b_1, k_1),\ \text{subject to } p_{b1}\cdot b_1+p_{k1}\cdot k_1=p_{b1}\cdot b_0+p_{k1}\cdot k_0.$$

解　ラグンジュ関数 Lは，次のように書かれる．
$L=u_1(b_1, k_1)-\lambda(p_{b1}\cdot b_1+p_{k1}\cdot k_1-p_{b1}\cdot b_0-p_{k1}\cdot k_0)$．必要条件は，

$$\frac{\partial u_1}{\partial b_1}=\lambda p_{b1},\quad \frac{\partial u_1}{\partial k_1}=\lambda p_{k1}.$$

u_1は，凹関数であるから，これらの条件は，解の必要十分条件となる．解の存在は明らかであるから，解を $b_1{}^*$, $k_1{}^*$, λ^*とする．　□

先物市場に対する予算制約式

現物市場の最適化問題 4．1 から，最適債券量 $b_1{}^*$，最適株式量 $k_1{}^*$がが求められた．先物市場では，自己清算取引戦略（q_{b2}，q_{k2}）・（c_{b2}，c_{k2}）＝0 が予算制約式となる．これにより，自己清算取引戦略であれば，いかなる契約価格 q＝（q_{b2}，q_{k2}）であっても，富 W_2 ＝p_{b2}・（$b_1{}^*$＋c_{b2}）＋p_{k2}・（$k_1{}^*$＋c_{k2}）はヘッジされる．

仮定　4．6　（q_{b2}，q_{k2}）・（c_{b2}，c_{k2}）＝0.　　4．3

先物市場における消費者の予算制約式は,
$\beta_2{}^c$（p^2）＝ {（b_2，k_2）∈A_2｜ p_{b2}・b_2＋p_{k2}・k_2≦p_{k2}・（$b_1{}^*$＋c_{b2}）＋p_{k2}・（$k_1{}^*$＋c_{k2})}
と表す.
期間 2 の期首における支払い可能条件を次のように仮定する．

仮定　4．7　任意の（p_{b2}，p_{k2}）∈suppϕ（q）に対して，p_{k2}・（$b_1{}^*$＋c_{b2}）＋p_{k2}・（$k_1{}^*$＋c_{k2}）≧0.

先物市場における消費者の最適化

2 期間の効用関数から第 2 期の最適消費量を決定し，それを第 2 期の効用関数に代入し，予想価格の分布で期待効用を取り，期待効用を最大にする先物契約量 c を求める．

問題　4．2　p^2≫ 0，$b_1{}^*$，$k_1{}^*$≧0 を所与として

$$\max_{\{b_2,\ k_2\}} u_2(b_2,\ k_2),\ \text{subject to } p_{b2}\cdot b_2+p_{k2}\cdot k_2=p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2}).$$

解　$L=u_2(b_2,\ k_2)-\lambda\{p_{b2}\cdot b_2+p_{k2}\cdot k_2-p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})-p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2})\}$とおく．

$$\frac{\partial u_2}{\partial b_2}=\lambda p_{b2},\quad \frac{\partial u_2}{\partial k_2}=\lambda p_{k2},$$

$p_{b2}\cdot b_2+p_{k2}\cdot k_2-p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})-p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2})=0.$

u_2は凹関数であるから, これらの条件は, 解の必要十分条件となる. 解を $b_2{}^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, $k_2{}^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$, λ^* とする．□

式 4．2 に，$b_2{}^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$，$s_2{}^*(p^2, c_{b2}, c_{k2})$を代入し，$v(a_1, p^1)=u_1(b_1,\ k_1)+\int u_2{}^*(b_2{}^*, k_2{}^*)\,d\phi(q)$をえる．

問題　4．3　q≫0 のもとで

$$\max_{\{c_{b2},\ c_{k2}\}} \int u_2{}^*(b_2{}^*,\ k_2{}^*)\,d\phi(q),\ \text{subject to } q\cdot c=0.$$

解　$L=\int u_2^*(b_2^*, k_2^*)\,d\phi(q)-\lambda q\cdot c$ とおく.

$$\frac{\partial \int u_2^* d\phi(q)}{\partial c_{b2}}=\lambda q_{b2},\quad \frac{\partial \int u_2^* d\phi(q)}{\partial c_{k2}}=\lambda q_{k2},\quad q\cdot c=0.$$

u_2は凹関数であるから，これらの条件は，解の必要十分条件となる．解を $c_{b2}{}^*$，$c_{k2}{}^*$，λ^* とおく.　□

例題　4．1　(p_{b1}, p_{k1})，(b_0, k_0) を所与として，

$$\max_{\{b_1, k_1\}}\quad u_1=b_1\cdot k_1,\ \text{subject to } p_{b1}\cdot b_1+p_{k1}\cdot k_1=p_{b1}\cdot b_0+p_{k1}\cdot k_0.$$

解　$u_1=b_1\cdot k_1=b_1(p_{b1}\cdot b_0+p_{k1}\cdot k_0-p_{b1}\cdot b_1)/p_{k1}$

$$=-\frac{p_{b1}}{p_{k1}}\left(b_{b1}-\frac{p_{b1}\cdot b_{b0}+p_{k1}\cdot b_{k0}}{2p_{b1}}\right)^2+\frac{(p_{b1}\cdot b_{b0}+p_{k1}\cdot b_{k0})^2}{4p_{b1}p_{k1}}$$

効用関数が最大になる b_1，k_1は,

$$b_1=\frac{p_{b1}\cdot b_{b0}+p_{k1}\cdot b_{k0}}{2\ p_{b1}},\quad k_1=\frac{p_{b1}\cdot b_{b0}+p_{k1}\cdot b_{k0}}{2\ p_{k1}}.$$

□

例題　4．2　$p_2\gg 0$，$m_1{}^*$，$b_1{}^*\geqq 0$ を所与として,

$$\max_{\{b_2, k_2\}}\quad u_2=b_2\cdot k_2,\ \text{subject to } p_{b2}\,b_2+p_{k2}\cdot k_2=p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2}).$$

解　$u_2=b_2\cdot k_2=b_2(p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2})-p_{b2}\cdot b_2)/p_{k2}$

$$=-\frac{p_{b2}}{p_{k2}}\left(b_{b2}-\frac{p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2})}{2p_{b2}}\right)^2$$

$$+\frac{(p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2}))^2}{4p_{b2}p_{k2}}$$

$$b_2{}^*=\frac{p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2})}{2\ p_{b1}},\quad k_2{}^*=\frac{p_{b2}(b_1{}^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1{}^*+c_{k2})}{2\ p_{k1}}.$$

□

例題　4．3　債券先物価格 q_{k2}を基準化して，$q=(1, q_{k2})\gg 0$ のもとで

$$\max_{\{c_{b2}, c_{k2}\}}\quad \int b_2{}^*\cdot k_2{}^*\,d\phi(q),\ \text{subject to } q\cdot c=0.$$

解　$L=\int b_2{}^*\cdot k_2{}^*\,d\phi(q)-\lambda q\cdot c$

$$=\int \frac{\{(p_{b2}(b_1^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1^*+c_{k2}))\}^2}{4\,p_{b2}p_{k2}}\,d\phi(q)-\lambda q\cdot c$$ とおく.

$$\int \frac{\{p_{b2}(b_1^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1^*+c_{k2})\}}{2p_{k2}}\,d\phi(q)=\lambda,$$

$$\int \frac{\{p_{b2}(b_1^*+c_{b2})+p_{k2}\cdot(k_1^*+c_{k2})\}}{2\,p_{b2}}\,d\phi(q)=\lambda q_{k2},\quad q\cdot c=0.$$

□

債券・株式現物市場における価格システムを $S_{p1}=\{p^1=(p_{b1},\ p_{k1})|\ p^1\in\Delta^2\}$ と表す．現物市場においては，予算対応 $\beta_1(p^1, w)$ は，次のように定義される．

$\beta_1(p^1, w)=\{(b_1,\ k_1)\in R_+^{\ 2}|(p_{b1}, p_{k1})\cdot(b_1,\ k_1)\leqq p_{b1}\cdot b_0+p_{k1}\cdot k_0\}$．ここで，$w=p_{b1}\cdot b_0+p_{k1}\cdot k_0$ とおく．

個別需要対応 $\xi_1(p^1)$は，次のように定義する．任意の$(p_{b1}, p_{k1})\in\Delta^2$に対して，

$\xi_1(p^1)=\{(b_1,\ k_1)\in\beta_1(p^1,\ w)\ |\ v(b_1,\ k_1,\ p^1)\geqq v(b_1',\ k_1',\ p^1)$ for all $(b_1',\ k_1')\in\beta_1(p^1,\ w)\}$.

個別超過需要対応 ${}^i\zeta_1(p^1)$は，${}^i\zeta_1(p^1)={}^i\xi_1(p^1)-({}^ib_0,\ {}^ik_0)$ と定義する．総超過需要対応を $\zeta_1: S_{p1}\to R^2$と表し，$\zeta_1(p^1)=\Sigma_{i=1}{}^I\ {}^i\zeta_1(p^1)$と定義する．

すべての消費者は，I 人とする$(i=1,\ldots,\ I)$．債券・株式現物市場の均衡は，すべての i に対して，$({}^ib_1^*,\ {}^ik_1^*)\in{}^i\xi_1(p^1)$かつ$\Sigma_{i=1}{}^I\ ({}^ib_1^*,\ {}^ik_1^*)-\Sigma_{i=1}{}^I({}^ib_0,\ {}^ik_0)=0$ となる$(p^{1*},\ {}^1b_1^*,\ {}^1k_1^*,\ \cdots,\ {}^Ib_1^*,\ {}^Ik_1^*)\in\Delta^2\times R^{2I}$である．

資産先物市場における価格システムを $S_{qb,qk}=\{(q_b,\ q_k)\in\Delta^2|\ (q_b,\ q_k)\gg 0, (q_b,\ q_k)\in \mathrm{int\ \ co\ supp}\ \phi(q_b)\times\phi(q_k)\}$ と表す．各期の予算集合を，次のように定義する．

$B(q_b,\ q_k)=\{(c_b,\ c_k)\in R^2|\ p_b\cdot(b_0+c_b)+\ p_k\cdot(k_0+c_k)\geqq 0,$

for all $(p_b,\ p_k)\in\mathrm{supp}\,\phi(q)\}$.

$H(q_b,\ q_k)=\{(c_b,\ c_k)\in R^2|(q_b,\ q_k)\cdot(c_b,\ c_k)=0\}$.

対応$\beta_2(q_b,\ q_k)$を，$\beta_2(q_b,\ q_k)=\{(c_b,\ c_k)\in\Delta^2|\ (c_b,\ c_k)\in B(q_b,\ q_k)\cap H(q_b,\ q_k)\}$ と定義する．

個別需要対応 $\xi_2(q_b,\ q_k)$は，次のように定義する． 任意の$(q_b,\ q_s)\in\Delta^2$に対して，

$\xi_2(q_b, q_k)=\{c\in\beta_2(q_b, q_k)\ |\ v(c, q_b, q_k)\geqq v(c', q_b, q_k)$ for all $c'\in\beta_2(q_b, q_k)\}$.

ただし，$v(c, q_b, q_k)=\Sigma_{t=2}{}^{\nu}\int u d\ \phi(q)$である．総超過需要対応$\zeta_2: P_q\to R^2$は，$\zeta_2(q_b, q_k)=\Sigma_{i=1}{}^I\ {}^i\xi_2(q_b,\ q_k)$である．

資産先物市場における均衡は，すべての iに対して，$({}^ic_b^*,\ {}^ic_k^*)\in{}^i\xi_2(q_b^*,\ q_k^*)$かつ$\Sigma_{i=1}{}^I\ ({}^ic_b^*,\ {}^ic_k^*)=0$ となる$(q^*,\ ({}^1c_b^*,\ {}^1c_k^*),\cdots,\ ({}^Ic_b^*,\ {}^Ic_k^*))\in\Delta^2\times R^{2I}$である．

4．5　株式オプション価格の二項過程モデル

Black-Scholes[1973，J.P.E.81，石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書，部分訳第 11 章 190 -199 頁]の評価公式は，株式市場およびオプション市場に対して，次の 7 条件を仮定している．

a） 短期利子率は既知であり，時間を通じて一定である．

b） 株式価格は，株式価格の平方根に比例する分散率をもつ，連続時間ランダムウォークにしたがう．任意の有限区間の終端で可能な株式価格の分布は対数正規分布である．株式収益の分散率は一定である．

c） 株式は配当または他の配分を支払わない．

d） オプションはヨーロピアンであり，すなわち，満期時のみ行使される．

e） 株式またはオプションを売買する際に，取引費用はない．

f） 証券を買うまたは保有するために，短期利子率で証券の価格の任意の部分を借り入れることは可能である．

g） 空売りにペナルティはない．証券を保有しない売り手は，買い手から証券価格を受け入れるだけであり，ある将来の日に証券価格に等しい額を買い手に支払うことにより，買い手と決済することに同意する．

これらの金融市場の条件は，『金融論 2018 年、3 章 3.4.2』において，M＝M 理論の金融市場の仮定 1～仮定 5 を前提としている．金融市場は効率的な完全競争市場である．しかし，オプション理論は，4．4 の資産先物市場のように，経済学の市場機構が設定されない．オプション理論は，「金融工学」の理論であるということが強調される．したがって，貸付市場および債券・株式市場の市場均衡価格は，オプション理論では，所与とされる．M＝M 理論の命題Ⅰにおいて，同じリスククラスにいる 2 つの企業の将来収益が同じであれば，市場で異なる株価が成立すると，裁定取引によって，現在の企業価値が同じになるという説明をもちいる．

まず，Cox,J.C.,Ross,S.A.,Rubinstein,M., “Option Pricing:A Simplified Approach,” J.F.E7(1979)229-2631，による，二項過程モデルを紹介する．

今，投資家がコール 1 単位売って，現在の株式δ単位を保有する資産の組み合わせをポートフォリオという．このポートフォリオで，満期時点，株式価格がどうであろうと，投資収益は同じなるように株式δ単位を保有する．これを**デルタ・ヘッジ**という．

数値例

原資産の価格を S 円，コールの価格を C 円とする．現在価格と権利行使価格はともに 100 円とする．2 項分布の確率は，0.5 とする．

現在　　期間 1　　現在　　期間 1　コールの収益

0.5　120　$u \times S$　　　20　C_u　　$u=1.2$

100　　　　C　　　u は原資産が上昇したときの倍率

0.5　　　80　$d \times S$　　　　　　　　0　C_d　　　d＝0.8

dは原資産が下落したときの倍率

コール 1 単位を売ると，C円を得るから，投資額は－C円である．一方，株式 x 単位買い，100 x円を投資する．合計で 100x－C円投資する．満期に，株価が 120 円になれば，権利行使価格 100 円で渡すから，20 円損失が出る．株式を売却すれば 120x 円得るから，収益は合わせて 120x－20 円である．80 円の場合，権利行使価格 100 円より，安いので権利放棄し，株式は売却すると 80x 円収益が出る．

		満期の株価	
	投資額	120	80
コール 1 単位の売り	－C	－20	0
株式 x 単位の買い	100 x	120 x	80 x
合計	100 x－ C	120 x－20	80 x
		収益	収益

xの決定

上述の例で，xを決定する．満期では，ヘッジしているから，いかなる株価でもヘッジド・ポートフォリオの収益は同じである．

$$120x-20=80x$$

$$x=20\div 40=0.5$$

xは 0.5 である．投資額は 100x－C＝100×0.5－C＝　**50－ C**である．満期の収益は 120×0.5　－20＝80×　0.5＝**40** である．

コール・プレミアム（価格）の決定

上の結果から，投資額 50－Cを非危険利子率 0.05 で運用すると，ヘッジド・ポートフォリオの満期収益 40 に等しい．なぜなら，効率市場仮説より，投資収益に違いがあれば，裁定取引が働く．

非危険利子率で運用収益　＝　ヘッジド**・ポートフォリオの満期収益**

$$(50-C)\times 1.05 = 40$$

$$C = 11.9$$

ゆえに，コール・オプション価格は 11.9 である．

上の例では，120 円のとき，C_u＝Max[0,　$u\times S-K$]＝Max[0,　1.2×100－100]＝20，80 円のとき，C_d＝Max[0,　$d\times S-K$]　＝Max[0,　0.8×100－100]＝0.　p＝　(1＋r－d)／(u －d)＝(1＋0.05－0.8)／(1.2－0.8)　＝0.25／0.4＝0.625.　公式では C＝｛0.625×20＋(1－0.625)×0｝／1.05＝11.9 である．

プットの場合は，次の表になる．

		満期の株価	
	投資額	120	80
プット 1 単位の買い	P	0	20

株式 x 単位の買い	**100 x**	**120 x**	**80 x**
合計	**100 x＋P**	**120 x**	**80 x＋20**
		収益	**収益**

コピー（replicate）・ポートフォリオ

コール１単位の購入と同じ収益となる，資産市場において調達できる，「株式 x 単位買う，利子率 r で y 円貯蓄」または「株式 x 単位買う，借入利子率 r で y 円借入れ」ポートフォリオををコピー・ポートフォリオという．コピー・ポートフォリオと「コール 1 単位の購入」を対応させる．それぞれ，満期のコールの収益 C_u および C_d と一致させ，連立方程式で x と y を求める方法である．

二項過程のモデルを設定する論者によって，コピー・ポートフォリオが異なる．しかし，コール・オプション価格の公式は同じである．

B=S モデルと整合性のあるのは，「株式 x 単位買う，借入利子率 r で y 円借入れ」の例である．B=S モデルでは，ヘッジド・ポートフォリオ「コール 1／w_1 単位売りと株式 1 単位の買い」である．

二項過程の１期間モデルの公式を導出する

株式価格 S 円，コール・オプション価格 C 円，権利行使価格 K 円，満期時点での株式増加額 $u\times S$ 円，株式減少額 $d\times S$ 円，それぞれのコールの収益 C_u 円，C_d 円，株式を x 単位購入する．満期時点のコールの価値は，$C_u=\mathrm{Max}[0,\ u\times S-K]$ ，$C_d=\mathrm{Max}[0,\ d\times S-K]$ と表す．二項分布の確率は，株価が上昇する確率を q とする．

デルタ・ヘッジ：満期時点において，任意の（S_T，C_T）に対して，ヘッジド・ポートフォリオ（x，－１）の収益を同じにする．

現在時点の投資額は，（S，C）・（x，－１）であり，確定利子率 r で運用すると，満期時点では，ポートフォリオ（x，－１）の収益（S_T，C_T）・（x，－１）に等しい．

$(S,\ C)\cdot(x,\ -1)(1+r)=(S_T,\ C_T)\cdot(x,\ -1)$．

$S_T=u\times S$，$C_T=C_u$ のとき，$(S,\ C)\cdot(x,\ -1)(1+r)=(uS,\ C_u)\cdot(x,\ -1)$．

$S_T=d\times S$，$C_T=C_d$ のとき，$(S,\ C)\cdot(x,\ -1)(1+r)=(dS,\ C_d)\cdot(x,\ -1)$．

これら連立方程式を解くと

$$x=\frac{C_u-C_d}{(u-d)\ S}\ ,\quad C=\frac{\{(1+r)-d\}\ C_u+\{u-(1+r)\}\ C_d}{(1+r)(u-d)}$$

$p=\dfrac{1+r-d}{u-d}$ と置けば，コールの公式がえられる．

コール　$C=\dfrac{pC_u+(1-p)\ C_d}{1+r}$

次に，プット・オプション価格 P の公式を同様にして求める．株式価格 S 円，プット・

オプション価格 P 円，権利行使価格 K 円，満期時点での株式増加額 $u\times S$ 円，株式減少額 $d\times S$ 円，それぞれのプットの収益 P_u 円，P_d 円，株式を x 単位購入する．満期のプットの価値は，$P_u=\mathrm{Max}[0,\ K-u\times S]$，$P_d=\mathrm{Max}[0,\ K-d\times S]$ である．

デルタ・ヘッジ：満期時点において，任意の任意の（S_T, P_T）に対して，プット（売る権利）1 単位の買いに，株式 x 単位の買いのヘッジド・ポートフォリオ（x, 1）の収益を同じにする．

投資額は，$(S,\ P)\cdot(x,\ 1)$ であり，確定利子率 r で運用すると，満期では，ヘッジド・ポートフォリオ（x, 1）の収益 $(S_T,\ P_T)\cdot(x,\ 1)$ に等しい．

$(S,\ P)\cdot(x,\ 1)(1+r)=(S_T,\ P_T)\cdot(x,\ 1)$.

$S_T=u\times S$, $P_T=P_u$ のとき，$(S,\ P)\cdot(x,\ 1)(1+r)=(u\times S,\ P_u)\cdot(x,\ 1)$.

$S_T=d\times S$, $P_T=P_d$ のとき，$(S,\ P)\cdot(x,\ 1)(1+r)=(d\times S,\ P_d)\cdot(x,\ 1)$.

これら連立方程式を解くと

$$x=\frac{P_d-P_u}{(u-d)\ S}\qquad P=\frac{\{(1+r)-d\}\ P_u+\{u-(1+r)\}\ P_d}{(1+r)(u-d)}$$

$p=\dfrac{1+r-d}{u-d}$ と置けば，プットの公式がえられる．

プット $P=\dfrac{pP_u+(1-p)\ P_d}{1+r}$

モデルの特徴　　（要因の上昇の場合）

満期期間および配当金は省略する．

決定要因	**コール**	**プット**
原資産価格　S	↑	↓
権利行使価格 K	↓	↑
原資産の価格変動性 u, d	↑	↑
非危険利子率 r	↑	↓

4. 6 Black-Scholes オプション価格の決定論

Black-Scholes[1973, J.P.E.81, 石村貞夫・石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書，部分訳第 11 章 190 -199 頁]は，資産のオプション価格を決定する公式を示したことで，有名である．本節では，評価公式（The Valuation Formula）を要約する．

原資産を株式とし，時点 t における株価を $x(t)$ とする．オプションの値を $w(x,\ t)$ とする．オプションは，株式の買い建て 1 株とそのオプションの売り建てを同時に行うヘッジ・ポジションをとる．すなわち，時点 t において，$x(t)\times 1-w(x,\ t)\times$ オプション数 $=0$ となるように，オプション数 C を決めれば，任意の価格 $(x(t),\ w(x,\ t))$ で相殺される．このヘッジ式 $x(t)-w(x,\ t)\times C=0$ を微分すると，$\underline{dx}-\underline{\partial w}\,\underline{dx}\times C=0$

$dt \quad \partial x \; dt$

であるから，オプションの数 C は $1/w_1$ となる．w_1 は，変数 x に関する $w(x, t)$ の偏導関数を表す.

$1/w_1$ (1)

ヘッジ・ポジションの収益は

$x - w/w_1$ (2)

である．微小時間 Δt における収益の微小変化を次式で表す.

$\Delta x - \Delta w/w_1$ (3) (

$\Delta w = w(x + \Delta x, t + \Delta t) - w(x, t)$ は，伊藤の公式より

$\Delta w = w_1 \Delta x + 1/2 \; w_{11} v^2 x^2 \Delta t + w_2 \Delta t$ (4)

(4)式を(3)式に代入する.

$-\left(\frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 + w_2\right)\frac{\Delta t}{w_1}$ (5)

(5)式は Δx を含まないから確定する．したがって，Δt における収益の微小変化(3)は，当初の収益 $x - w/w_1$ を Δt 時間，確定利子率 r で運用した収益と一致する.

$-\left(\frac{1}{2} w_{11} v^2 x^2 + w_2\right)\frac{\Delta t}{w_1} = \left(x - \frac{w}{w_1}\right) r \Delta t$ (6)

(6)式を整理すると

$w_2 = r \; w - rxw_1 - \frac{1}{2} v^2 x^2 \; w_{11}$ (7)

t^* をオプションの満期とし，c を権利行使価格とする．境界条件は次式である.

$w(x, t^*) = x - c \quad \cdots \quad x \geqq c$ (8)

$\quad\quad = 0 \quad \cdots \quad x < c$

境界条件(8)のもとで，偏微分方程式(7)を解くと，一意解 $w(x, t)$ があり，次のオプション価格式がえられる．$N(d)$ は正規分布関数である.

$w(x, t) = xN(d_1) - ce^{r(t - t^*)} N(d_2)$

$$d_1 = \frac{\log_e \frac{x}{c} + \left(r + \frac{1}{2} v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t^* - t}} \quad (13)$$

$$d_2 = \frac{\log_e \frac{x}{c} + \left(r - \frac{1}{2} v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t^* - t}}$$

4．7　株式の収益率

各種の株式収益率を定義する．これらは，株式評価の指標として，株式の売買の投資判断に使われる．

株式の投資尺度

財務諸表から計算される指標に ROA と ROE がある．分母は貸借対照表，分子は損益計算書である．

1）総資本事業利益率（ROA）Return On Asset

$$\mathrm{ROA} = \frac{\text{事業利益}}{\text{総資産}}$$

企業の総合的収益率を表す.

2）自己資本利益率(ROE)　Return On Equity

$$\mathrm{ROE} = \frac{\text{当期利益}}{（\text{期首自己資本}+\text{期末自己資本}）／2}$$

自己資本の収益率を表す.

財務諸表と株価から計算される指標に，配当利回り，EPS，PER，PBR がある．

1）配当利回り

$$\text{配当利回り}（\%）= \frac{\text{1株当たり配当}}{\text{株価}} \times 100$$

投資家の期待収益率の一部を表す.

2）一株あたり利益（EPS）Earning　Per　Stock

$$\mathrm{EPS} = \frac{\text{税引き後利益}}{\text{発行済み株式数}}$$

株価は，EPS の定数倍 m（利益定数）で決まると考える．

理論株価　＝　EPS　×　m

3）株価収益率　（PER）Price Earning Ratio

$$\mathrm{PER} = \frac{P}{\mathrm{EPS}}$$

$P = \mathrm{EPS} \times \mathrm{PER} = \mathrm{EPS} \times m$

したがって，PER　＝　m　となる．

一般に，PER の低い銘柄ほど相対的に割安であり，逆に PER が高い銘柄ほど割高と判断される．

4）株価純資産倍率（PBR）Price Book value Ratio

$$\mathrm{PBR} = \frac{P}{\text{1 株当たり純資産（BPS）}}$$

1 株当たりの解散価値と株価を比較した指標である．PBR が 1 を超える企業は事業投

資により増益が期待されていることを表す.
これらの指標は，各企業を選別する際，さらに，株式以外の資産と，収益率等を比較する場合にも使われる.

株式の収益率と株式市場価格

各種の株式収益率を定義し、株式投資の指標としての役割をのべる。 企業の経営成績は損益計算書、企業の財政状態は貸借対照表で情報開示される。投資家は、これら財務諸表から、総資本事業利益率（ROA: Return On Asset）および自己資本利益率（ROE: Retun On Equity）投資判断の指標を導いている。ただし、会計期間が 1 年であり、四半期で仮計算される企業もある。国民経済計算と同様に、速報と確報がある。

財務指標と株価の関係

株価 → **EPS** $\frac{\text{税引き後利益}}{\text{株数}}$ × $\frac{\text{株価}}{\text{EPS}}$ **PER**

EPS → **ROE** $\frac{\text{税引き後利益}}{\text{自己資本}}$ × $\frac{\text{自己資本}}{\text{株数}}$ **BPS**

ROE → **ROA** $\frac{\text{事業利益}}{\text{資産}}$ × $\frac{\text{資産}}{\text{自己資本}}$ **レバレッジ（てこ率）**

株価 → $\frac{\text{株価}}{\text{1 株当たり純資産（BPS）}}$ **PBR**

表において、上下の比率をかける（×）とその前の比率になる。株価＝EPS×PER。

4. 8　資産選択理論

1)　１安全資産と１危険資産

ポートフォリオの収益率と性質

投資家が 3 資産を貨幣，債券，株式とする．それぞれの収益率を定義する.
収益率は，現在ある資産に投資したとき，ある期間（たとえば 1 年）たって，その資産を売却したときえられる収益を投資額で割った比率である.

$$\text{貨幣の収益率}\quad m= \frac{\text{1 万円（1 年後）−1 万円（現在）}}{\text{1 万円}} =0$$

$$\text{債券の収益率}\quad b= \frac{\text{クーポン（1 年後の利息）＋（債券の予想価格—債券の現在価格）}}{\text{債券の現在価格}}$$

$$\text{株式の収益率}\quad s= \frac{\text{1 株当たりの配当 ＋ （株式の予想価格—株式の現在価格）}}{\text{株式の現在価格}}$$

投資家の収益の指標を平均収益率とし，投資家のリスクの指標を分散または標準偏差とする．

１安全資産と１危険資産の場合を考える．安全資産を貨幣とする．収益率は0である．危険資産を債券とする．クーポン率をrとする．キャピタルゲインまたはロス（債券の予想価格―債券の現在価格）の収益率をGとする．Gは確率変数であり，平均$\mu_g=0$，分散σ_g^2とする．ポートフォリオの収益率Rは，貨幣と債券に割合A_1とA_2で投資したときの収益率とする．$A_1+A_2=1$, $A_1, A_2 \geqq 0$.

収益率Rは，$R= A_1\times 0+A_2(r+G)=A_2(r+G)$である．仮定によって，収益率$R$の平均$\mu_R$と分散$\sigma_R^2$が計算できる．

$\mu_R = E[R] = A_2 r$,

$\sigma_R^2 = E[R-E[R]]^2=A_2^2 E[G^2] = A_2^2\sigma_g^2$.

$\sigma_R^2=A_2^2\sigma_g^2$から，$A_2=\sigma_R/\sigma_g$を$\mu_R=A_2 r$に代入すると，**投資機会曲線**がえられる．$\mu_R = (r/\sigma_g)\sigma_R$　　4．4

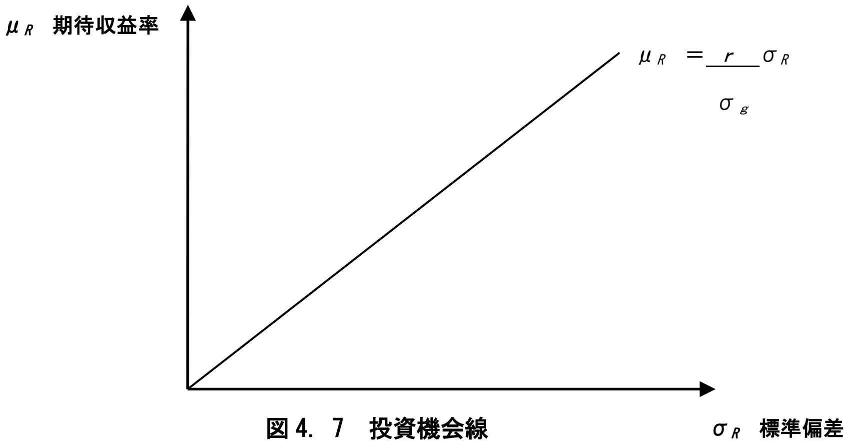


図4．7　投資機会線

投資家の行動基準

「期待効用最大化の仮説」

「各投資家は，それぞれの効用関数をもち，効用関数の期待値が最大となる確率分布を選択する．」

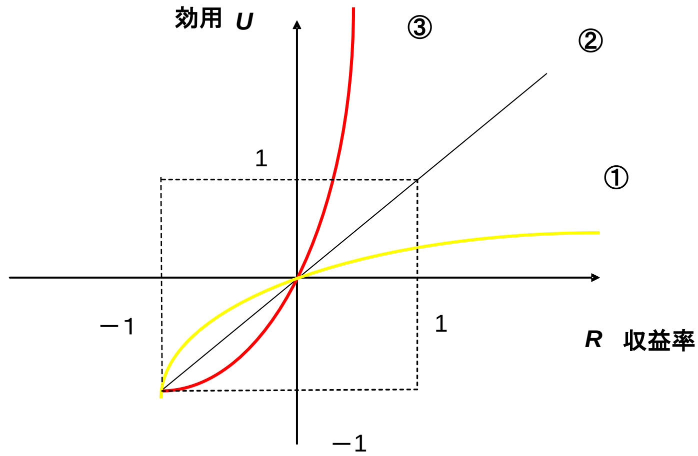
リスクに対する投資家の傾向を３つに分類する．危険回避型，危険中立型，危険愛好型である．それぞれの期待収益率Rに対する効用関数をつぎのように仮定する．

①危険回避者の効用関数　　　$U=0.8R-0.2R^2$

②危険中立者　〃　　　　　　$U=R$

③危険愛好者　〃　　　　　　$U=2R+R^2$

図 4．8　投資家の効用関数



3 つのタイプの期待効用関数は次のように計算される．

危険回避者の期待効用関数

$$E[U(R)] = E[0.8R - 0.2R^2] = 0.8\mu_R - 0.2(\mu_R^2 + \sigma_R^2)$$

$$= -0.2\{\sigma_R^2 + (\mu_R - 2)^2 - 4\} \qquad 4.5$$

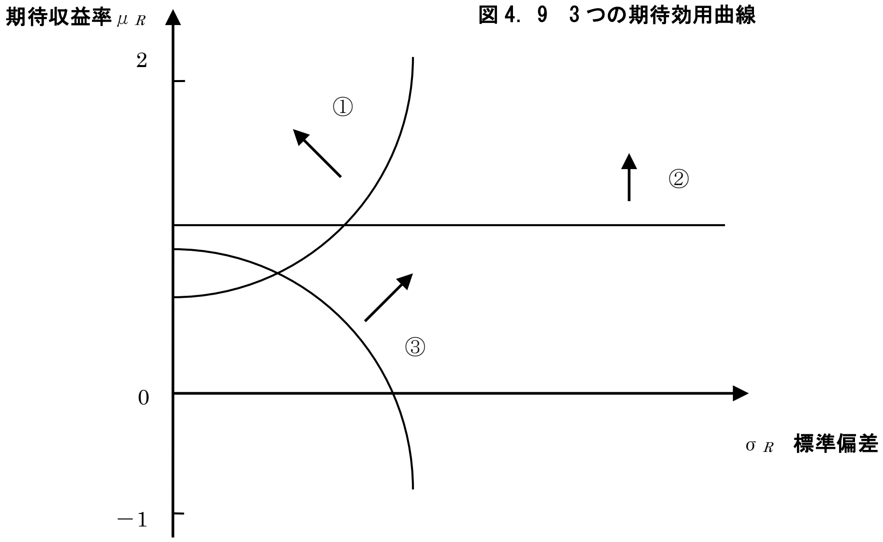
危険中立者の期待効用関数

$$E[U(R)] = \mu_R$$

危険中立者の期待効用関数

$$E[U(R)] = E[2R + R^2] = 2\mu_R + \mu_R^2 + \sigma_R^2 = \sigma_R^2 + (\mu_R + 1)^2 - 1$$

図 4．9　3 つの期待効用曲線



最適ポートフォリオの計算による求め方

危険回避者では，期待効用関数の接線の傾きは

$$\frac{d\mu_R}{d\sigma_R} = -\frac{\sigma_R}{\mu_R-2} \qquad 4.6$$

投資機会曲線の傾きは 4．4 式から

$$r/\sigma_g \qquad 4.7$$

期待効用が最大となるのは，2 つの傾きが等しいときであるから

$$-\frac{\sigma_R}{\mu_R-2} = \frac{r}{\sigma_g} \qquad 4.8$$

$\mu_R = A_2 r$, $\sigma_R = A_2\sigma_g$を 4．8 式に代入

$$A_2 = \frac{2r}{r^2+\sigma_g^2}$$

これが**債券の最適保有率**である．

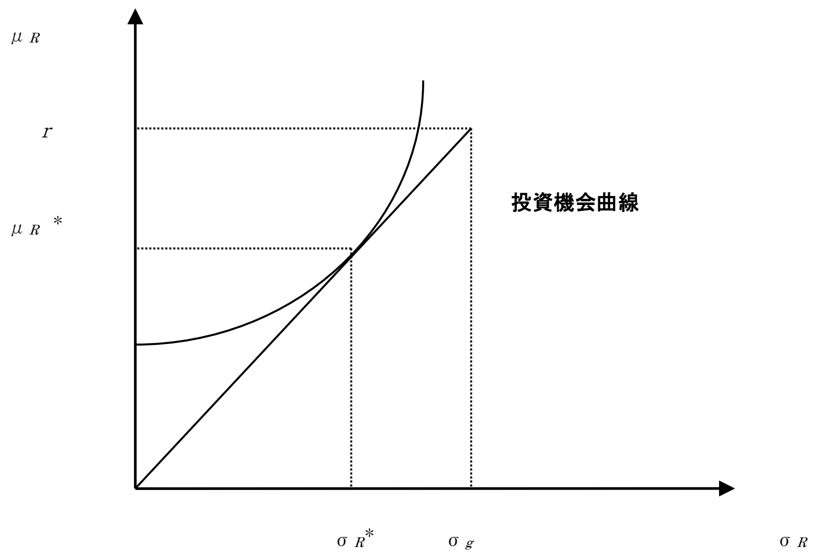
分析　$\sigma_g > r$とする．クーポン率 r が上昇するならば，債券保有率 A_2は増加する．

$$\frac{dA_2}{dr} = \frac{2(r^2+\sigma_g^2)-4r^2}{(r^2+\sigma_g^2)^2} = \frac{(\sigma_g-r)(\sigma_g+r)}{(r^2+\sigma_g^2)^2} > 0.$$

最適ポートフォリオを求める図解

横軸にリスクを表す，標準偏差σ_Rをとり，縦軸に期待収益率μ_Rをとる．投資機会線 4.4 は，原点を通る傾き r/σ_gの直線である．危険回避者の期待効用曲線は，4.5 式より，中心(0，2)の同心円である．投資機会線と期待効用の無差別曲線は，点(σ_R^*，μ_R^*)において，接する．この点が，最適なポートフォリオである．

図 4．10　期待効用曲線



2) 2危険資産の有効フロンティア

2危険資産を仮定し，株式の収益率を S, 債券の収益率を B とする．収益率 $R=A_1S+(1-A_1)B$ と定義する．収益率の分散 $\sigma_R{}^2$ は,

$$\sigma_R{}^2=E[R-E[R]]=(\sigma_S{}^2+\sigma_B{}^2-2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)A_1{}^2+2(\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B-\sigma_B{}^2)A_1+\sigma_B{}^2$$

$$=(\sigma_S{}^2+\sigma_B{}^2-2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)\{A_1+(\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B-\sigma_B{}^2)/\Delta\}^2+\sigma_B{}^2-(\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B-\sigma_B{}^2)^2/\Delta \qquad 4.9$$

と表わされる．この分散は，A_1の値を変化させることにより，最小値 $\sigma_R{}^{2*}$ が求まる．

$$\sigma_R{}^{2*}=\frac{\sigma_S{}^2\sigma_B{}^2(1-\rho_{SB}{}^2)}{\Delta}$$

ここで，$\Delta=\sigma_S{}^2+\sigma_B{}^2-2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B$である．また，そのときの$A_1$の値は，$A_1{}^*=(\sigma_B{}^2-2\rho_{SB}\sigma_S\sigma_B)/\Delta$である．最小値 $\sigma_R{}^{2*}$ のときの平均値 $\mu_R{}^*$ は，$\mu_R{}^*=\mu_B+A_1{}^*(\mu_S-\mu_B)$ で表わされるから，4．9式は,

$$(\mu_R-\mu_R{}^*)^2=\frac{(\sigma_R{}^2-\sigma_R{}^{2*})(\mu_S-\mu_B)^2}{\Delta} \qquad 4.10$$

となる．

数値例 2 危険資産は，統計的独立を仮定する．したがって，相関係数 $\rho_{SB}=0$．4．10 式をグラフで表わす．統計的独立である確率変数 S と B の確率分布を次の通りとする．

収益率 S の実現値	s	−0.05	0.05	0.1	0.2
確率	p	0.2	0.2	0.4	0.2
収益率 B の実現値	b	0.01	0.03	0.05	
	p	0.25	0.5	0.25	

平均値　$\mu_S=0.08$　　$\mu_B=0.03$

分散　　$\sigma_S{}^2=0.0066$　　$\sigma_B{}^2=0.002$

下の図において，S 点は $(\mu_S, \sigma_S)=(0.08, 0.0812)$ B 点は $(\mu_B, \sigma_B)=(0.03, 0.0447)$ である． B点と S点を結んだ双曲線を**有効フロンティア**という．

確率変数 S と B の分布から

$\Delta=\sigma_S{}^2+\sigma_B{}^2=0.0066+0.002=0.0086$

$A_1{}^*=\sigma_B{}^2/\Delta=0.002/0.0086=0.2326$

$\mu_R{}^*=\mu_B+A_1{}^*(\mu_S-\mu_B)=0.03+0.2326(0.08-0.03)=0.042$

$\sigma_R{}^{2*}=\sigma_S{}^2\sigma_B{}^2/\Delta=0.0066\times0.002/0.0086=0.0015$

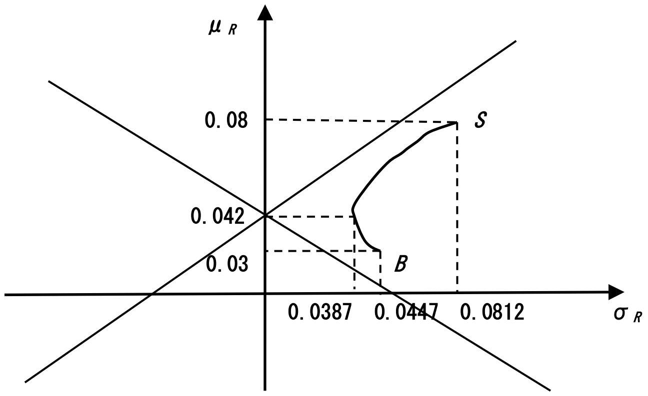
であるから，(4．7) 式は,

$$(\mu_R-0.042)^2=(\sigma_R{}^2-0.0015)\times0.2907 \qquad 4.11$$

$$\sigma_R{}^2-\frac{(\mu_R-0.042)^2}{0.2907}=0.0015$$

これは，μ_R 軸方向，上に 0.042 平行移動した双曲線であり，有効フロンティアは BS である．

図 4. 11　2 危険資産の有効フロンティア



3)　1 安全資産・2 危険資産

安全資産を貨幣とする．危険資産を債券と株式とする．債券はクーポン率を r とする．キャピタルゲインまたはロス（債券の予想価格―債券の現在価格）の収益率を G とする．G は確率変数であり，平均 $\mu_g=0$，分散 $\sigma_g{}^2$ とする．株式の収益率を S とし，平均 $\mu_s=0$，分散 $\sigma_s{}^2$ とする．

ポートフォリオの収益率 R は，貨幣，債券および株式に割合 A_1，A_2 および A_3 で投資したときの収益率とする．

$$A_1+A_2+A_3=1,\ A_1,\ A_2,\ A_3\geqq 0$$

収益率 R は，$R= A_1\times 0+A_2(r+G)+A_3 S=A_2(r+G)+A_3 S$ である．

仮定によって，収益率 R の平均 μ_R と分散 $\sigma_R{}^2$ が計算できる．

$$\mu_R = E[R] = A_2 r+A_3\mu_S$$

$$\sigma_R{}^2 = E[R-E[R]]^2=E[A_2 G+A_3(S-\mu_S)]^2$$

$\alpha=A_2/(A_2+A_3)$ とおけば，$1-\alpha=A_3/(A_2+A_3)$ と表せ，2 危険資産の収益率を R^* とすると，

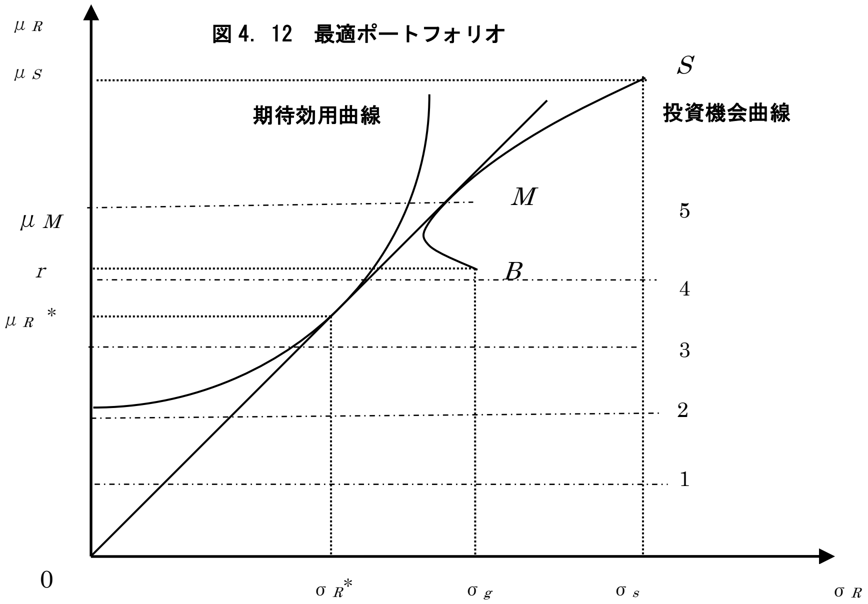
$$R^*=\frac{A_2}{A_2+A_3}(r+G)+\frac{A_3}{A_2+A_3}S=\alpha(r+G)+(1-\alpha)S$$

と表せ，3 資産の資産選択は，貨幣と 2 危険資産の資産選択となる．

収益率 R は，$R=(1-A_1)R^*$ と表せる．$\mu_R{}^*=E[R^*]=\alpha r+(1-\alpha)\mu_S$ と $\sigma_R{}^{*2}=E[R^*-\mu_R{}^*]^2=E[\alpha G+(1-\alpha)(S-\mu_S)]^2$ から，$\mu_R=(1-A_1)\mu_R{}^*$ および $\sigma_R{}^2=(1-A_1)^2\sigma_R{}^{*2}$ である．$\mu_R{}^*$ と $\sigma_R{}^{*2}$ は貨幣の配分比率 A_1 に依存しない．

2 資産の資産選択で，前項の有効フロンティア BS がえられる．原点 0 の貨幣と投資機会曲線上の合成資産とのポートフォリオを考えると，原点と有効フロンティアを結んだ直線上で，期待効用の無差別曲線が接するから，期待効用が最大になるのは，有効フロンティア BS に原点を通る直線が接する接点 M のときである．

図4．12　最適ポートフォリオ



数値例で，点 M を求める．

原点を通る直線は，$\mu_R = \gamma\sigma_R$ 　　4．12

有効フロンティアは，

$$(\mu_R-\mu_R{}^*)^2=\frac{(\sigma_R{}^2-\sigma_R{}^{2*})(\mu_S-\mu_B)^2}{\Delta} \qquad 4．13$$

4.13 式に 4.4 式を代入し，接点の条件を求める．

$$(\sigma_R{}^2-\sigma_R{}^{2*})(\mu_S-\mu_B)^2-\Delta(\gamma\sigma_R-\mu_R{}^*)^2=0$$

$$\{\Delta\gamma^2-(\mu_S-\mu_B)^2\}\sigma_R{}^2-2\Delta\gamma\mu_R{}^*\sigma_R+\Delta\mu_R{}^{*2}+\sigma_R{}^{2*}(\mu_S-\mu_B)^2=0.$$

この 2 次方程式の判別式 $D=0$ から，γ を求める．

判別式 $D=(\Delta\gamma\mu_R{}^*)^2-\{\Delta\gamma^2-(\mu_S-\mu_B)^2\}\{\Delta\mu_R{}^{*2}+\sigma_R{}^{2*}(\mu_S-\mu_B)^2\}=0.$

$$\Delta\sigma_R{}^{2*}(\mu_S-\mu_B)^2\gamma^2=(\mu_S-\mu_B)^2\{\Delta\mu_R{}^{*2}+\sigma_R{}^{2*}(\mu_S-\mu_B)^2\}$$

$$\gamma^*=\sqrt{\{(\Delta\mu_R{}^*)^2+\Delta\sigma_R{}^{2*}(\mu_S-\mu_B)^2\}/\Delta\sigma_R{}^{2*}}\ .$$

$$\sigma_R{}^M=\Delta\gamma^*\mu_R{}^*/\{\Delta\gamma^{*2}-(\mu_S-\mu_B)^2\}$$

ゆえに，合成資産 M は，

$(\mu_R,\ \sigma_R)=(\gamma^*/\sigma_R{}^M,\ \sigma_R{}^M)$ である．

$R=A_1S+(1-A_1)B$ より，$\mu_R=A_1\mu_S+(1-A_1)\mu_B$ であるから，合成資産 M の点 $(\gamma^*/\sigma_R{}^M,\ \sigma_R{}^M)$ を代入すれば，$A_1{}^M=\{(\gamma^*/\sigma_R{}^M)-\mu_B\}/(\mu_S-\mu_B)$ である．

危険資産の配分割合が決まる．

実践への利用

期待効用は各自の効用関数で決まる．債券投資信託を 1 種，株式投資信託，バランス投資信託を選ぶ．合成資産 M を計算する．図 4．12 において，期待収益率の縦軸 $0\mu_M$を 5 等分し，機械的に効用関数の接点を 5 点作る．そのうち，収益率を運用・管理会社の手数料以上（例えば 0.02）にする．各自のリスクの許容度に応じて，残りの収益率から，貨幣と合成資産 M の割合 A_2，A_3，A_4，A_5を選択する．

リスク・ランクにしたがって，資金を配分する．資産選択論の立場から，危険愛好者は許容度 5，点 M である．危険中立者は許容度 3 とする．危険回避者は，2 から 3 になる．

市場で売買する

市場で，購入する場合は，貨幣と合成資産 M の割合 A_2，A_3，A_4，A_5では購入できない．A_2＝2／5 の割合を選択する場合，2／5 は債券，3／5 はバランスと株式の合成資産 M である．さらに，M の配分割合を計算する．3／5 をその割合に分ける．

予算は，拠出額であるから，W＝1 万円であれば，債券投資信託，バランス投資信託，株式投資信託の 3 種類，現在の基準価格を P_1，P_2，P_3とする．

配分割合は，定義により，A＝（$P_1 \times b_1$）／Wの関係があるから，3 種類の投資信託は，

2／5，（3／5）（2／3）＝2／5，（3／5）（1／3）＝1／5 にそれぞれ配分する．それぞれの購入量（口数）を b_1，b_2，s とすると

（2／5）10,000＝$P_1 \times b_1$，（2／5）10,000＝$P_2 \times b_2$，（1／5）10,000＝$P_2 \times s$ が成立する．

b_1＝（2／5）10,000／P_1，b_2＝（2／5）10,000／P_2，s＝（1／5）10,000／P_3

4．9　CAPM 理論（Capital Asset Pricing Model）

W．F．Sharpe は，個別資産の収益率を市場収益率で説明する**資本資産評価モデル**（Capital Asset Pricing Model）を提案した［W. F. Sharpe, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, Journal of Finance, Sept. 1964, No. 3］．市場収益率は，日経平均や TOPIX などの指標の収益率である．（CAPM はキャップエムと発音する．）岩田暁一『先物とオプションの理論』東洋経済新報社，1989 年，pp.　37-41 に，その要約がある．

安全資産がある場合，前節の 3）の場合のように有効フロンティアが市場で計算される．安全資産の収益率（リスクフリー・レート）r_fと有効フロンティアの接点 M（σ_M, μ_M）を**市場ポートフォリオ**という．**点 M では，市場の資産の需要と供給が一致している**．この 2 つの点を結んだ直線を**資本市場線**（CML：Capital　Market　Line）という．資本市場線上のポートフォリオを点 P＝（σ_P, μ_P）とする．すべての投資家が危険回避者であれば，資本市場線上の点を選択する．

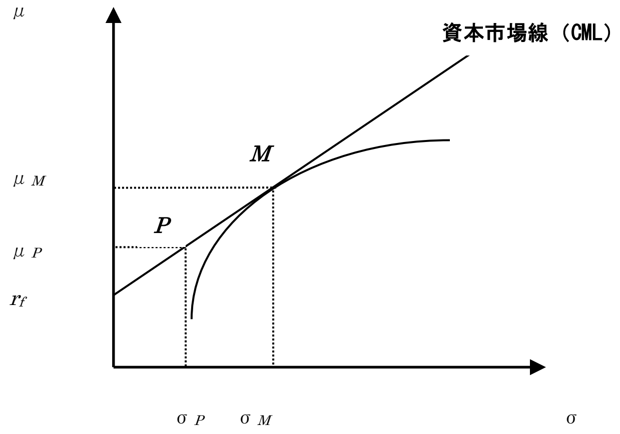


図 4．13　市場ポートフォリオと資本市場線

資本市場線の傾き $\dfrac{\mu_M - r_f}{\sigma_M}$ を**リスクの市場価格**という．標準偏差をリスクとすれば，リスク 1 単位あたりの超過収益率（プレミアム）を表す．

個別資産 A の収益率を市場収益率で説明する**資本資産評価モデル**（Capital Asset Pricing Model）にもどる．資産 A と市場ポートフォリオ M とのポートフォリオ P を考える．その収益率を $R=A_1A+(1-A_1)M$ と定義する．収益率の分散 σ_R^2 は，4．4, 2）の 4．9 式から

$$\sigma_R^2 = E[R-E[R]] = (\sigma_A^2+\sigma_M^2-2\rho_{AM}\sigma_A\sigma_M)A_1^2 + 2(\rho_{AM}\sigma_A\sigma_M-\sigma_M^2)A_1+\sigma_M^2$$

と表せ，点 M における，ポートフォリオ P の接線の傾きは

$$\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{d\mu}{dA_1}\frac{dA_1}{d\sigma} = (\mu_A-\mu_M)\cdot\frac{\sigma_M}{\sigma_{AM}-\sigma_M^2} = \frac{\mu_A-\mu_M}{\rho_{AM}\sigma_A-\sigma_M}$$

と計算できる．これは，資本市場線の傾きに等しいから，

$$\frac{\mu_A-\mu_M}{\rho_{AM}\sigma_A-\sigma_M} = \frac{\mu_M-r_f}{\sigma_M}$$

$$\mu_A-\mu_M = \frac{\rho_{AM}\sigma_A-\sigma_M}{\sigma_M}(\mu_M-r_f)$$

$$\mu_A-\mu_M = \frac{\rho_{AM}\sigma_A}{\sigma_M}(\mu_M-r_f)-(\mu_M-r_f)$$

$$\mu_A-r_f = \frac{\rho_{AM}\sigma_A}{\sigma_M}(\mu_M-r_f) = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2}(\mu_M-r_f).$$

この式は**資本資産評価モデル**といわれる．

$$\beta_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M{}^2}$$

を**資産 *A* のベータ**という．

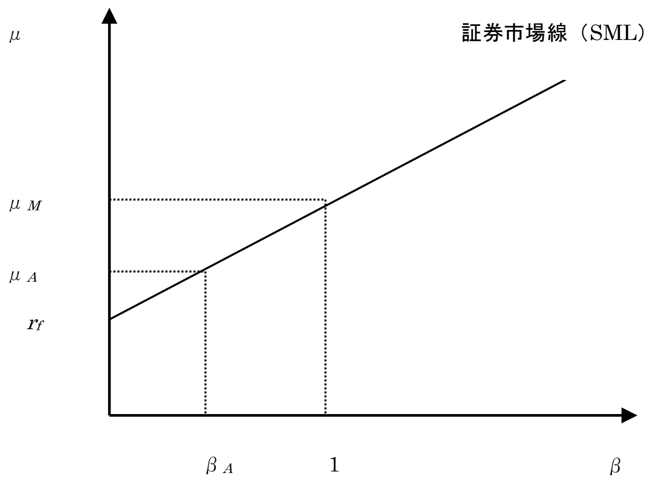


図 4．14　証券市場線（SML）

リスク β と期待収益率 μ との関係を図 4．14 に表している．直線 $\mu_A - r_f = \beta_A(\mu_M - r_f)$ を**証券市場線**（Security　Market　Line）という．

市場で CAPM が成り立つ場合，証券市場線は個別証券の割安，割高を評価する規準となる．証券市場線は市場均衡線を表すから，資産 A の期待収益率と均衡期待収益率差を**ジャンセンの α** という．図 4．15 において，資産 A は，$\alpha > 0$ であるから，過小評価されており，「買い」である．

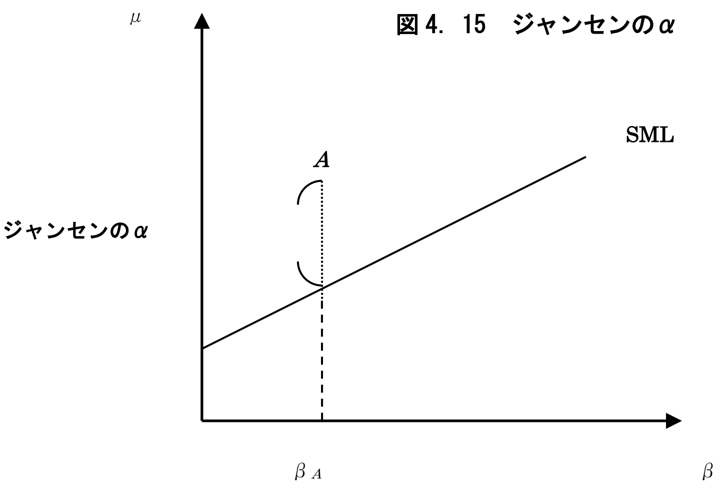


図 4．15　ジャンセンの α

5. 資産形成計画と運用・管理

本章では，4 章で学んだように，1 カ月単位で，家族の生活を金銭面で支え，将来の目標を達成する合理的な方法を考える．節約し過ぎて，1 カ月面白くもない生活をするのは，長続きしない．反対に，1 カ月，計画性もなく，あるだけ使う生活も，月給日前が，耐乏生活になる．したがって，人は，1 カ月，日々の生活に，振り回されるのが，普通であるから，将来を考えて，貯蓄するのは，天引きを基本にする方が，生活を乱されなくて，自動的に，蓄積目的も果たせる．

天引き貯蓄で，資産形成する若年世代，あるいは，住宅ローンを抱えつつ，天引き貯蓄をし，蓄積をする壮年世代を想定する．

日本では，蓄積する資産の内訳は，伝統的に確定利息の定期預金や保険のウエイトが高い．ここでは，投資信託受益証券の中から，収益の変動性はあるが，運用管理費用をカバーしつつ，10 年以上では，国債利回りより収益率を上げることを考える．

5. 1 イベント分析の枠組み

資産形成する若年世代，住宅ローンがあり，教育資金と老後の安心を貯蓄する壮年世代を想定し，それぞれの代表的な資産形成の目的をライフ・イベント表に数値化する．若年世代と壮年世代は，制度金融の枠内で，天引き貯蓄とローンの支払いを計画する．老年世代は，壮年世代の 65 才以降に含まれる．

金融行動の目的と制度金融

世代別目的		制度金融の利用	非課税限度額
1) 若年世代	消費	NISA5 年間	1 名年 120 万円まで非課税
	資産形成準備	財形住宅貯蓄	元利 550 万円まで非課税
			合計 1,150 万円
2) 壮年世代	消費	NISA5 年間	1 名年 120 万円まで非課税
			合計 1,200 万円
	子の教育費	ジュニア NISA(18 歳まで)	子 1 名年 80 万円（400 万円）
	資産形成中	財形持家融資制度	低利融資（財形住宅貯蓄 550 万円）
		財形年金貯蓄	元利 550 万円
		つみたて NISA	1 名年 40 万円 60 歳まで非課税
			夫婦で（20 年間拠出額 1600 万円）
			合計 2,550 万円

3）老年世代　　公的年金（－控除）　公的保険（国保，介護）＝年金収入

基礎年金（779,300 円×2）

－公的保険（国保 270,309 円総所得 200 万円 2 人簡易計算，

介護 126,720 円第 8 段階)

厚生年金（779,300 円基礎年金と同額とする）

年金手取り額　1,940,871 円

資産取り崩し　 DC，iDeCo，財形年金，つみたて NISA

自宅：不動産担保ローン契約，老人ハウスに終身契約

5. 2　イベントに基づく資産形成計画

1)　世帯のイベント表の作成

収入の流列の推計

物価上昇率を決めて，世帯主の所得の推計をする.

23 歳から 32 歳まで、毎年、3%で所得上昇、ボーナスは年 2 回、4 か月分を標準とする。33 歳から 45 才まで、2%で所得上昇、46 歳から 55 歳まで 1%上昇、56 歳から 60 歳まで、1 割減で、フラット化する。61 歳から 65 歳まで，再就職する．年収は現役の 6 割とする。

65 歳から年金受給を推計する。

公的年金　　　　　　　　　生涯平均年収の 5 割（65 歳から）

企業年金

確定給付企業年金の場合，平均年収の 2 割（60 歳から 10 年間年金）

確定拠出企業年金の場合，拠出総額の 2 倍（最大）

確定拠出個人年金 iDeCo　拠出総額の 2 倍（最大）

財形貯蓄　　　　　　　　　拠出総額の 2 倍（最大）

支出の流列の推計

家族の主要なイベントを想定し，イベントの目標額を見積もる。

住宅ローンを推計する。

主なイベントの年間必要額(月額)を計算する。

イベント表に数値をいれる。

収支，差額を計算する。

貸借対照表を作成する。

1)　各世代のイベント表の特徴

①　若年世代 23 歳～32 歳の金融行動の目的

若年世代の 10 年間は、仕事に習熟することと、家族をもつかどうかが主な目的になる。すなわち、この世代は、消費生活を充実するために貯蓄し、貯蓄は、定額拠出 iDeCo で運用する。年 2 回のボーナスで 30 代の住宅取得の頭金を財形住宅貯蓄でつくる。毎月の貯蓄差額は、若年世代では、消費生活が手取りの 9 割以上になりがちであり、自己金融のための貯蓄差額を 30 万円担保設定し、普通預金に入れておく。

海原さんの計算例

イベント表

収入の推計

モデル賃金カーブを次のように想定する。23 才で、手取り年収 300 万円とする。32 才まで、年 12 万円増加する。物価上昇率は想定しない。各業界で各年齢の所得を計算したサイトがあるので、モデル賃金カーブを作成、利用することができる。

支出の推計

消費支出

海原さんは、収入の 8 割を消費支出にあてる。30 歳で結婚を予定して、第 1 子は 32 歳でもつ。

貯蓄

住宅取得計画は、頭金 500 万円を 32 歳までに貯蓄する。収支差額の運用計画は、財形貯蓄、iDeCo、つみたて NISA、残りは普通預金にする。

海原さんイベント表

年齢	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
								28	29	30
収入	300	312	324	336	348	360	372	384	396	408
消費支出	240	249.6	259.2	268.8	278.4	288	297.6	307.2	316.8	326.4
住宅頭金	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
合計	290	299.6	309.2	318.8	328.4	338	347.6	357.2	366.8	376.4
収支差額	10	12.4	14.8	17.2	19.6	22	24.4	26.8	29.2	31.6

収支差額表 **期末貸借対照表**

年齢	**収支差額**	**資産**	**（財形**	**iDeCo**	**預金）**	**負債**	**純資産**
23	10		50	10	0	0	60
24	12.4		100	22	0.4	0	122.4
25	14.8		150	34	3.2	0	187.2
26	17.2		200	46	8.4	0	254.4
27	19.6		250	58	16	0	324
28	22		300	70	26	0	396
29	24.4		350	82	38.4	0	470.4
30	26.8		400	94	53.2	0	547.2
31	29.2		450	106	70.4	0	626.4
32	31.6		500	118	90	0	708
合計	**208**		**500**	**118**	**90**	**0**	**708**

② 壮年世代 33 歳～65 歳の金融行動の目的

壮年世代 33 歳から 65 歳までの金融行動の目的を説明する。33 歳から 48 歳まで 2 人子供の教育資金と 36 才まで住宅取得の頭金・建設資金が貯蓄の主な目的になる。前者は、子供の入学時に順次、取り崩す。2000 年に入って、日本経済は、金融システムの再編があり、大手金融機関、中小金融機関は統合され、企業も再編された。そのため、非正規雇用が増加し、正社員の賃金カーブも 40 歳以上ではフラット化してきた。

山川家の計算例

収入の推計

33 才で，手取り年収 500 万円とする．42 才まで，年 10 万円増加する．43 才から 55 才まで年 5 万円増加する．56 才から，60 才定年まで 500 万円であり，61 才から 65 才まで 350 万円で再雇用される．物価上昇率は想定しない．66 才から，企業年金 70 万円と基礎年金＋厚生年金 160 万円を受給する．68 才から，妻の基礎年金 78 万円が支給される．

支出の推計

消費支出

収入の 6 割を消費支出にあてる．61 才から 65 才まで収入の 8 割，66 才，67 才は，年金を全額消費する．68 才から年金の 9 割を消費する．

貯蓄

壮年世代の山川家を例にとり，教育資金と住宅取得頭金，36 才から住宅ローンを組むとする．住宅ローン以外は，現金だけの計画である．

教育　二人	700 万円	
住宅頭金	500 万円	
住宅	＿＿＿＿＿	2,500 万円
計	1,200 万円	

教育計画

16 年間　　目標積立額　700 万円

毎年の積立額 a 円とする．

a＝700 万円÷16＝43.75 万円

住宅取得計画

残り 3 年間　　頭金　　年間 50 万円

25 年間　　借入額　　2,500 万円

元利均等払いで，年間返済額　FR 円とする．住宅ローン利子率を 0.03 とする．

$$FR = \frac{L_0 \times i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{2{,}500 \times 0.03 \times 2.093}{2.093 - 1} \div \frac{156.945}{1.093} \div 143.6$$

山川家イベント表

年齢	33	35	36	44	46	48	56	60	61	65	66	68
	30	32	33	41	43	45	53	57	58	62	63	65
	8				21							
	5					20						
収入	500	520	530	605	615	625	500	500	350	350	230	300
支出	300	312	318	363	369	375	300	300	280	280	230	270
住宅ローン			143.6		…			143.6				
住宅頭金	50	50										
教育費	43.75			…		43.75						
合計	393.75	405.75	505.35	550.35		556.35	443.6	443.6	280	280	230	270
差額	106.25	110.25	24.65	48.65		62.65	56.4	56.4	70	70	0	30

山川家イベント表から，毎年，教育資金を 43.75 万円，16 年間，貯蓄する.

①　教育資金は，ジュニア NISA が，最も適している.

②住宅ローンは，頭金が 3 年残っているので，その間，住宅の選択に入り，36 才から，住宅ローンを開始し，25 年間返済し，60 才で返済を終える.

③収支差額が毎年発生するが, 総額は, 非課税枠内に入る. まず, 老後の安心のために, iDeCo, 残りは，つみたて NISA にする.

収支差額表

年齢	教育資金	差額　(安心運用資金)
33	43.75	106.25
34	43.75	106.25
35	43.75	114.25
36	43.75	24.65
37	43.75	28.65
38	43.75	32.65
39	43.75	36.65
40	43.75	40.65
41	43.75	44.65
42	43.75	48.65
43	43.75	52.65
44	43.75	54.65
45	43.75	56.65
46	43.75	58.65
47	43.75	60.65

期末貸借対照表

財形	積立	預金	固定資産	負債	純資産
400	43.75	106.25		0	550
450	87.5	212.5		0	750
500	131.25	326.75		0	958
	175	351.4	3000	2500	1026.4
	218.75	380.05	3000	2400	980.05
	262.5	412.7	3000	2300	1375.2
	306.25	449.35	3000	2200	1555.6
	350	490	3000	2100	1740
	393.75	534.65	3000	2000	1928.4
	437.5	583.3	3000	1900	2120.8
	481.25	635.95	3000	1800	2317.2
	525	690.6	3000	1700	2515.6
	568.75	747.25	3000	1600	2716
	612.5	805.9	3000	1500	2918.4
	656.25	866.55	3000	1400	3122.8

48	43.75	62.65	700	929.2	3000	1300	3329.2
49		108.4		1037.6	3000	1200	2837.6
50		110.4		1148	3000	1000	3148
51		112.4		1260.4	3000	900	3360.4
52		114.4		1374.8	3000	800	3574.8
53		116.4		1491.2	3000	700	3791.2
54		118.4		1609.6	3000	600	4006.6
55		120.4		1730	3000	500	4286.4
56		56.4		1786.4	3000	400	4386.4
57		56.4		1842.8	3000	300	4542.8
58		56.4		1899.2	3000	200	4699.2
59		56.4		1955.6	3000	100	4855.6
60		56.4		2012	3000	0	5012
61		70		2082	3000	0	5082
62		70		2152	3000	0	5152
63		70		2222	3000	0	5222
64		70		2292	3000	0	5292
65		70		2362	3000	0	5362
66		0		2362	3000	0	5362
67		0		2362	3000	0	5362
68		30		2392	3000	0	5362
合計	**700**	**2,395**					

③ 老年世代 66 歳～85 歳の金融行動の目的

老年世代 66 歳から 85 歳までの金融行動の目的を説明する。老年世代になると、公的年金を受給できるが、公的年金を支払う義務が生じる。公的年金から公的保険を天引きした後が、収入である。生活に不足する分は、資産形成と退職金から、取り崩すことになる。理論的には、問題はない。

しかし、地方税では、在職時の所得が、退職後、2 年間、課税所得として、記録にのこるので、退職後、公的年金に所得税が課税されなくとも、地方税は課税される。また、介護保険、国民健康保険も、課税所得のずれが負担になる点は、注意が必要である。

課税、公的保険のずれが、なくなれば、いよいよ、退職生活がスタートする。資産形成と退職金は、目減りしないように、制度枠を利用しつつ、運用を続けることになる。退職した高原氏のイベント表を作成する。

イベント表の仮定と推計

高原家の 66 歳における貸借対照表勘定は、山川家の結果をもちいる。資産運用を行えば、預金は、利息が含まれ、iDeco の年金と投資信託に分散されている。iDeco の年金は、毎年、預金に振り込まれる。投資信託は、不足すれば、その都度、売却する。それらを合わせて、預金から、毎月の不足分を預金から引き出す。

期首貸借対照表勘定 (66 歳)

金融資産	**2,395**	**負債・純資産**	
預金	**2,395**	**負債**	**0**
iDeco の年金	**0**		
投資信託	**0**		
固定資産	**3,000**	**純資産**	**3,395**
土地建物	**3,000**		

収入の推計

公的年金(－控除)公的保険(国保,介護)＝公的年金収入

例 基礎年金(779,300 円×2)**－公的保険**(**国保** 270,309 円**総所得** 200 万円 2 人簡易計算, **介護** 126,720 円第 8 段階)＝1,161,571

一人の場合、公的年金収入＝779,300－135,154－63,360＝644,146

厚生年金(779,300 円基礎年金と同額とする)**遺族年金は厚生年金の半分**(389,650 円)

年金手取り額 1,940,871 円　　**一人の場合**、1,033,796 **円**

支出の推計

消費支出

高原氏は、平均寿命 85 歳で終わるように、見込んでいるから、支出を年 270 万円とすると、2,700,000－1,940,871＝759,129 となり、年約 76 万円不足する。山川氏の安心運用資金は、運用無しで、2,395 万円であるから、2,395 万円÷20＝119.75 万円であり、十分、賄える。高原氏が 85 歳で亡くなり、妻が遺族年金を厚生年金の半分を受取り、自身の公的年金収入を合わせる計画を付け加えている。現預金が 716 万円あるので、妻は、716÷32＝20 で、20 年間の余裕がある。固定資産の死亡時評価分を現価配分すれば、処分を遺族に委ねなくとも、生活費の不足分は補てんできる。

高原家イベント表

年齢	66	67	68	69	70	71	72	73	85			
	64	65	66	67	68	69	70	71	82	83	84	85
·収入	270	270	270	270	270	270	270	270	270	135	135	135
年金	116	116	194	194	194	194	194	194	194	103	103	103
取り崩し	154	154	76	76	76	76	76	76	76	32	32	32
支出	270	270	270	270	270	270	270	270	270	135	135	135

期首貸借対照表

年齢		資産	現預金	投資信託	固定資産	負債	純資産
66			2392	0	3000	0	5392

収支差額表　　　　　　　　　　**期末貸借対照表**

年齢	取り崩し	資産	現預金	投資信託	固定資産	負債	純資産
66	154		2238	0	3000	0	5238
67	154		2084	0	3000	0	5084
68	76		2008	0	3000	0	5008
69	76		1932	0	3000	0	4932
70	76		1856	0	3000	0	4856
71	76		1780	0	3000	0	4780
72	76		1704	0	3000	0	4704
73	76		1628	0	3000	0	4628
74	76		1552	0	3000	0	4552
75	76		1476	0	3000	0	4476
76	76		1400	0	3000	0	4400
77	76		1324	0	3000	0	4323
78	76		1248	0	3000	0	4248
79	76		1172	0	3000	0	4172
80	76		1096	0	3000	0	4096
81	76		1020	0	3000	0	4020
82	76		944	0	3000	0	3944
83	76		868	0	3000	0	3868
84	76		792	0	3000	0	3792
85	76		716	0	3000	0	3716
合計	**1,676**						

運用計画

金融資産取り崩しで、年間 76 万円取り崩すので、その額を年金化する方が、運用のわずらわしさから、開放されるだろう。この問題は、次回、以降で、取り扱う。実物資産である自宅については、その資産価値は、日本の住宅では、通常、耐用年数 30 年で、0 になる。山川邸は、減価償却引当金を積み立てていないためそうなる。退職後、20 年間、さらに、住むわけであるから、リフォームが必要になるかもしれない。

演習　新入社員の場合

ワーク・シートにしたがって，2018 年 6 ヵ月間のイベント分析する．

収入　手取り 20 万円

支出　17 万 5 千円

イベント　7 月，8 月の旅行，8 月は普通預金から 5,000 円を引き出し，収入のその他に入金する．以下の要領で自分のイベント表を作成し，貯蓄配分表を作成する．

イベント表

収入 /月	1804	1805	1806	1807	1808	1809
給与	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000	200,000
ボーナス	0	0	0	400,000	0	0
その他	0	0	0	0	5,000	0
収入合計	200,000	200,000	200,000	600,000	205,000	200,000
生活費	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
家賃	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000	50,000
通信費	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
旅行費	0	0	0	20,000	20,000	0
その他	15000	15000	15000	15000	0	15000
支出合計	175,000	175,000	175,000	195,000	180,000	175,000
収支差額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000

貯蓄配分表

	1804	1805	1806	1807	1808	1809	累積額
収支差額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000	525,000
iDeCo	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
財形住宅	0	0	0	200,000	0	0	200,000
NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
普通預金	5,000	5,000	5,000	185,000	0	5,000	205,000
投資額	25,000	25,000	25,000	405,000	20,000	25,000	525,000

資産形成は，会社に，企業年金制度がない場合として，定額天引き 10,000 円を **iDeCo**，10,000 円を **NISA**，で運用する．財形住宅貯蓄制度を利用し，ボーナス月 200,000 万円を，**投資信託**で運用する．財形住宅貯蓄は，元利合計 550 万円が目標である．

投資信託を始める場合，**インターネット銀行と証券会社をセットで契約する**．資金の移動が手数料なしに，済ませられる．証券会社は，財形貯蓄制度のある会社の場合，その会社の取引関係にしたがう場合がある．制度がない会社であれば，自身で契約する．

普通預金は，予備費として，残額を給与口座振替に普通預金として残す．半年決算後（2018 年 9 月末），一部を**担保定期預金**にし，10 万円貯蓄する．

新入社員の場合，3 年以上は，クレジットカードを作らず，そのキャッシュ・サービスをつまんで返済地獄にはまらないようにする．支出合計の 175,000 円は口座振替が多い．そ

のため，普通預金は公共料金，通信費の決済のために使う．担保定期預金は，通常，決済資金不足のとき，当座貸越の役目を果たす．または，不意の出費のための自己金融資金とする．

5. 3　　ドルコスト平均法

これまで、海原氏、山川氏、高原氏の 3 世代の金融行動を例示してきた。会社員の制度金融利用枠は、企業に制度がある場合、財形住宅、財形年金、確定拠出年金 DC、個人加入できる iDeCo の制度がある。個人貯蓄では、ジュニア NISA、つみたて NISA、NISA の制度がある。

結局、一般社員、職員は、給与所得から貯蓄する場合、総額で、制度金融利用枠を超えることは少ない。したがって、社員職員は、毎月あるいは半年ごと、給与所得やボーナスから、制度金融に**定額拠出**し、あるいは定額返済し、残りは、普通預金で予備費とすることになる。

実践では、月別の貯蓄・投資額を金融商品に割り当てる。企業加入制度では、資産管理・運用会社が指定され、金融商品も指定されている。個人加入制度では、任意に契約できるが、資産管理・運用会社を替えることは、コストがかかる。したがって、これらの制度枠利用は、月別、資産管理・運用会社が決まっていることが前提である。その上で、投資者は、その会社の提供する商品を選択することになる。

資産選択理論を利用すれば、自分の期待収益率とその分散の傾向を自覚し、提供商品リストから、傾向に適合する割合を決める。毎月または半年ごとに、4 章 8 節の**実践の式**を使い、市場で購入する。ただし、有効フロンティア計算のためのデータ取得は、月 1 回、月次データをデータ表に記録するだけでも、根気がいる。さらに、有効フロンティアを計算し、4 章 7 節の M 点を求めることは、商品数が少ないので、可能である。大学在職中、試行を準備してきた結果が、この形成論であるから、来年度、実現してみたい。

さて、投資信託受益証券は，投資信託会社が，投資方針で，投資家から資金を募集し，資産を購入，当初 10,000 口，10,000 円を基準価格とする．総資産の各時点での評価額を投資口数で割って，時価の基準価格が新聞に公表される．投資信託は，利息や配当が定期的に確定するが，それは，口数に応じて分配され，追加投資されるか，税引き後，払い出される．

口数の計算法

10,000（円）投資額：基準価格（円）＝x(口数)：10,000（口数）

x 口数＝（10,000（円）投資額÷基準価格）×10,000（口数）

SBI-EXE-i グローバル REIT ファンドの 2017 年 10 月 27 日の基準価格は 13,536 である。この口数計算式を使い、10,000 円で買うと、口数は 7,387 口である。

SBI　10/27　 7,387＝10,000÷13,536×10,000

iDeCo，NISA 用の投資信託は，長期投資と投資額が定額，しかも少額なので，手数料，運用・管理費用を低く，してくれているが，選択する本数が極端に少ない．その分，選びやすいが，商品の収益率とその分散は，一般の投資信託より，低い．ここでは，株式 30%の組み込み割合のバランス型，トピックス，リートのインデックス型，ETF の国内および国際を選択する．

iDeCo　　　毎月天引き額　1 万円　　　バランス 30，インデックス，ETF
財形住宅貯蓄　　　　　半年 20 万円　　バランス 30，インデックス，ETF
NISA　　　　毎月天引き額　1 万円　　　株式，インデックス，ETF

提供商品リストの評価は、各証券会社のサイトで、順位が付けられているので、それを参考にするのが、**商品選択法**である。

10 年以上の少額投資では、換金の心配がない。契約期間の満期が近づけば、一時金受け取りか年金受け取りかを考慮すればよいだけである。10 年以上の少額投資の基本戦略は、**ドルコスト平均法**である。商品の選択は、変更は可能であるが、頻繁の変更はドルコスト平均法ではなくなる。

ドルコスト平均法：ドルコスト平均法は、毎月または半年ごとに、提供商品リストから、選択した商品を定額資金で購入する投資方法である。選択した商品は、半年以上、固定して変更しないことが原則である。

1)海原氏の場合

5 章 2 節演習で、新入社員は、貯蓄配分表を作成した。企業加入制度は、および個人加入制度は、例として、SBI 証券とインターネット銀行を契約したとする。インターネット証券・銀行の場合、スマホ取引が可能であり、売買の指示が即時的である。取引手数料も安い。

新入社員の場合、企業の拠出額は、月 1 万円とする。SBI 証券のサイトにおいて、iDeCo の商品リストを見る。投資信託受託証券は、すでに、分散投資になっているので、個人でさらに資産選択をする必要はない。商品は、主に、日本債券、日本株式、外国債券、外国株式に分類される。後は、それらのミックスである、バランス型になる。

投資信託運用表

	1804	1805	1806	1807	1808	1809	累積額
iDeCo	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
財形住宅	0	0	0	200,000	0	0	200,000
NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000

合計	20,000	20,000	20,000	220,000	20,000	20,000	320,000

2019 年 10 月から、2020 年 3 月までの投資戦略を考える。まず、日本債券は、マイナス金利政策が、来年 3 月まで、維持される見込みである。外国債券は、先進国と新興国があるが、米国景気減速で米国の利下げがある、新興国は為替リスクが減少する。英国の EU 離脱と EU の景気減速で金融政策は緩和を維持する。債券はグローバルかもしれない。

日本株式、外国株式が選択肢にある場合、グローバルの方が、国債投資分散になる。今年度後半の株式投資信託は、欧米の金融緩和にもどる。世界の過剰流動性は、収縮しないので、株式市場に流入する資金は増加する。したがって、株価は持ち直す。

ということで、この教室の始まる前、SBI 証券のサイトにおいて、選んだのが、次の 2 本である。選択に理由は、信託報酬率が 1%以下、投資総額が多い、長期間の実績がある。

資本形成論 2018 年版

手順

SBI 証券サイトの iDeCo 商品から，バランス，リートの中から，2 種類選択選択する．SBI 証券サイトの iDeCo 基準価格一覧を開く．次の 2 本を選んだ．

日興－ＤＣインデックスバランス（株式 60）

ＳＢＩ－ＥＸＥ－ｉグローバルＲＥＩＴファンド

2017 年 10 月～2018 年 3 月まで，半年の基準価格データを毎月 27 日から記録する．

基準価格データ

	10/27	11/27	12/27	1/29	2/27	3/27	信託報酬	基準騰落率
日興 DC	22,008	22,026	22,484	22,095	22,095	21,525	0.2052	+3.37%(6 ヵ月)
SBI	13,536	13,665	13,816	13,498	12,544	12,202	0.3504	‐4.58%(6 ヵ月)

戦略　ドルコスト平均法で、2017 年 10 月～2018 年 3 月まで，SBI を買う。2018 年 3 月総評価額を計算する。

	10/27	11/27	12/27	1/29	2/27	3/27	口数合計
SBI	13,536	13,665	13,816	13,498	12,544	12,202	
口数	7,387	7,317	7,237	7,408	7,971	8,195	45,515

3 月総評価額＝口数合計÷10,000×基準価格

＝45,515÷10,000×3 月末基準価格（12,202 円）

＝4.5515×12,202 円＝55,537 円(評価損 4,463 円)

2017 年 10 月～2018 年 3 月まで、米国連邦準備制度理事会の利上げがあり、さらに、トランプ大統領の北朝鮮強硬策、米中貿易摩擦が発生し、日興、SBI ともに、基準価格は低下

した。ともに、1 年間では、基準騰落率+4%以上を出している。

資本形成論 2019 年版

基準価格データ

2019 年 1 月～2019 年 6 月まで，半年の基準価格データを毎月 27 日から記録する。

	1/28	2/27	3/27	4/26	5/27	6/27	信託報酬	トータルリターン
日興 DC	20,949	21,582	21,683	21,884	21,291	21454	0.2052	+5.33%(6 ヵ月）
SBI	13,557	14,170	14,535	14,576	14,415	14,092	0.3464	+11.65％(6 ヵ月）

2019 年 10 月以降の戦略

2019 年 10 月～2020 年 3 月までの戦略は、4 カ月の投資評価をすると、4 万円の投資に対し、評価益がでており、分配金も出ている。分配金は再投資することになっている。SBI は分配金がなかった。35 本から、さらに、1 本追加する際、信託報酬率が 1%以下、投資総額が多い、長期間の実績に、分配金を考慮に入れる。

次に、個人の投資額は、月 1 万円である。iDeCo の例と同様に、半年ごと、ドルコスト平均法で、月 1 万円 6 ヵ月、選んだ投資信託を変更しない。年 2 回、20 万円を財形住宅貯金とする。ボーナス月、7 月および 12 月が投資選択の月である。半年後の結果を検討し、投資信託商品を検討する。財形住宅貯蓄制度がなければ、つみたて NISA を選択する。制度設計では、株式投資をする投資家に対する中長期投資である。NISA 専用の商品リストがあるが、投資信託の収益率が高ければ、信託報酬率等が高い。途中償還もある。リスト以外、株式自身も選択できる。

2)山川家の場合

山川家では、住宅頭金は、財形住宅貯蓄制度、教育費はジュニア NISA(J- NISA)、住宅ローンは 25 フラットと民間銀行融資を使い、60 才までに返済する。企業年金は、確定給付企業年金の場合、運用は企業側であるが、確定拠出企業年金は、自己運用する。老後の安心は、60 才まで iDeCo および NISA で資産形成をする。

・企業加入制度は、企業の拠出額を 2 万円とする。標準月収が増加すれば、拠出額は増加する。新入社員は月 1 万円としたよりは、商品選択は少なくとも 2 本可能である。iDeCo は、個人で、月 2 万円拠出する。夫が可能でないならば、妻で拠出する。

・子の教育費　　　　ジュニア NISA(J- NISA) (18 歳まで)子 1 名年 80 万円 （400 万円）

・収支差額が毎年発生するが、その総額は、非課税枠内に入る。まず、予備費として、預金、残りは、老後の安心のために、つみたて NISA(T- NISA)にする。

投資信託運用表

	1904	1905	1906	1907	1908	1909	累積額
DC	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	120,000

iDeCo	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000	120,000
J-NISA	36,000	36,000	36,000	36,000	36,000	36,000	216,000
T-NISA	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000	60,000
合計	86,000	86,000	86,000	86,000	86,000	86,000	516,000

本教室では、投資信託リストの中で、信託報酬率が 1%以下、投資総額が多い、長期間の実績、分配金でしぼり、ドルコスト平均法を半年ごと、見直し、できれば、次の半年の国際資産市場を展望し、次の半年の投資信託を維持するか、選択範囲内でスウィチすることを考えてきた。

平均・分散戦略をとるならば、2 本の基準価格の 5 年以上のデータから、月次収益率のデータに加工し、分散を計算する。その上で、2 資産の有効フロンティアを求め、原点との接点 M を求める。その上で、直線 0M を 5 等分し、選好点を決める。

海原氏と比較すると、投資資金が毎月大きい。自己資金は月 66,000 円であり，ボーナス月は増額しない。ボーナスは、生活費の調整後、残りは預金にする。

2019 年 10 月以降の戦略

すでに 10 年以上の投資経験がある。累積金額も大きいので、リスクを回避する傾向がある。DC および iDeCo それぞれ 2 万円は、2019 年 7 月における世界経済から、2020 年 3 月まで、見通しを立てると、株式下落リスクを回避、日興-DC インデックスバランスは株式 40 か 20 を選択する。J- NISA および T- NISA それぞれ 3.6 万円または 1 万円は、東京オリンピックもあり、ニッセイ-DC ニッセイ J-REIT インデックスファンド A にする。

基準価格データ

2019 年 1 月～2019 年 6 月まで，半年の基準価格データを毎月 27 日から記録する。

	1/28	2/7	3/27	4/26	5/27	6/27	信託報酬年	トータルリターン
株式 20	15,501	15,654	15,767	15,811	15,684	15,801	0.1836	+1.52(6 ヵ月)
株式 40	18,364	18,756	18,843	18,956	18,623	18,763	0.1944	+2.20(6 ヵ月)
株式 60	20,949	21,582	21,683	21,884	21,291	21,454	0.2052	+5.33%(6 ヵ月)
ニッセイ	11,153	11,351	11,839	11,600	11,905	11,951	0.27	+14.29%(6 ヵ月)

2) 高原氏の場合

高原氏の安心運用資金は、運用無しで、2,285 万円である。上述のドルコスト平均法で、元本が減少しない投資信託を半分以上、10 年間、バランス型（株式 20）とたとえばＳＢＩ－ＥＸＥ－ｉ先進国債券ファンドの投資信託で運用する。残りは、10 年間、元本維持型の定期預金か個人国債で、取り崩し資金にする。

資産運用表 （千円）

	1904	1905	1906	1907	1908	1909	累積額
定期預金	10,000						10,000

普通預金	380	∆63	∆63	∆63	∆63	∆63	2
株式 20	12,470						12,470
合計	22,850	∆63	∆63	∆63	∆63	∆63	22,472

基準価格データ

2019 年 1 月～2019 年 6 月まで，半年の基準価格データを毎月 27 日から記録する。

	1/28	2/27	3/27	4/26	5/27	6/27	信託報酬	トータルリターン
株式 20	15,501	15,654	15,767	15,811	15,684	15,801	0.1836	+1.52(6 ヵ月)
SBI 債券	11,258	11,446	11,584	11,629	11,518	11,593	0.1944	+2.11(6 ヵ月)

5. 4　リバランス管理法

次の半年の変動要因を予想

若年世代および壮年世代は、所属する業界に対する**景気，政策，海外の景気，各国の政策等の変動**は、毎日の仕事に反映されているはずである。変動要因が変化すると、仕事量が変化する。それは、夏、冬のボーナスに成果として、反映されるので、まったく無関心な勤労者はいない。ゆえに、半年ごと、その間の成果と、次期の予想は、おぼろげながらでも、商品を変更、売却、新規購入の判断をするために、立てなくてはならない。

選択した商品に影響する、**景気，政策，海外の景気，政策等の変動要因**の重要度を考える。今年度は、日本経済新聞の日曜版「今週の市場」において、今週の予定を検討し、金融市場への影響を推論した。経済指標の発表の場合、マネックス証券の「投資情報・レポート一覧」から「経済指標カレンダー」をクリック、さらに、予想・結果をクリックすると時系列が表示される。予想より結果が下回ると失望売りで市場は反応する。

商品リスト	**変動要因**	**海外**
債券	日銀の政策会合　日銀短観	米国準備制度理事会　EU 中央銀行
	消費者物価　為替レート	消費者物価指数　失業率
株式	政府予算　政策の変更	政府予算　政策の変更
	四半期　GDP	四半期　GDP
リート	長期金利　都市の地価発表	長期金利　都市の地価発表
バランス	株式　30 50 70 の構成要素に対して、上記の変動要因按分	
インデックス	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	
ETF	債券の構成要素、株式の構成要素に対して、上記の変動要因	

変動要因の発表は、各証券会社の HP に、スケジュールが公表されている。重大発表は、情報が必ず漏れ伝わってくるので、市場の商品は、発表前に、反応し、価格が上昇するか、下落してくる。変動許容範囲上下 20%以内ならば、再び、平均回帰する見込みが

強い。20%を超えると、短期で回帰するのは、無理がある。
著しく運用成績が変化すると、選択した資産構成比率に戻すために、成績のよい商品の一部を売却し、他の商品に再配分し、固定比率を回復することを**リバランス**という。ドルコスト平均法で作成した場合、 売却、スイッチはコストが高い。購入を中断し、別の商品を購入する。
ドルコスト平均法で作成した資産・負債構成を定期的に，リバランスする．
金融商品は、例として、SBI 証券の［iDeCo］の欄をクリック、次に［運用商品一覧］をクリックすると各投資信託が表示される。［つみたて NISA］の欄をクリック、次に［つみたて NISA の取扱商品］をクリックすると各投資信託が表示される。

ドルコスト平均法継続中、何をすべきか

契約証券会社サイトにおいて、若年世代および壮年世代は、毎月の拠出額は、少額定額設定である。投資戦略は、ドルコスト平均法で購入し、iDeCo では、60 歳まで、引出はできない。ある商品の全額を売却、他の商品にスイッチする戦略は、売却に手数料がかかり、購入も手数料がかかるので、ドルコスト平均法に反する。
個人貯蓄の制度利用の場合は、NISA か、またはつみたて NISA を契約する。投資信託の場合、株式の割合が高くても、平均分散化されているので、基準価格の変動は、激しくない。NISA は売却益の非課税が 5 年以内なので、目標上昇率が 15%であれば、目標上昇率を達成すれば、売却し、利益を確定する。その後、再購入するか、別の商品を購入するのが、非課税制度利用の方法である。
購入した商品は、それぞれ、証券会社のサイトに登録できる。実際に、毎月、ドルコスト平均法で購入していれば、登録リストに、投資信託の評価額が表示される。個別の投資信託の日々の変動も見ることができる。

本講義では、投資家は、各商品の平均収益率だけでなく、リスクを考慮する。平均分散の有効フロンティアと確定型証券の収益率からの直線との交点で、リスク資産の合成資産が決まる。投資家がその直線の最適点を選択するというのが、教科書的な投資戦略である。その戦略にしたがえば、バランス型投資信託を選択することになる。そして、時系列的には、ドルコスト平均法で、定額購入を半年継続する。リバランスの状況が生じるかは、バランス型投資信託以外の投資信託を選択している場合になる。本講義では、2 本あれば、変動が少ない方を買い続ける。半年たって、見直すと、それがリバランスに自動的になるのではないか。
［iDeCo］の［運用商品一覧］および［つみたて NISA］の［つみたて NISA の取扱商品］の範囲の中で、どのように運用管理すると、投資家の満足する成果が得られるのか。平均分散戦略とドルコスト平均法の関係と、さらにリバランス法との関係は、理論的に考える問題がある。

金融数学　1　金融資産と負債の評価

1．等比数列

数列 a_1, a_2, a_3, …, a_n, … において，各項に一定の数 i をかけて次の項がえられるとき，この数列を**等比数列**という．数 i を**公比**という．このとき，

$$a_{n+1} = i\,a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

が成り立つ．**初項** a, 公比 i の等比数列の各項は,

$$a_1 = a$$
$$a_2 = i\,a_1 = a\,i$$
$$a_3 = i\,a_2 = a\,i^2$$
$$\cdots$$

したがって，初項 a, 公比 i の等比数列の**一般項**は,

$$a_n = a\,i^{n-1}$$

初項 a, 公比 i の等比数列の初項から第 n 項までの**部分和** S_n は,

$$S_n = a + a\,i + a\,i^2 + \cdots + a\,i^{n-2} + a\,i^{n-1}$$

と表せる．部分和 S_n は，次のように求められる．

$$\begin{array}{rrl} & iS_n = & a\,i + a\,i^2 + \cdots + a\,i^{n-1} + a\,i^n \\ - & S_n = & a + a\,i + a\,i^2 + \cdots + a\,i^{n-2} + a\,i^{n-1} \\ \hline & (1-i)\,S_n = & -a + a\,i^n \end{array}$$

$i \neq 1$ のとき両辺を $1-i$ で割る．次の公式が成り立つ．

公式 1　$i \neq 1$ のとき　$S_n = \dfrac{a(i^n - 1)}{i - 1}$

$i = 1$ のとき　$S_n = n\,a$

例1　初項 $a = 100$, 公比 $1+0.1$ の等比数列は $100, 100(1+0.1)$, $100(1+0.1)^2$, …,

一般項は，$100 \times (1+0.1)^{n-1}$ である．第 n 項までの部分和 S_n は，公式 1 より

$$S_n = 100 + 100(1+0.1) + 100(1+0.1)^2 + \cdots + 100 \times (1+0.1)^{n-1}$$
$$= \frac{100 \times (1.1^n - 1)}{1.1 - 1} = 1{,}000 \times (1.1^n - 1)$$

2. 無限等比数列

項が限りなく続く数列

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

を**無限数列**といい，$\{a_n\}$ と表す．

数列 $\{a\,i^{n-1}\}$ は，初項 a，公比 i の**無限等比数列**である．

無限数列 $\{a_n\}$ の各項を順に加えていった和

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$$

を**無限級数**といい，記号Σを用いて，$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ と書く．

第 n 部分和 S_n が $n\to\infty$ のとき，$S_n\to S$ であれば，S をこの**無限級数の和**という．S が ∞ あるいは $-\infty$ となるとき，**発散**するという．

公式 2　$|i|<1$ のとき　$S=\lim_{n\to\infty} S_n = \dfrac{a}{1-i}$

$i\leqq -1$ または $i\geqq 1$ のとき発散する．

例 2　永久債　初項　100　公比　$\dfrac{1}{1+i}=\dfrac{1}{1+0.1}=\dfrac{1}{1.1}\fallingdotseq 0.9$

0.9＜１より，公式２から

$$S=\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{100}{1-1/1.1} = \frac{100}{0.1/1.1} = 1000\times 1.1 = 1100$$

金融数学　2　確率と統計

確率の知識

その結果が偶然に支配されている実験や観測を**試行**という．試行の結果，起こることがらを**事象**という．

起こる事象が全部で n 通りあり，そのどれが起こることも，同様に確からしいとする．そのうち，事象 A の起こる場合が a 通りであるとき，事象 A の起こる**確率**を

$p=\dfrac{a}{n}$　とする．

a の値の範囲は，$0\leqq a\leqq n$ である．事象 A の起こる確率 $p=\dfrac{a}{n}$ は次の範囲にある．

$0\leqq p\leqq 1$

特に，必ず起こる事象の確率 p は１である．また，決して起こらない事象の確率 p は 0 である．

試行の結果，その値が定まる変数を**確率変数**といい，大文字 X，Y で表す．確率変数のとる値とその値を取る確率を対応させたものを**確率分布**という．

二項分布

ある試行において，事象 A の起こる確率を p とし，その余事象(事象 A の起こらない)の確率を $1-p$ とする．この試行を n 回繰り返すとき，事象 A の起きる確率変数を X とすれば，X の確率分布は

$P(X=x)={}_nC_x p^x(1-p)^x$　$(x=0,\ \cdots,\ n)$．

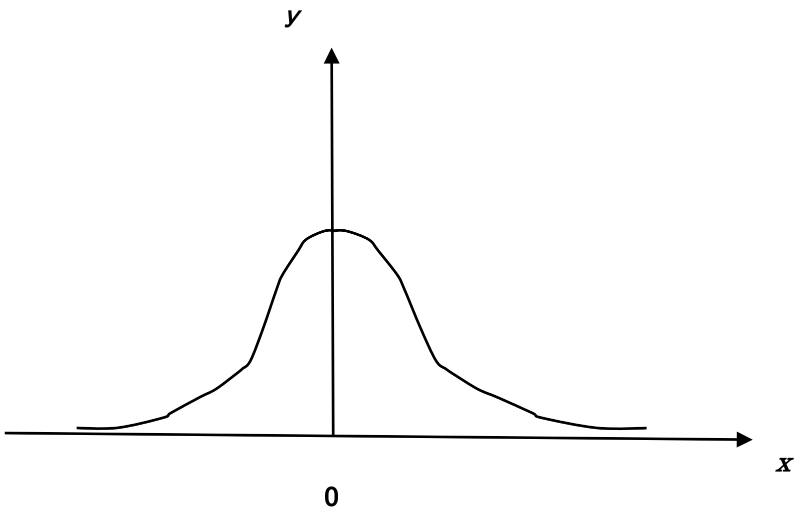
この確率分布を**二項分布**という．二項分布の平均は，$E[X]=np$，分散は，$V[X]=np\times(1-p)$ である．

標準正規分布

$y=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\ exp\left(\dfrac{-x^2}{2}\right)$

で表される曲線を**標準正規曲線**という．標準正規曲線の性質は，すべての x に対して，$y≧0$ であり，標準正規曲線と x 軸とで囲まれる面積は 1 である．$x=0$ に対して，対称であり，釣鐘状である．

連続に変化する確率変数 Z が，区間$[a, b]$でとる値の確率を $P(a≦Z≦b)$ とする．確率 $P(a≦Z≦b)$ が標準正規曲線と x 軸，$x=a$，$x=b$ で囲まれる面積で与えられるとき，Z の分布を**標準正規分布**という．標準正規分布の平均は 0，分散は 1 である．



標準正規曲線

以上の確率の知識を資産選択理論に応用する．収益率の確率変数を R，確率変数 R の実現値を r，その確率を p とする．収益率 R の確率分布を次の通りとする．

収益率 R の実現値	r	−0.05	0.05	0.1	0.2
確率	p	0.2	0.2	0.4	0.2

平均 $\mu=E[R]=r_1\times p_1+\cdots+r_n\times p_n$

$$=-0.05\times0.2+0.05\times0.2+0.1\times0.4+0.2\times0.2=0.08$$

分散 $\sigma^2=E[R-\mu]^2=(r_1-\mu)^2\times p_1+\cdots+(r_n-\mu)^2\times p_n$

$$=(-0.05-0.08)^2\times0.2+(0.05-0.08)^2\times0.2$$
$$+(0.1-0.08)^2\times0.4+(0.2-0.08)^2\times0.2=0.0066$$

標準偏差 $\sigma=\sqrt{0.0066}=0.0812$

2 つの確率変数 R，S の平均をそれぞれ μ_R，μ_S とし，確率変数 R，S の分散をそれぞれ σ_R^2，σ_S^2 とする．確率変数 R，S の共分散を，σ_{RS} と表せば，

共分散 $\sigma_{RS}=E[(R-\mu_R)(S-\mu_S)]$

$$=(r_1-\mu_R)(s_1-\mu_s)\times p_1+\cdots+(r_n-\mu_R)(s_n-\mu_s)\times p_n$$

このとき，σ_{RS} ／$\sigma_R \sigma_S$ を相関係数といい，ρ_{RS} と表わす.

相関係数　$\rho_{RS} = \sigma_{RS} / \sigma_R \sigma_S$

相関係数の性質は，　$-1 \leqq \rho_{RS} \leqq 1$　である.

$-1 < \rho_{RS} < 1$ のとき，確率変数 R，S は，**不完全相関**するといい，

$\rho_{RS} = 1$ のとき，**完全正相関**，$\rho_{RS} = -1$ のとき，**完全負相関**するといい，

$\rho_{RS} = 0$ のとき，確率変数 R，S は，互いに独立である.

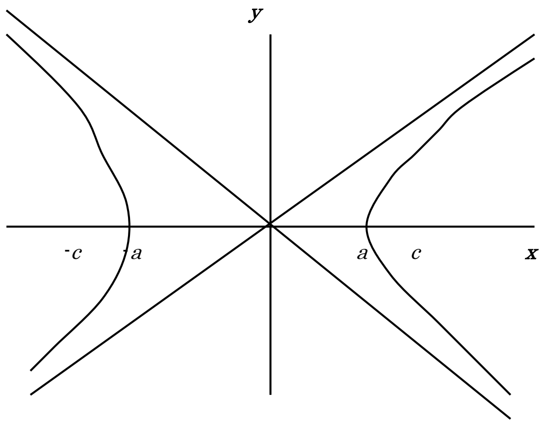
2. 双曲線の方程式

2 危険資産の有効フロンティアは，双曲線の方程式で表わせる．　$c > a > 0$,

$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ とする．$(c,\ 0)$，$(-c,\ 0)$ からの距離の差が $2a$ である双曲線の方程式は，

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

漸近線は 2 直線　　$y = \dfrac{b}{a}x$，　$y = -\dfrac{b}{a}x$



x 軸方向に h，y 軸方向に k だけ平行移動した曲線の方程式は，$f(x-h,\ y-k) = 0$ である．上の双曲線では

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

漸近線は 2 直線　　$y - k = \dfrac{b(x-h)}{a}$，　$y - k = -\dfrac{b(x-h)}{a}$

となる.

練習問題

1. ある個人が第 1 期において得た 100 万円の所得を 2 期間にわたって全部支出する。個人の効用関数は,

$$u = C_1 C_2 \qquad 〔u：効用水準,\ C_i：第\ i\ 期の支出額\ (i=1,\ 2)〕$$

で示され，個人の第 1 期における貯蓄には 5%の利子がつくものとする.

　個人は効用最大化を図るものとすると，個人の第 1 期の貯蓄額はいくらか．ただし，個

人の第 1 期の所得と第 2 期の利子収入には 10%の所得税が賦課されるものとする.

地方上級試験平成 7 年度復元問題

1　40 万円

2　45 万円

3　50 万円

4　55 万円

5　60 万円

2.（ERE02. 3. 3 出題）ライフ・サイクル仮説にしたがって消費・貯蓄計画を立てている人がいるとする．今年 31 歳のこの人は，60 歳で引退するまで毎年 300 万円の一定の所得があり，引退後の 61 歳からは所得がゼロとなるが，80 歳まで寿命があると考えている． また，現在の貯蓄残高は，500 万円である．

この人が，生涯にわたって毎年の消費額を一定にするように計画しているとすると，今年の貯蓄額は次のうちいくらになるか．ただし，利子はなく，死後には資産も借金も遺さないものとする．

（1）　110 万円　　（3）　150 万円

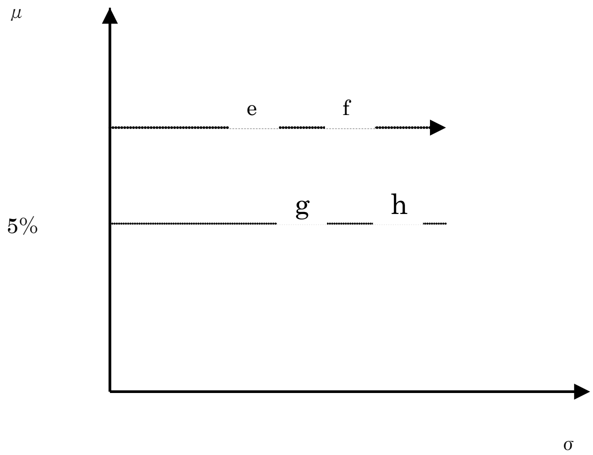
（2）　130 万円　　（4）　貯蓄しない

3．債券の収益率の確率分布が次のようであるとき，期待収益率は，（　　　　）であり，分散は（　　　　）である．

収益率の実現値	確率
0.01	0.75
0.05	0.25

4．期待リターン（μ）と標準偏差（σ）の平面において，4 つのポートフォリオ e, f, g, h が図のように位置している．また，安全資産の収益率は 0.5%である．

証券アナリスト[証券分析] 1 次



問 1　以下の記述のうち，正しくないものを選びなさい.

A　リスク中立的な投資家にとって，e は g より好ましい.

B　リスク中立的な投資家にとって，e は f より好ましい.

C　リスク回避的な投資家にとって，e は g より好ましい.

D　リスク回避的な投資家にとって，e は f より好ましい.

問 2　投資家 X の効用関数を，$U=\mu-\dfrac{1}{20}\sigma^2$ とする．4 つのポートフォリオのうち，投資家 X にとって最も効用が低いポートフォリオを選びなさい.

A　f

B　h

C　f と h

D　なんともいえない

5.　債券Ａと株式Ｂの２つからなるポートフォリオがあるとする.

	期待収益率
債券 A	0.02
株式 B	0.12

債券Ａの投資比率を 80%，株式Ｂの投資比率を 20%で，分散投資するポートフォリオの期待収益率は，（　　　　）である.

解　1.　2　　2.　(1)　　3.　0.02　　0.0003　4.　問 1　B　問 2　D　　5.　0.04

参考文献

1. 経済法令研究会編，2016年証券アナリスト〔1次〕受験対策テキスト『証券分析とポートフォリオ・マネージメント』経済法令研究会，2015年.
2. ジョン・ハル『フィナンシャル　エンジニアリング第9版』金融財政事情研究会，2016年7月.
3. 石村貞夫＋石村園子『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書，1999年.
4. きんざいファイナンシャル・プランナーズ・センター『‘15～’16年版パーフェクトFP技能士入門（1・2級用)』きんざい，2015年.
5. 西村和志『金融論』晃洋書房，2005年.
6. 西村和志『多期間一般均衡モデルの確率的動学』晃洋書房，2018年.
7. 西村和志『金融論2019』宇空和研究所，2019年(準備中).
8. 日本証券アナリスト協会編，榊原茂樹・青山護・浅野幸弘『証券投資論第3版』日本経済新聞出版社，1999年.
9. 俊野雅司・大村敬一『ゼミナール　オプション　仕組みと実際』東洋経済新報社，1993年.

資　産　形　成　論　2019年テキスト

2019年9月　　　　　　第1刷発行

著者　　西　村　和　志

発行所　宇空和研究所

http://www.ukuwainst.org/

E-mail:ukuwainst@outlook.com